



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

---

# **Investigación experimental y numérica del proceso de separación fluido-sólidos usando conductos curvos**

**Hernán Javier Gómez Zambrano**

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Minas, Departamento de Geociencias y Medio Ambiente  
Medellín, Colombia  
2017



# **Investigación experimental y numérica del proceso de separación fluido-sólidos usando conductos curvos**

**Hernán Javier Gómez Zambrano**

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:

**Doctor en Ingeniería: Recursos Hidráulicos**

Director:

Ph.D. Francisco Mauricio Toro Botero

Codirector:

Ph.D. Evelio Andrés Gómez Giraldo

Línea de Investigación:

Hidráulica e Hidrodinámica

Grupo de Investigación:

Posgrado en Aprovechamiento de Recursos Hidráulicos (PARH)

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Minas, Departamento de Geociencias y Medio Ambiente

Medellín, Colombia

2017





*Adaptando la frase de Juan M. Valverde, con respecto a la poesía de Walt Whitman, también escribo este trabajo como un reproche a Dios, sea que exista o no, por habernos abandonado a semejante vida.*

*Le dedico este trabajo a las personas que han sido especiales en mi vida.*

*A mis Padres Agustín y Dioselina.*

*Hermanos Andrés, Sonaida, Martha y Elia.*

*A mis demás familiares, mis tías Lucia y Thereza, tíos Beno, Clemente y Jonás, a mis primos y sobrinos.*

*Al amigo Lucho Rodríguez que te fuiste en silencio hacia lo desconocido.*

*A mis amigos y demás conocidos.*

*A las cuatro fuerzas del universo, por darme fuerzas.*



## **Agradecimientos**

Mi deseo es agradecer a todas las persona e instituciones, que aportaron al desarrollo de esta tesis.

A mi familia, mil agradecimientos, por ese apoyo incondicional.

A la Universidad de Nariño por permitirme laborar en su campus y financiar mis estudios.

A la Universidad Nacional de Colombia, por introducirme en el vasto universo del conocimiento en todas mis etapas de formación intelectual, el Pregrado como Ingeniero Civil, la Maestría en Recursos Hidráulicos y el Doctorado en Ingeniería de Recursos Hidráulicos.

A Francisco M. Toro B y Andrés Gómez G. con quienes pasé importantes momentos discutiendo temas científicos.

A mis respetados Jurados de la tesis, Aldo Benavides, Fabian Bombardelli y Alexander Breugem, por haber acogido mi temática y sus aportes para mejorarla.

Al profesor de la facultad de Minas José F. Mejía por su asesoría en flujo turbulento.

A los asesores de Ansys, Martín Poulsen Kessler, Mariana Dantas, Samuel E. Díaz, Amanda Briggs, Ana Paula Faría, Rodrigo Peralta, Juan Osses y otras personas, por sus asesorías teóricas y ayudas para configurar el Fluent y CFX.

Al ingeniero Yovanni Cataño y Robert Craig de Nortek Inc. por su asesoría para configurar al ADV.

A Luis F. Ospina, por su ayuda incondicional en el laboratorio de Hidráulica de la Facultad de Minas.

A Dario, Huber y Angélica; quienes me dieron una mano en días críticos con el desarrollo de sus monitorias.



## Resumen

Se investigó un nuevo proceso de remoción de partículas de antracita contenidas en el agua, aprovechando las propiedades de segregación que ejerce el flujo secundario en un canal curvo, mediante investigación física e investigación numérica. En la investigación física, se construyeron dos canales en los cuales se obtuvo datos de la profundidad del agua, el campo vectorial de velocidades con un ADV y valores de eficiencia de remoción. La experimentación numérica se realizó a través de códigos computacionales distribuidos por Ansys Inc. (FLUENT y CFX), los cuales incorporan los modelos matemáticos E-E y E-L, para la simulación del flujo agua y partículas. En el procedimiento metodológico se propuso una nueva metodología para la calibración de modelos numéricos incorporando una prueba de falta de ajuste con vecinos cercanos en la teoría clásica de diseño estadístico de experimentos (DEE). Como resultados se encontró la relación que existe entre la eficiencia de separación y los parámetros físicos relacionados con las propiedades del flujo agua-antracita y la geometría del canal. Se encontró una relación estrecha entre la eficiencia de separación a lo largo del canal curvo con la Intensidad de circulación secundaria y entre la eficiencia y el paso helicoidal de las partículas de antracita en su tránsito por la curva del canal, relaciones previamente desconocidas y que son un aporte significativo del presente trabajo. Se investigó el efecto del ángulo de curvatura sobre la eficiencia, encontrando que tiene un efecto importante, donde los valores máximos de la eficiencia se encuentran entre  $45^\circ$  y  $60^\circ$ , rango en el cual se puede localizar los sistemas de remoción; es interesante resaltar que este resultado es diferente a lo reportado en la literatura, donde se ha encontrado que la eficiencia de remoción se reduce al incrementarse el ángulo de curvatura a partir de los  $15^\circ$ . Se evaluó el efecto que tiene la geometría de la sección transversal del canal sobre la eficiencia con cuatro secciones: rectangular, trapezoidal, triangular y elíptica, las cuales muestran diferencias importantes, incrementándose el valor de la eficiencia máxima para la sección triangular y elíptica. El desarrollo de una nueva metodología que permite la calibración de modelos hidrodinámicos y una metodología robusta para medir campos de velocidades con el ADVVP11, la cuantificación del efecto de las características geométricas de los canales curvos y las propiedades del flujo sobre los procesos de separación y magnitudes que caracterizan el flujo secundario, se considera como generación de nuevo conocimiento y se constituyen en el principal aporte al estado del arte de la presente investigación al tema de la *separación hidrodinámica de partículas*.

**Palabras clave:** canal curvo, flujo secundario, modelo Euleriano-Lagrangiano, modelo Euleriano-Euleriano, antracita, separador hidrodinámico, puntos vecinos cercanos.

## Abstract

A new process of removal of anthracite particles contained in water was investigated, taking advantage of the segregation properties of the secondary flow in a curved open channel, through physical and numerical investigation. In physical research, two channels were constructed in which water depth data, velocity vector field with ADV, and removal efficiency values were obtained. The numerical experimentation was carried out through computer codes distributed by Ansys Inc. (FLUENT and CFX), which incorporate the Eulerian-Eulerian and Eulerian-Lagrangian mathematical models for the simulation of water flow and anthracite particles. A close relationship was found between the separation efficiency along the curved channel with the strength of secondary circulation and between the efficiency and the helical pitch of the anthracite particles in their transit along the channel curve, relations previously unknown and that are a significant contribution of the present work. In the methodological procedure, a new methodology was proposed for the calibration of numerical models, incorporating the theory of lack of fit with near-neighbors in the classical theory of statistical design of experiments (DOE). The effect of the angle of curvature on the efficiency was investigated, finding that it has an important effect, where the maximum values of the efficiency are between  $45^\circ$  and  $60^\circ$ , range in which the systems of removal can be located; It is interesting to note that this result is different from that reported in the literature, where it has been found that the removal efficiency is reduced by increasing the angle of curvature after  $15^\circ$ . The effect of cross section geometry on efficiency was evaluated with four sections: rectangular, trapezoidal, triangular and elliptical, which show important differences, increasing the efficiency value for the triangular and elliptical sections. The development of a new methodology that allows the calibration of hydrodynamic models and a robust methodology to measure velocity fields with the ADVVP11, the quantification of the effect of the geometric characteristics of the curved channels and the properties of the flow on the processes of separation and magnitudes which characterize the secondary flow, is considered as a generation of new knowledge and constitute the main contribution to the state of the art of the present research to the subject of *hydrodynamic separation of particles*.

**Keywords:** curved open channel, secondary flow, Eulerian-Lagrangian model, Eulerian-Eulerian model, anthracite, hydrodynamic separator, near neighbors points.

# Contenido

	Pág.
Resumen.....	IX
Lista de figuras.....	XV
Lista de tablas.....	XIX
Lista de símbolos y abreviaturas.....	XX
Introducción.....	1
<b>1. Capítulo 1: Revisión de Literatura.....</b>	<b>5</b>
1.1 Introducción.....	5
1.2 Geometría y condiciones del flujo.....	5
1.2.1 Geometría.....	5
1.2.2 Características del flujo en canales curvos .....	7
1.2.3 Velocidad crítica de depósito .....	9
1.3 Intensidad de la circulación secundaria .....	10
1.3.1 Helicidad.....	11
1.3.2 Intensidad de flujo secundario .....	12
1.3.3 Número de Remolino .....	14
1.4 Modelos matemáticos .....	15
1.4.1 Modelo Euleriano-Euleriano Homogéneo.....	15
1.4.2 Modelo Euleriano Lagrangiano .....	16
1.4.3 Modelo con la Aproximación “Rigid Lid” .....	19
1.4.4 Modelos de turbulencia.....	20
1.4.5 Efectos de tensión superficial .....	21
1.4.6 Solución numérica de los modelos matemáticos.....	21
1.5 Separación hidrodinámica .....	22
1.6 Análisis de números adimensionales.....	24
1.6.1 Número de Dean .....	25
1.7 Estadística para la calibración y validación de modelos matemáticos .....	26
1.7.1 RMSE .....	27
1.7.2 Criterios de bondad de ajuste .....	29
1.8 Diseño estadístico de experimentos.....	30
1.9 Comentarios finales del capítulo.....	31
<b>2. Capítulo 2: Procedimientos Metodológicos y Consideraciones Teóricas .....</b>	<b>33</b>
2.1 Introducción.....	33
2.2 Metodología general de medición y calibración .....	33

2.3	Metodología para ejecutar las simulaciones.....	36
2.3.1	Dibujo del modelo computacional.....	38
2.3.2	Creación de la malla computacional.....	38
2.3.3	Configuración de la simulación.....	39
2.3.4	Cálculo de la solución.....	44
2.3.5	Postproceso-Análisis de los resultados. ....	45
2.4	Metodología para la calibración de los modelos numéricos .....	46
2.5	Criterios de bondad de ajuste .....	49
2.6	Propuesta para cuantificar la ICS.....	49
2.6.1	Helicidad .....	49
2.6.2	Intensidad.....	50
2.6.3	Número de remolino.....	51
2.7	Metodología para caracterizar la distribución de partículas.....	54
2.7.1	Comentarios finales del capítulo.....	55
<b>3.</b>	<b>Capítulo 3: Investigación Experimental.....</b>	<b>57</b>
3.1	Introducción .....	57
3.2	Dispositivos de medición.....	58
3.2.1	ADVVP11 .....	58
3.2.2	Doppler flow meter (DFM) .....	60
3.2.3	Sensor de niveles (SN) WL705 .....	60
3.3	Configuración experimental .....	62
3.4	Canal Tipo C1.....	62
3.5	Canal Tipo C2.....	63
3.6	Propiedades hidráulicas de los canales. ....	65
3.7	Procedimiento experimental.....	66
3.7.1	Medición de niveles de agua .....	66
3.7.2	Medición de caudal .....	67
3.7.3	Medición del campo de velocidades .....	69
3.8	Resultados y discusión .....	73
3.8.1	Mediciones de niveles de agua con sensores WL705 .....	73
3.8.2	Mediciones de niveles de agua con limnómetro .....	75
3.8.3	Medición de caudal .....	76
3.8.4	Medición de campos de velocidad.....	77
3.9	Medición del flujo particulado.....	80
3.9.1	Observación descriptiva del flujo .....	80
3.9.2	Velocidad crítica de depósito.....	81
3.9.3	Medición de eficiencias de separación canal Tipo C1.....	82
3.9.4	Medición de eficiencias de separación canal Tipo C2.....	86
3.10	Comentarios finales del capítulo .....	88
3.10.1	Conclusiones.....	88
3.10.2	Recomendaciones.....	89
<b>4.</b>	<b>Capítulo 4: Investigación Numérica Parte Uno: Calibración y Validación .....</b>	<b>91</b>
4.1	Introducción .....	91
4.2	Calibración del modelo EEH con respecto a la superficie del agua.....	91
4.3	Calibración de la aproximación RLA para el campo de velocidades.....	92
4.4	Calibración del modelo EEH para el campo de velocidades .....	102
4.4.1	Comparación cualitativa .....	102



4.4.2	Comparación cuantitativa .....	105
4.4.3	Efecto de los modelos de turbulencia sobre el campo de velocidades.....	106
4.5	Validación del modelo EEH para velocidades y nivel de agua.....	109
4.5.1	Comparación cualitativa.....	109
4.5.2	Comparación cuantitativa entre calibración y validación .....	117
4.6	Calibración modelo Euleriano – Lagrangiano .....	119
4.6.1	Solución analítica del modelo Euleriano-Lagrangiano.....	120
4.6.2	Calibración del modelo E-L con eficiencias medidas .....	122
4.6.3	Definición de los factores.....	122
4.6.4	Diseño experimental .....	124
4.6.5	Ejecución y resultados de las simulaciones .....	125
4.6.6	Cálculo de vecinos cercanos .....	126
4.6.7	Prueba de falta de ajuste .....	128
4.6.8	Modelo de segundo orden .....	129
4.6.9	Verificación de la calibración en el punto óptimo.....	132
4.6.10	Comentarios de la calibración del modelo E-L .....	134
4.7	Validación del modelo Euleriano–Lagrangiano.....	135
4.8	Comentarios finales del capítulo.....	139
<b>5.</b>	<b>Capítulo 5: Investigación Numérica Parte Dos: Predicción .....</b>	<b>141</b>
5.1	Introducción.....	141
5.2	Análisis del comportamiento del flujo bifásico.....	142
5.2.1	Configuración del modelo numérico y simulación .....	142
5.2.2	Evolución del flujo bifásico a lo largo del canal .....	144
5.2.3	Evolución de la intensidad de la circulación secundaria.....	150
5.2.4	Relación entre eficiencia e intensidad de circulación secundaria.....	151
5.2.5	Efecto de la sección transversal sobre la eficiencia .....	152
5.2.6	Efecto de la pendiente del canal sobre la eficiencia.....	155
5.3	Efecto de la geometría general del canal .....	156
5.3.1	Definición de las variables de respuesta.....	157
5.3.2	Definición de los factores.....	158
5.3.3	Diseño DEE .....	160
5.3.4	Ejecución del DEE .....	161
5.3.5	Puntos al centro.....	163
5.3.6	Análisis estadístico ANOVA.....	164
5.3.7	Análisis del efecto de factores sobre el flujo secundario .....	168
5.3.8	Análisis del efecto de factores en la sobre-elevación del agua .....	169
5.3.9	Análisis del efecto de factores sobre la eficiencia máxima.....	170
5.4	Efecto del tipo de captación sobre la eficiencia .....	171
5.5	Comentarios finales del capítulo.....	176
<b>6.</b>	<b>Conclusiones y Recomendaciones.....</b>	<b>179</b>
6.1	Conclusiones.....	179
6.1.1	Metodología.....	179
6.1.2	Hidrodinámica.....	179
6.1.3	Flujo particulado .....	181
6.1.4	Relación entre hidrodinámica y eficiencia de separación.....	181
6.2	Recomendaciones.....	182
<b>A</b>	<b>Anexo: Nueva metodología para calibración hidrodinámica .....</b>	<b>185</b>

<b>B</b>	<b>Anexo: Calibración de campos de velocidad.....</b>	<b>186</b>
<b>C</b>	<b>Anexo: Criterios de bondad de ajuste .....</b>	<b>199</b>
<b>D</b>	<b>Anexo: Medición de velocidades usando ADVPII.....</b>	<b>211</b>
<b>E</b>	<b>Anexo: Planos, instalaciones e instrumentos de medición.....</b>	<b>231</b>
<b>F</b>	<b>Anexo: Solución analítica del modelo Euleriano-Lagrangiano .....</b>	<b>241</b>
<b>G</b>	<b>Anexo: Aplicación método WAM y número de remolino .....</b>	<b>245</b>
<b>H</b>	<b>Anexo: Indicadores estadísticos .....</b>	<b>251</b>
	<b>Bibliografía .....</b>	<b>255</b>

## Lista de figuras

	<b>Pág.</b>
Figura 1-1: Geometría del canal curvo como separador hidrodinámico. ....	6
Figura 1-2: Estructura del flujo en un canal curvo. Adaptada de (Blanckaert, 2002). ....	7
Figura 1-3: Flujo secundario en un canal curvo. ....	8
Figura 1-4: Proceso de separación de partículas en un canal curvo. ....	9
Figura 1-5: Significado gráfico del movimiento y giro de la helicidad. ....	11
Figura 1-6: Geometrías de flujo con vórtices. ....	14
Figura 1-7: Representación gráfica de los estadísticos $RSME_u$ y $RSME_s$ , calculados para comparación de niveles de agua. ....	28
Figura 2-1: Diagrama de flujo de la metodología general para la presente investigación. ....	35
Figura 2-2: Diagrama de flujo de la metodología para realizar cada una de las simulaciones. ....	37
Figura 2-3: Tipos de formas de los elementos de discretización del dominio permitidos en Ansys CFX. ....	38
Figura 2-4: Dominio computacional y condiciones de frontera en el modelo EEH del CFX. ....	42
Figura 2-5: Canal con RLA en Fluent. ....	44
Figura 2-6: Verificación gráfica de requisitos para la solución de la simulación. ....	45
Figura 2-7: Diagrama de flujo de la nueva metodología de calibración con base en DEE. ....	49
Figura 2-8: Esquemas de cálculo para el número de remolino. ....	52
Figura 2-9: Vórtices detectados con el método WAM. ....	54
Figura 3-1: Área de medición del ADVVPIL. ....	59
Figura 3-2: Geometría y coordenadas del ADVVPIL (Nortek USA, 2012). ....	59
Figura 3-3: Doppler Flow Meter (DFM). ....	60
Figura 3-4: Sensor de Niveles WL705. ....	61
Figura 3-5: Fotografía de los sensores ultrasónicos de nivel, instalados en el canal C2. ....	61
Figura 3-6: Geometría y fotografía del canal Tipo C1. ....	63
Figura 3-7: Geometría y fotografía del canal Tipo C2. ....	65
Figura 3-8: Espectros PSD para sensores de nivel. ....	67
Figura 3-9: Calibración Doppler flow meter (DFM). ....	68
Figura 3-10: Espectros PSD para el caudal. ....	69
Figura 3-11: Mediciones del campo de velocidades con el ADVVPIL. ....	70
Figura 3-12: Espectros PSD para las diferentes mediciones del ADV. ....	71
Figura 3-13: Perfiles de velocidad con promedio temporal en un perfil de altura 0.03m, para las 25 repeticiones en el canal Tipo C1 del perfil sección 60°-0.115m. ....	72
Figura 3-14: Formato del archivo exportado por el data logger del sensor WL705. ....	73
Figura 3-15: Variación temporal de los niveles de agua generados por los sensores de nivel. (a) Datos sin filtrar. (b) Datos filtrados. ....	73
Figura 3-16: Perfiles longitudinales del nivel del agua medidos con los sensores WL705. ....	74

Figura 3-17: Perfiles longitudinales del nivel del agua medidos con limnómetro. ....	75
Figura 3-18: Registro temporal de caudales para el canal Tipo C1. ....	76
Figura 3-19: Registro temporal de caudales para el canal Tipo C2. ....	77
Figura 3-20: Representación gráfica de los vectores medidos con el ADVVPII distribuidos en la sección transversal del canal. ....	78
Figura 3-21: Señal de velocidades instantáneas calculadas con el software VTMT. ....	79
Figura 3-22: Movimiento radial de la masa de sedimentos. ....	81
Figura 3-23: Ajuste de la distribución RRD a la granulometría usada en la alimentación del canal. ....	84
Figura 3-24: Ajuste de la distribución RRD, a los datos de la granulometría para el ensayo No1 de la Campaña No1 (E1C1). ....	85
Figura 3-25: Variación de la eficiencia de separación con respecto al $R_{p_m}$ . ....	86
Figura 3-26: Curva de la variación de tamaños de partículas de antracita con respecto al radio adimensional en el canal tipo C2. ....	88
Figura 4-1: Valores de componentes de velocidad reportados en la literatura para la sección 180° (Bai et al., 2014). ....	94
Figura 4-2: Comparación de patrones de flujo secundario entre valores observados y simulados. ....	98
Figura 4-3: Comparación de vectores en cada sección transversal simulados en la literatura por (Bai et al., 2014) y simulados en la presente investigación (P.I.). ....	100
Figura 4-4: Patrones de flujo secundario con mallado deficiente, colocando nodos de la malla solamente en los puntos de medición reportados por (Bai et al., 2014). ....	101
Figura 4-5: Patrones de flujo secundario con mallado óptimo para el modelo EEH. ....	104
Figura 4-6: Variación de la ICS para cada sección transversal en grados. ....	105
Figura 4-7: Variación del RMSE. ....	105
Figura 4-8: Variación del nivel del agua del canal de (Bai et al., 2014). ....	106
Figura 4-9: Efecto de los modelos de turbulencia. ....	108
Figura 4-10: Patrones de flujo secundario del canal bifurcado (Tipo C1). ....	111
Figura 4-11: Variación de la helicidad e intensidad del flujo secundario con respecto a la sección transversal en grados. ....	112
Figura 4-12: Variación del nivel del agua en la curva del canal Tipo C1. ....	115
Figura 4-13: Variación del nivel del agua en la curva del canal Tipo C2. ....	117
Figura 4-14: Comparación de los estadísticos entre calibración (canal Bai) y validación (canal Tipo C1). ....	118
Figura 4-15: Indicadores estadísticos en la bondad de ajuste. ....	119
Figura 4-16: Variación de la trayectoria en Z de una partícula de antracita en función del tiempo. ....	121
Figura 4-17: Efecto del coeficiente de arrastre ( $C_D$ ) sobre los indicadores estadísticos. ....	122
Figura 4-18: Esquema para definir el coeficiente de restitución. ....	123
Figura 4-19: Resultados del ANOVA con modelo de primer orden. ....	129
Figura 4-20: Resultados del ANOVA con modelo de segundo orden. ....	131
Figura 4-21: Superficie de respuesta estimada a partir de los valores obtenidos mediante simulación numérica. ....	132
Figura 4-22: Variación de la eficiencia de las partículas para cada medición y para los datos simulados con respecto al $Re_p$ . ....	133
Figura 4-23: Comparación de la eficiencia observada (O) y simulada (S). ....	134

Figura 4-24: Variación de ( $\eta_s$ ) con respecto al número de experimentos y con respecto al número de salidas del canal. ....	136
Figura 4-25: Variación de la eficiencia predicha y observada en el canal Tipo C2. ....	138
Figura 4-26: Variación de los parámetros de la RRD con el radio adimensional del canal. (a) Exponente n. (b) Diámetro promedio. ....	139
Figura 5-1: Esquema del dominio del canal curvo y sus condiciones de frontera. ....	142
Figura 5-2: Verificación de requisitos para la simulación. ....	144
Figura 5-3: Esquema de distribución de secciones para el análisis a lo largo del canal. ....	145
Figura 5-4: Detección de ciclos helicoidales de la partícula para tamaño de 250 micras. ....	146
Figura 5-5: Ciclos helicoidales de una partícula dentro de la curva del canal. ....	147
Figura 5-6: Comportamiento de las partículas para diferentes secciones del canal. ....	148
Figura 5-7: Variación de la eficiencia a lo largo del canal para partículas de densidad $1320\text{kg/m}^3$ . ....	150
Figura 5-8: Variación de la ICS con respecto al ángulo de curvatura en grados. ....	151
Figura 5-9: Comparación gráfica entre eficiencia y ICS. ....	152
Figura 5-10: Secciones transversales del canal curvo. (a) Trapezoidal. (b) Elíptica. (c) Triangular. (d) Rectangular. ....	153
Figura 5-11: Comparación gráfica del efecto de la geometría de la sección transversal sobre la eficiencia de separación en la curva del canal. ....	154
Figura 5-12: Comparación gráfica del efecto de la pendiente. ....	155
Figura 5-13: Variación de la superficie del agua en el canal. (a) 10% de pendiente. (b) 5% de pendiente. ....	156
Figura 5-14: Esquema de la salida del canal con cinco divisiones. ....	157
Figura 5-15: Representación geométrica de los factores de la geometría general del canal. ....	159
Figura 5-16: Esquemas de geometrías básicas según el arreglo experimental. ....	161
Figura 5-17: Distribución de masa de partículas en las salidas del canal C2. ....	162
Figura 5-18: Curvas de eficiencia mínima y máxima resultado de las simulaciones definidas en el DEE. ....	162
Figura 5-19: Significancia de factores sobre la eficiencia. ....	165
Figura 5-20: Gráfica de interacción para la eficiencia. ....	166
Figura 5-21: Gráfica de residuos contra niveles de factores. ....	168
Figura 5-22: Variación de la ICS con respecto al ángulo de curvatura. ....	169
Figura 5-23: Efectos significativos sobre $I_{Han}$ y $I_{Ha}$ . ....	169
Figura 5-24: Efectos significativos sobre $k$ y $\Delta h$ . ....	170
Figura 5-25: Efectos sobre la eficiencia máxima $\eta_{max}$ . ....	170
Figura 5-26: Geometría para investigar el efecto de las captaciones laterales. ....	172
Figura 5-27: Comparación entre el efecto de una captación lateral (Out6) y la captación al final del canal (CF). ....	173
Figura 5-28: Resultados gráficos del efecto que tiene el tipo de captación en la eficiencia de remoción de partículas. ....	174
Figura 5-29: Variación de la intensidad de circulación secundaria. ....	175
Figura 5-30: Contornos de la helicidad neta y vectores de velocidad proyectados en varias secciones de la curva. ....	176

## Lista de tablas

	<b>Pág.</b>
Tabla 1-1: Ventajas y desventajas de los softwares de solución numérica (Sánchez, 2016). .....	22
Tabla 1-2: Análisis de los factores que influyen en la eficiencia de separación según la investigación de (Patel, 2007). .....	23
Tabla 3-1: Dimensiones y características del flujo de los canales curvos. ....	65
Tabla 3-2: Periodos de frecuencias menores con energía significativa para las señales de velocidad. ....	71
Tabla 3-3: Parámetros $x'$ y $n$ de la RRD. ....	83
Tabla 4-1: Ecuaciones para calcular el coeficiente de arrastre ( $C_D$ ). ....	124
Tabla 4-2: Diseño del factorial $2^3$ en valores codificados .....	125
Tabla 4-3: Niveles reales para cada uno de los factores .....	125
Tabla 4-4: Valores de eficiencia promedio observada (O) y predicha (P) .....	126
Tabla 4-5: ANOVA para estimar el MSE. ....	126
Tabla 4-6: RLM del diseño experimental (realizada en Excel). ....	126
Tabla 4-7: Niveles de los vecinos cercanos. ....	127
Tabla 4-8: Valores $D_{ij}^2$ para cada par de puntos vecinos cercanos. ....	127
Tabla 4-9: Valores de eficiencia promedio observada (O) y predicha (P) para los puntos vecinos cercanos ( $V_c$ ). ....	127
Tabla 4-10: ANOVA de la calibración del modelo E-L. ....	128
Tabla 4-11: Mejor ANOVA de la calibración del modelo E-L para el indicador MAPE. ...	129
Tabla 4-12: Valores de los puntos estrella (PE) con cara centrada del diseño factorial $2^2$ . ....	130
Tabla 4-13: ANOVA para modelo de segundo orden. ....	130
Tabla 5-1: Niveles reales de los factores. ....	159
Tabla 5-2: Valores de los números adimensionales. ....	159
Tabla 5-3: Arreglo experimental factorial completo $2^k$ con valores codificados. ....	160
Tabla 5-4: ANOVA de la RLM. ....	163
Tabla 5-5: Niveles de puntos al centro y su correspondiente valor de la eficiencia. ....	163
Tabla 5-6: Mejor ANOVA de la optimización de la eficiencia según parámetros geométricos. ....	164
Tabla 5-7: Configuración óptima para el modelo de ajuste lineal. ....	166
Tabla 5-8: Mejor ANOVA de la optimización de la eficiencia según parámetros geométricos. ....	167

## Lista de símbolos y abreviaturas

### Símbolos con letras latinas

Símbolo	Término	Unidad SI
$\vec{U}_f$	Vector de velocidades del fluido en el modelo E-L	[m/s]
$\vec{U}_p$	Vector de velocidades de una partícula en el modelo E-L	[m/s]
$\vec{V}$	Vector de velocidades $\vec{V} = (v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k})$ , en ejes coordenados (x,y,z)	[m/s]
$\vec{n}$	Vector unitario normal a la superficie	[-]*
$A$	Área mojada transversal	[m <sup>2</sup> ]
$A_p$	Área proyectada de la partícula	[m <sup>2</sup> ]
$C$	Concentración volumétrica media de sólidos	[-]
$C_\mu$	Constante empírica especificada en el modelo de turbulencia igual a 0.09	[-]
$Ca$	Número de capilaridad	[-]
$C_D$	Coeficiente de arrastre	[-]
$C_r$	Coeficiente de restitución en el modelo E-L	[-]
$C_{VM}$	Coeficiente de masa virtual	[-]
$d^*$	Diámetro adimensional de partícula según (Cheng, 1997a)	[-]
$D^2_{ii}$	Distancia estadística	[-]
$d_{50}$	Diámetro de partícula por el cual pasa el 50% de material sólido	[m]
$d_{85}$	Diámetro de partícula por el cual pasa el 85% de material sólido	[m]
$dA$	Diferencial de área	[m <sup>2</sup> ]
$De$	Número de Dean	[-]
$D_{eq}$	Diámetro equivalente	[m]
$d_i$	Dirección del viento pronosticada ec. (1.38)	[rad]
$d_{inf}$	Diámetro inferior de partícula en un rango de tamaños	[m]
$d_{io}$	Dirección del viento observada	[rad]
$d_{mi}$	Diámetro de partícula promedio en un rango de tamaños	[m]
$d_p$	Diámetro de partícula	[m]
$d_{sup}$	Diámetro de partícula superior en un rango de tamaños	[m]
$dW$	Diferencial en el ancho del canal	[m]
$dZ$	Diferencial en la vertical u ortogonal al fondo del canal	[m]
$F_B$	Fuerza boyante debido a la gravedad	[N]
$F_{BA}$	Fuerza de Bassett	[N]
$F_C$	Fuerza centrífuga	[N]
$F_D$	Fuerza de arrastre	[N]
$F_{DT}$	Fuerza de dispersión turbulenta	[N]
$F_f$	Factor de forma de la partícula	[-]
$F_I$	Fuerza de inercia	[N]
$F_P$	Fuerzas por gradiente de presión	[N]

Símbolo	Término	Unidad SI
$F_R$	Fuerzas debido a rotación del dominio	[N]
$Fr$	Número de Froude	[-]
$F_S$	Fuerza de Saffman	[N]
$F_{Se}$	Factor de sección del canal	[-]
$F_v$	Fuerza de viscosidad	[N]
$F_{VM}$	Fuerzas de masa virtual	[N]
$f_w$	Coefficiente de fricción de Colebrook-White	[-]
$G$	Aceleración de la gravedad	[m/s <sup>2</sup> ]
$H$	Altura total del nivel del flujo	[m]
$H_e$	Helicidad	[m <sup>4</sup> /s <sup>2</sup> ]
$I$	Intensidad de turbulencia en la frontera de entrada	[-]
$I_H$	Intensidad de la circulación secundaria debido a la helicidad	[m <sup>4</sup> /s <sup>2</sup> /m]
$I_{Ha}$	Intensidad de la circulación secundaria según la helicidad absoluta	[m <sup>4</sup> /s <sup>2</sup> /m]
$I_{Han}$	Intensidad de la circulación secundaria según Han	[-]
$I_{Hn}$	Intensidad de la circulación secundaria según la helicidad neta	[m <sup>4</sup> /s <sup>2</sup> /m]
$I_s$	Intensidad de la circulación secundaria	[-]
$I_{SG}$	Intensidad de la circulación secundaria según Stranden-Gobadian	[-]
$k$	Es un número a dimensional que corrige el efecto de viscosidad	
$L$	Longitud característica del vórtice en la definición de <b>Sn</b>	[m]
$L_c$	Longitud de arco de la curva del canal usando el ángulo de curvatura máximo del canal curvo	[m]
$L_e$	Longitud tramo recto a la entrada antes de la curva del canal	[m]
$LNH$	Helicidad local normalizada	[-]
$LNHp$	Helicidad local normalizada promedio	[-]
$L_s$	Longitud tramo recto a la salida después de la curva del canal	[m]
$L_t$	Longitud de escala turbulenta	[m]
$m_f$	Masa del fluido	[kg]
$M_o$	El momento angular con respecto al punto cero en el <b>Sn</b>	[kg·m <sup>2</sup> /s]
$m_p$	Masa de una partícula	[kg]
$N$	Número de datos	[-]
$N_C$	Número de curvatura del canal	[-]
$N_t$	Número de trayectorias lagrangianas	[#]
$N_v$	Número total de puntos de velocidad dentro de la región del vórtice	[-]
$P$	Paso de hélice de un canal helicoidad	[m]
$p$	Presión	[Pa]
$Q_L$	Caudal volumétrico de líquido	[m <sup>3</sup> /s]
$Q_s$	Caudal volumétrico de sólidos	[m <sup>3</sup> /s]
$Q_{S1}$	Flujo másico de partículas en el canal C2 en la Descarga	[kg <sub>m</sub> /s]
$Q_{SA}$	Flujo másico de partículas en la alimentación o entrada del sistema	[kg <sub>m</sub> /s]
$Q_{SD}$	Flujo másico de partículas en la descarga	[kg <sub>m</sub> /s]
$Q_{Si}$	Flujo másico de partículas en el canal C2 en el rebose por cada salida	[kg <sub>m</sub> /s]
$Q_{SR}$	Flujo másico de partículas en el rebose	[kg <sub>m</sub> /s]



Símbolo	Término	Unidad SI
$R$	Fracción de masa o volumen de partículas con tamaños más grandes que $x_i$	[%]
$r_\alpha$	Fracción de volumen de la fase $\alpha$	[-]
$r_\beta$	Fracción de volumen de la fase $\beta$	[-]
$R^2$	Coeficiente de determinación (R cuadrada)	[-]
$R_a$	Radio adimensional del canal curvo	[-]
$r_c$	Radio de un punto cualquiera dentro del fluido en un canal curvo	[m]
$R_e$	Radio externo del canal curvo	[m]
$Re$	Número de Reynolds del flujo	[-]
$Re_p$	Número de Reynolds de la partícula individual	[-]
$R_H$	Radio hidráulico de la sección transversal	[m]
$R_i$	Radio interno del canal curvo	[m]
$r_L$	Fracción de volumen de líquido	[-]
$R_m$	Radio medio del canal curvo	[m]
$r_p$	Vector de localización de la partícula	[m]
$Re_p$	Número de Reynolds de partícula afectado por la concentración de partículas	[-]
$r_s$	Fracción de volumen de sólidos	[-]
$S_d$	Desviación estándar	[-]
$S_M$	Fuente de cantidad de movimiento debido a las fuerzas externas	[kg·m/s]
$Sn$	Número de Remolino	[-]
$S_o$	Pendiente longitudinal del canal medida	[-]
$T$	Ancho hidráulico del canal	[m]
$t$	Tiempo en modelo E-L	[s]
$U$	Velocidad media en sentido principal del flujo	[m/s]
$U_e$	Velocidad media del flujo principal a la entrada del canal	[m/s]
$\vec{U}_f$	Vector de velocidad del fluido	[m/s]
$\vec{U}_p$	Vector de velocidad de una partícula	[m/s]
$\vec{U}_r$	Vector de velocidad relativa entre fluido y partícula $\vec{U}_r = \vec{U}_f - \vec{U}_p$	[m/s]
$U_{sk}$	Velocidad de Stokes de asentamiento de las partículas	[m/s]
$V$	Fracción de masa o volumen de partículas con tamaños más pequeños o iguales que $x$	[%]
$V_d$	Velocidad crítica de depósito	[m/s]
$V_m$	Velocidad meridional dada como $V_m = \sqrt{(V_z^2 + V_r^2)}$	[m/s]
$V_r$	Velocidad radial con referencia al centro de la curva del canal, positiva (+) alejándose del centro.	[m/s]
$V_{ss}$	Velocidad de asentamiento de la partícula	[m/s]
$V_t$	Velocidad media tangencial en la curva del canal	[m/s]
$V_x$	Velocidad en dirección de x	[m/s]
$V_y$	Velocidad en dirección de y	[m/s]
$V_z$	Velocidad ortogonal al fondo del canal (o eje z)	[m/s]
$w$	Vector velocidad tangencial de un remolino incluido en ecuación de $Sn$	[m/s]
$W$	Ancho de la base del canal	[m]
$W_c$	Ancho de captación de los sólidos medido desde la pared interna de la curva	[m]
$W_{Di}$	Peso de sólidos correspondiente al tamaño de partícula $i$ en la descarga	[Kp]
$We$	Número de Weber	[-]

Símbolo	Término	Unidad SI
$W_{Ri}$	Peso de sólidos correspondiente al tamaño de partícula $i$ en el rebose	[Kp]
$x$	Coordenada paramétrica en $x$ para un canal helicoidal	[m]
$x_i$	Tamaño de partícula $i$ en ecuación de RRD	[m]
$X$	Variable independiente o regresora, $X_1, X_2, \dots, X_k$ en el modelo de regresión lineal múltiple con $k$ variables independientes.	[-]
$x'$	Módulo de tamaño o "tamaño característico de partícula"	[m]
$X_{rms}$	<i>Media cuadrática</i>	[-]
$y$	Coordenada paramétrica en $y$ para un canal helicoidal	[m]
$Y$	Variable de respuesta en RLM	[-]
$y^*$	Número adimensional de pared similar al $y^+$ , usado en <i>Fluent</i> , como criterio para aplicar el tratamiento en la pared (ystar).	[-]
$y^+$	Número de Reynolds de fricción en la pared (yplus)	[-]
$z$	Coordenada paramétrica en $z$ para un canal helicoidal	[m]
$Z_p$	Coordenadas de la trayectoria unidimensional de la partícula	[m]

## Símbolos con letras griegas

Símbolo	Término	Unidad SI
$\alpha$	Valor codificado en los niveles de los factores	[-]
$\alpha_j$	Ángulos de deflexión $j$ en el método WAM	J
$\beta_j$	Coeficientes de regresión en RLM	[-]
$\Delta$	Ángulo de deflexión entre dos líneas rectas o dos vectores	[rad]
$\Delta A_i$	Diferencial de área para valores discretos	[m <sup>2</sup> ]
$\Delta h$	Sobrealtura del agua en un canal curvo	[m]
$\nabla p$	Gradiente de presión.	[Pa/m]
$\Delta_s$	Parámetro adimensional de densidades	[-]
$\Delta y$	Distancia desde la pared al centroide del elemento más cercano, en el mallado computacional.	[m]
$\delta$	Delta de Kronecker	[-]
$\varepsilon$	Error aleatorio, con media cero en RLM	[-]
$\eta_s$	Tasa de disipación de energía cinética turbulenta	[m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> ]
$\eta_i$	Eficiencia de remoción o reparto de sólidos	[%]
$\eta_i$	Eficiencia de separación para un rango de tamaño de partícula $i$	[%]
$\eta_p$	Eficiencia de separación promedio del sistema	[%]
$\Theta$	Reparto de agua	[-]
$\theta$	Ángulo de curvatura en un canal curvo	[rad]
$\theta_{max}$	Ángulo máximo entre dos vectores	[rad]
$\theta_{min}$	Ángulo mínimo entre dos vectores	[rad]
$\theta_w$	Ángulo de rotación en un quemador	[rad]
$\kappa$	Energía cinética turbulenta	[m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]
$\lambda$	Angulo entre dos vectores de velocidad	[rad]
$\mu$	Viscosidad dinámica del agua	[Pa-s]

Símbolo	Término	Unidad SI
$\nu$	Viscosidad cinemática del agua	[m <sup>2</sup> /s]
$\Pi$	Parámetros de entrada	[-]
$\pi$	Número pi	[-]
$\rho$	Densidad del fluido	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_s$	Densidad de la partícula	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_m$	Densidad de la mezcla de agua y partículas	(kg/m <sup>3</sup> )
$\rho_{ref}$	Densidad de referencia, por lo general de la fase más liviana	(kg <sub>m</sub> /m <sup>3</sup> )
$\Psi$	Variable de respuesta	[-]
$\Omega$	Vector de rotación con dirección axial	[-]
$\Omega$	Dominio	[-]
$\omega$	Vorticidad	[1/s]

## Otros Símbolos

Símbolo	Término	Unidad SI
$\nabla$	Operador gradiente	[1/m]
$\partial$	Derivada parcial	[-]

[-]\*: Sin dimensiones o no aplica para unidades

## Subíndices

Subíndice	Término
$\beta$	Fase $\beta$ en el flujo multifásico
$\alpha$	Fase $\alpha$ en el flujo multifásico
<b>A</b>	Alimentación
<b>D</b>	Descarga
<b>f</b>	fluido
$i,j$	Posiciones de variación de una cantidad
<b>L</b>	Líquido
<b>m</b>	Meridional, mezcla
<b>p</b>	Partícula
<b>r</b>	Radial, relativo
<b>R</b>	Rebose
<b>ref</b>	Referencia
<b>S</b>	Sistemático
<b>s</b>	Sólido, deslizamiento
<b>t</b>	Tangencial
<b>z</b>	Axial

## Superíndices

### Superíndice Término

2	Elevado al cuadrado
3	Elevado al cubo
a	Tipo de variables a comparar ( $V_r$ )
b	Tipo de variables a comparar ( $V_z$ )
k	Número de factores
k-p	Número de factores en un diseño factorial fraccionado
n	Exponente, potencia
T	Transformada

## Abreviaturas

### Abreviatura Término

<b>A</b>	Sección de alimentación del separador hidrodinámico
ADV	Acoustic Doppler Velocimeter
ADVVP II	Acoustic doppler velocimeter vectrino profiler II
ANOVA	Análisis de varianza acrónimo en inglés
APC	Análisis por componentes
ASM	Algebraic slip model
CCL	Expresiones CFX command language
COR	Correlación medida en mediciones con ADVVP II
<b>D</b>	Descarga del separador
DEE	Diseño estadístico de experimentos
DFM	Doppler Flow Meter
DMA	Design modeler de Ansys Inc.
E-E	Modelo Euleriano-Euleriano
EEH	Modelo Euleriano-Euleriano homogéneo
E-L	Modelo Euleriano-Lagrangiano
EWT	Enhanced wall treatment
GI	Grado de libertad en análisis ANOVA
ICS	Intensidad de la circulación secundaria
IOA	Índice de ajuste (index of agreement)
MA	Modelo algebraico
MSE	Cuadrado medio del error
$N_{RMS}$	RMSE normalizado
NSE	Nash-Sutcliffe efficiency
O	Valor observado
OFAT	One factor at time
P	Valor simulado
P.I.	Presente investigación
PC	Puntos al centro en el DEE
PDPA	Dispositivo phase discrete particles analysis
PE	Puntos estrella en el DEE
PIV	Particle image velocimeter
PSD	Densidad espectral de potencia (power spectral density)

<b>Abreviatura</b>	<b>Término</b>
PSTM	Algoritmo phase-space thresholding method
R	Rebose del separador
RANS	Ecuaciones de Navier-Stokes con promedios de Reynolds
RLA	Modelo rigid lid approach
RLM	Regresión lineal múltiple
RMSE	Root mean square error
RMSE <sub>θ</sub>	Root mean square error del ángulo entre vectores
RMSED	Root mean square error de la dirección de un vector
RMSEV	Root mean square error de las componentes de velocidad en 2D
RNG k-ε	Grupo renormalizado kappa-epsilon
RRD	Distribución de Rosin-Rammler
RSM	Modelo de turbulencia Reynolds-stress model
S1C2	Simulación No 1 en el canal Tipo C2
SN	Sensor de niveles WL705
SNR	Relación señal-ruido del ADVPVPII
SPcC2	Simulación del punto vecino cercano en el canal Tipo C2
SSIIM 3-D	Código computacional sediment simulation in intakes with multiblock option.
StWF	Standar wall function treatment
SWF	Scalable wall function treatment
VC	Vecinos cercanos en el DEE
VOF	Volumen of fluido
WAM	Winding angle method
WFA	Wall function approach treatment



# Introducción

En la presente investigación se abordó el tema de separación hidrodinámica de partículas de antracita usando un canal curvo, que aprovecha el potencial que tiene el fenómeno del flujo secundario generado por la curvatura del canal, para la remoción de partículas sólidas contenidas en el agua. A continuación, se detalla aspectos de la motivación, los objetivos y una descripción de los capítulos que conforman la tesis.

## Motivación del trabajo de investigación

La separación fluido-sólidos se usa en muchos procesos, con diversos objetivos relacionados con la recuperación y deshidratación de sólidos con valor económico, la recuperación y purificación de líquidos, la separación de las dos fases después de reúso o recirculación y la separación de las dos fases por razones ambientales, por ejemplo, antes del depósito de una o de ambas fases (Svarovsky, 2000). Esto ha llevado al surgimiento de un nuevo campo en la industria, enfocado en el diseño, construcción y operación de separadores hidrodinámicos de partículas, destacándose las áreas del tratamiento y manejo de aguas lluvias y la industria de la minería. Lo que se convirtió en una motivación visionaria para realizar la presente investigación.

Separadores hidrodinámicos que aprovechan las propiedades del flujo para realizar los procesos de separación existen en una gran variedad de modelos y geometrías, algunos de los cuales han sido investigados con suficiente rigor científico y otros solo hasta una etapa de optimización empírica por ensayo y error; con aplicación desde separación de nano-partículas, pasando por tratamiento de aguas, hasta separación de metales pesados (Patel, 2007), (Ookawara et al., 2008), (Doheim et al., 2013). El flujo en un canal curvo ofrece las condiciones para realizar separación de fases y ha sido investigado en casos específicos, como en la remoción de arena fina de sistemas de alcantarillado pluvial (Patel and Gill, 2011), (Patel et al., 2011); en la separación sólido-sólido por densidad (Svarovsky, 2000), (Doheim et al., 2013) y separación sólido-sólido por tamaño (Kapur and Meloy, 1998), (Kapur and Meloy, 1999), (Svarovsky, 2000), (Das et al., 2007). Otras posibles potencialidades de conductos curvos en flujo a presión para procesos de separación son exploradas por (Vashisth et al., 2008). El estudio del flujo de canales curvos sigue siendo de interés para investigadores y profesionales, investigado para diferentes fines, desde académicos hasta aplicados, como lo resaltan investigaciones recientes (Bai et al., 2014), (Gholami et al., 2014), (Gholami et al., 2015), (Seyedashraf et al., 2015), (Brown and Crookston, 2016), (Ajeel et al., 2016).

## Objetivos de la investigación

El objeto de la tesis es contribuir al conocimiento del fenómeno de separación del flujo en dos fases, agua-sólido, que suceden en un canal curvo y proporcionar las bases para invenciones y desarrollos de nuevos dispositivos separadores con base a conductos curvados. Los objetivos específicos están encaminados a entender la relación entre la hidrodinámica del flujo y la geometría del dispositivo separador con la eficiencia de separación de partículas. Para cumplir los objetivos se realizó investigación experimental en laboratorio con la construcción de dos canales físicos para observación descriptiva del fenómeno y para obtener valores experimentales de las variables hidrodinámicas y de los procesos de separación con fines de calibración de los modelos hidrodinámicos. Como etapa posterior se realizó la experimentación numérica, con el fin de estudiar el fenómeno en condiciones geométricas e hidrodinámicas, diferentes a las abordadas en experimentación física.

## Organización de la tesis

La presente tesis se desarrolló en seis capítulos, iniciando con el Capítulo 1 en la revisión del estado del arte de los temas relevantes para el tema principal investigado, correspondiente a la separación hidrodinámica de partículas. Abordando temas relacionados con investigación experimental, investigación numérica, flujo secundario en canales curvos, estadística de experimentos y visualización de flujo.

Se realizó una propuesta metodológica para abordar cada una de las etapas de la investigación descrita en el Capítulo 2. En este sentido se propuso una nueva metodología de calibración de modelos numéricos con varios parámetros de entrada y más de una variable de respuesta; aplicándola a la calibración de los modelos numéricos para magnitudes de profundidad del agua (Anexo A), campos de velocidades (Anexo B) y flujo másico de partículas. Además, se incorporaron a la metodología conceptos relacionados con el flujo vortical, como la helicidad e intensidad de la circulación secundaria para realizar comparaciones del campo de velocidad medido y simulado. Se propuso y se validó la metodología de independencia de malla combinando el concepto de número de remolino y el método *winding angle method* (WAM), para detección de vórtices (Anexo G).

En el Capítulo 3, que contiene la etapa de experimentación física, se detallan la infraestructura, los instrumentos de medición y los procedimientos experimentales. Se construyeron dos canales de diferentes medidas geométricas y características de flujo. El primero con un sistema de recirculación de agua y partículas para la comprensión del fenómeno tanto cuantitativa como cualitativamente, con una sección transversal de ancho por alto de 0.15m x 0.18m, respectivamente, con una curva de 66° y salida bifurcada. En este canal se realizaron las mediciones del campo de velocidades, las profundidades de agua y el reparto de sólidos. En el segundo canal, con sección transversal de 0.3m de ancho y 0.30m de alto, con un ángulo de curvatura de 70°, terminando en una descarga compuesta por cinco salidas independientes, se midieron profundidades de agua y reparto de sólidos; este canal solo contó con suministro recirculatorio de agua, donde las partículas sólidas se agregaron al inicio del canal y se recogieron al final del mismo, en el cual se estudió la distribución radial de las partículas. Se realizaron mediciones de caudal usando un medidor ultrasónico Doppler Flow Meter (DFM); las medición de niveles de agua mediante sensores ultrasónicos de nivel WL705 (Ultrasonic Water Level Sensor) y



manualmente mediante un limnómetro digital y mecánico; las mediciones del campo de velocidades se realizaron usando el un Acoustic Doppler Velocimeter Vectrino Profiler II (ADVVP II) y la medición de eficiencias de separación de partículas mediante recolección de muestras de sedimentos retenidas en filtros de geotextil en los puntos de descarga de los canales. Para el procesamiento de los datos se recurrió a generar códigos de programación en Matlab, para los dispositivos acústicos como el DFM, WL705 y el ADV. Teniendo en cuenta que el procesamiento de señales ultrasónicas abarca una gran disciplina de investigación, se tomaron algunos algoritmos reportados en la literatura como el dado por (Goring and Nikora, 2002) para el filtrado de las señales, programados en el código VTMT en Matlab realizado por (Becker, 2014).

Como resultado de las mediciones físicas, se obtuvieron las profundidades del agua en la curva de los canales; los datos de campos de velocidad en las direcciones radial ( $V_r$ ) tangencial o dirección del flujo ( $V_t$ ) y en sentido ortogonal al fondo del canal ( $V_z$ ); datos de eficiencia de separación de partículas y variación radial de partículas al final de la curva de los canales. Estos datos fueron utilizados para caracterización del flujo y reparto de sólidos y para la calibración y validación de los diferentes modelos numéricos usados en la presente investigación. Los datos medidos se reportaron en tablas y gráficas, los cuales pueden ser extraídos con facilidad, y puedan ser usados en futuras investigaciones en el estudio del flujo en canales curvos. En el flujo particulado se realizó observación descriptiva del flujo a través de videos, identificando un movimiento ondulatorio en sentido radial de los sedimentos cerca al fondo del canal, infiriendo que existe un flujo vortical que se mueve en dirección radial del canal. Se identificó la distribución radial de partículas en el canal con ayuda de los parámetros de la distribución de Rosin-Rammler (RRD), confirmando cuantitativamente que existe un barrido de las partículas en dirección de la pared interna de la curva, el cual es aprovechado para determinar la eficiencia de separación. Para la selección del material particulado para el sistema de canales construido, se seleccionó por medio de prueba y error, ensayando pequeñas esferas de vidrio, baquelita, antracita y arena de cuarzo y, como las partículas transportadas no deben formar depósito permanente en el fondo del canal, el material sólido que más se ajustó a los requerimientos fue la antracita con una gravedad específica de 1.32.

El Capítulo 4 se destinó a la investigación numérica en las etapas de calibración y validación de los modelos numéricos. Se evaluaron dos modelos matemáticos para estimar los campos de velocidad, uno correspondiente a la aproximación “rigid Lid” (RLA) y el otro el modelo multifásico Euleriano-Euleriano homogéneo (EEH). Para su solución numérica se usaron códigos comerciales de fluidodinámica computacional, como el Fluent y CFX de Ansys Inc., respectivamente. El modelo Euleriano-Lagrangiano (E-L) se utilizó. para simular la trayectoria de las partículas. Para la estimación de la profundidad del agua se utilizó el modelo EEH, la cual fue simulada con relativa facilidad y la comparación con los datos medidos produjeron resultados del mismo orden de magnitud. La comparación de campos de velocidad se realizó de forma cualitativa y cuantitativa; en la primera se compararon los patrones de flujo secundario, medidos y simulados, obteniéndose patrones con gran similitud en la formación de vórtices; en la segunda se compararon los valores usando criterios de bondad de ajuste con base a indicadores estadísticos (Anexo C). La comparación entre los valores de reparto de sólidos ( $\eta_s$ ) entre medidos y simulados se realizó de forma gráfica con curvas de eficiencia versus el número de Reynolds de partícula afectado por la mezcla ( $R_{p_m}$ ) y a través del flujo másico de partículas, obteniéndose gran concordancia con los datos medidos en el canal Tipo C1 y un con una diferencia ligeramente mayor para los datos de eficiencia medidos en el canal Tipo C2.

En el Capítulo 5 se abordó la experimentación numérica en la etapa de predicción, para aquellos casos donde la experimentación física no se pudo aplicar. Como por ejemplo en el estudio del efecto de factores de tipo geométrico, como el efecto del radio de curvatura, el ángulo de curvatura, condiciones de entrada y salida del canal; sobre variables de respuesta, como la variación de la superficie del agua, los campos de velocidad y la eficiencia de separación. Se realizó un análisis del comportamiento de una y varias partículas dentro del flujo de agua en el canal. Se encontró la relación estrecha que existe entre el paso del movimiento espiral-helicoide de una partícula y los valores de máxima eficiencia en función del ángulo de curvatura, donde los valores de máxima eficiencia están determinados por la cercanía de la partícula a la pared interna de la curva, en cada paso de hélice. Se realizó el análisis del efecto de la geometría del canal y de las propiedades del flujo representados en números adimensionales. Localmente se encontró que el número de Dean modificado para un canal curvo y el ángulo de curvatura, tiene gran influencia en la eficiencia del dispositivo separador y los cuales se deben seleccionar cuidadosamente para efectos de diseño. Se analizó la alternativa de colocar captaciones laterales, en la pared interna de la curva, en la sección donde se muestra el primer máximo de eficiencia, obteniéndose como resultado que este tipo de captaciones es tan viable, como la captación al final del canal, con eficiencias de remoción muy similares.

En el Capítulo 6 se plasman las conclusiones y recomendaciones producto de la ejecución de la presente investigación, las cuales servirán como punto de partida, de investigaciones futuras. Se presentan recomendaciones en cuanto a la investigación experimental, análisis teóricos e investigación numérica.

# 1. Capítulo 1: Revisión de Literatura

## 1.1 Introducción

En el presente capítulo se revisaron los temas relacionados con el fenómeno físico de separación fluido-sólido en conductos curvos y sus temas conexos. Teniendo en cuenta la alta complejidad del fenómeno estudiado, son muchas las disciplinas que convergen en torno a este tema y, por lo tanto, se incluyó el conocimiento necesario de cada disciplina de tal modo que permita comprender el tema principal investigado. En este sentido se revisó y analizó el conocimiento relacionado con investigación experimental, investigación numérica, flujo secundario en canales curvos, estadística de experimentos y visualización de flujo.

El fenómeno físico investigado, pertenece al tema de separadores hidrodinámicos de partículas, el cual aún se sigue investigando y alrededor del cual existe una floreciente industria, especialmente en el diseño, construcción y operación de separadores hidrodinámicos en el manejo de aguas lluvias y la industria de la minería<sup>1</sup>.

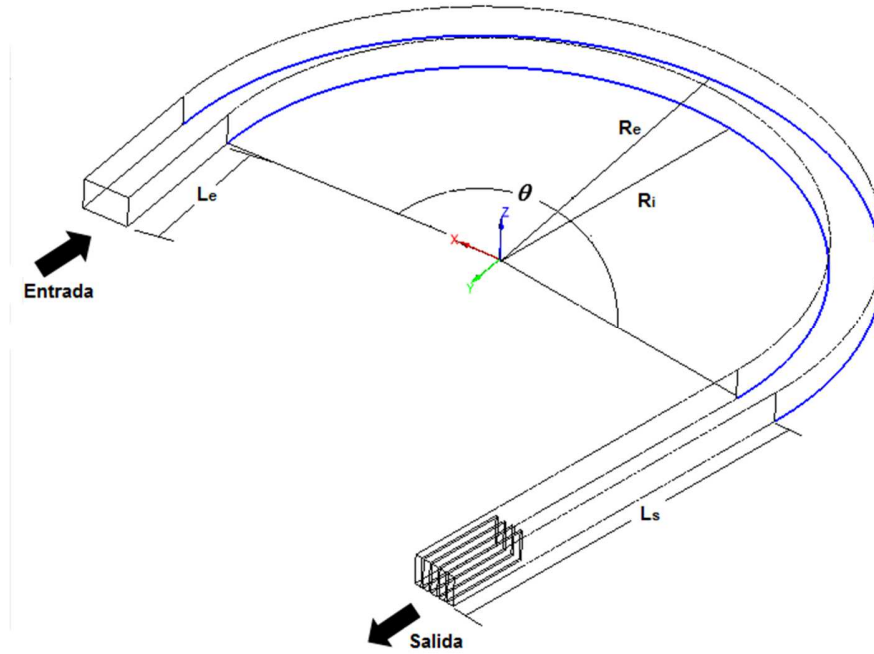
## 1.2 Geometría y condiciones del flujo

### 1.2.1 Geometría

Un canal curvo, para efectos de separación y en su forma simple consiste en un canal curvado entre dos tramos de canal recto, el de aguas arriba de la curva es de longitud  $L_e$ , la curva como tal, con ángulo de curvatura  $\theta$  y radio medio al eje  $R_m$  y termina nuevamente en un tramo recto con longitud  $L_s$ , como se muestra en la **Figura 1-1**.

---

<sup>1</sup> <http://hidropluviales.com/separador-hidrodinamico/>  
<http://www.urgarbi.eu/aguas-pluviales-tratamiento-downstream-defender.html#/?playlistId=0&videoId=0>  
<http://www.conteches.com/products/stormwater-management/treatment/cds>  
<http://fpmccann.co.uk/content/products/precast-concrete/drainage-water-management/storm-attenuation-systems/hydrodynamic>  
<https://www.armtec.com/product/vortechs/>  
<https://www.wateronline.com/doc/flo-gard-dual-vortex-hydrodynamic-separator-f-0001>  
<http://www.estormwater.com/hydrodynamic-separator>  
<https://www.armtec.com/wp-content/uploads/Stormwater-Treatment-Detention-Hydrodynamic-Separation.pdf>  
<https://www.udot.utah.gov/main/uconowner.gf?n=15622302991018900>



**Figura 1-1:** Geometría del canal curvo como separador hidrodinámico.

En la anterior figura  $R_e$ , el radio externo del canal, coincide con la pared externa del canal,  $R_i$  es el radio interno y coincide con la pared interna del canal,  $S_o$  es la pendiente longitudinal del canal medida generalmente para un radio medio  $R_m$ ,  $R_m = (R_e + R_i)/2$ ; y  $\theta$  es el ángulo de curvatura, incluso puede ser mayor a  $360^\circ$  formando lo que se conoce como una canaleta helicoidal. Las siguientes ecuaciones relacionan estas variables (Kapur and Meloy, 1998), (Kapur and Meloy, 1999), (Doheim et al., 2013).

$$P = 2\pi r_c \tan(\theta) \quad (1.1)$$

$$S_o = \frac{P}{2\pi r_c} = \tan(\theta) \quad (1.2)$$

$$W = (R_e - R_i) \quad (1.3)$$

$$x = r_c \sin(\theta) \quad (1.4)$$

$$y = r_c \cos(\theta) \quad (1.5)$$

$$z = \frac{P}{2\pi} \theta \quad (1.6)$$

$$R_a = \frac{r_c - R_i}{R_e - R_i} \quad (1.7)$$

$$N_c = \frac{R_m}{R_e - R_i} \quad (1.8)$$

$$F_{se} = \frac{H}{R_e - R_i} \quad (1.9)$$

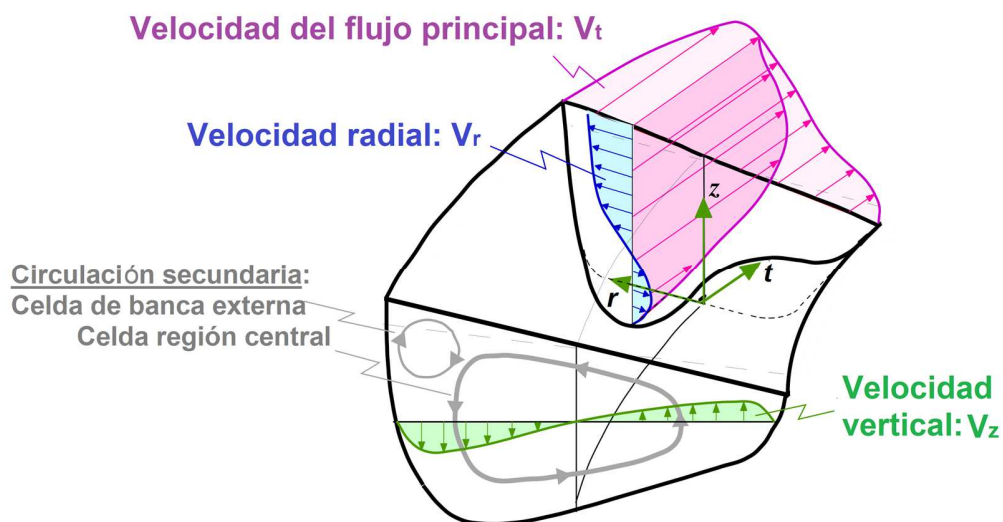
Los símbolos en ec. (1.1) a (1.9) tienen las siguientes definiciones:  $P$  es el paso de espiral del canal,  $r_c$  es el radio de un punto cualquiera dentro del canal;  $R_a$  es un radio

adimensional, útil para estudiar cambios de las variables en la sección transversal;  $N_C$  se conoce como número de curvatura, usado para clasificar los canales en suavemente curvados ( $N_C > 3$ ) y fuertemente curvados ( $N_C < 3$ );  $F_{Se}$  es el factor de sección para clasificar los canales en anchos o angostos;  $H$  es la altura total del nivel del flujo;  $W$  es el ancho del canal;  $x, y, z$  son las ecuaciones paramétricas de la geometría del canal en función del parámetro  $\theta$ .

### 1.2.2 Características del flujo en canales curvos

El flujo en canales curvos se caracteriza por la separación de flujo, presencia de flujos secundarios, pérdidas de energía y variaciones de la superficie del agua causada por la curvatura del canal. Las estructuras del flujo cerca de las zonas de separación y las celdas de flujo secundario en la curva, producen patrones tridimensionales altamente complejos (Han et al., 2011), (Song et al., 2012).

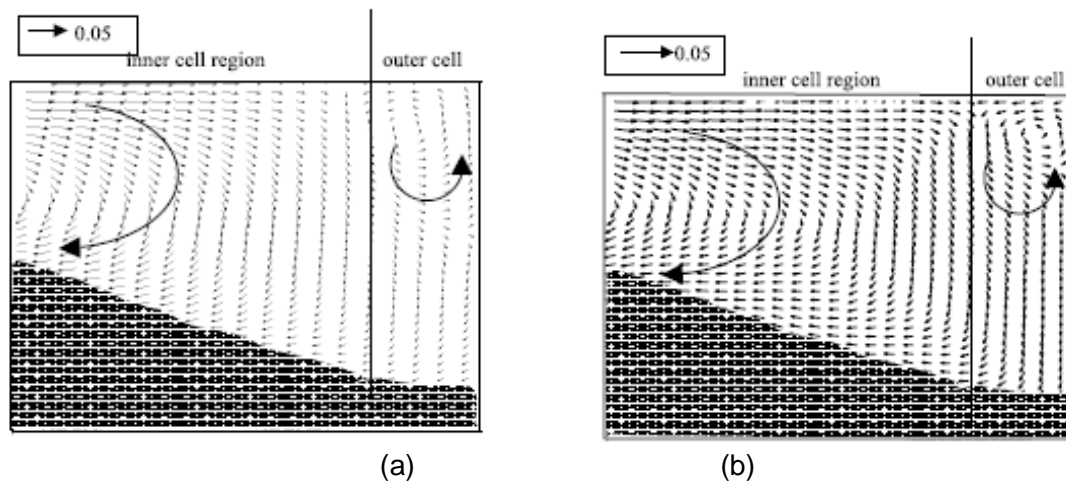
Cuando el flujo se mueve en un canal curvo, genera curvatura en sus líneas de corriente, produciendo lo que se denomina flujo secundario. El flujo secundario es básicamente el flujo que ocurre en el plano perpendicular al flujo principal, con movimiento en la dirección del flujo (un movimiento de sacacorchos), el cual se esquematiza en la Figura 1-2, e ilustra los perfiles típicos de las componentes de velocidad, la estructura del flujo secundario y la sobreelevación de la superficie libre, producidos por el efecto de la curvatura (Van Balen, 2010). En este flujo se produce un campo de velocidades compuestos por  $V_t$ ,  $V_r$ ,  $V_z$ , en las direcciones tangencial ( $t$ ), radial ( $r$ ) y axial ( $z$ ), respectivamente.



**Figura 1-2:** Estructura del flujo en un canal curvo. Adaptada de (Blanckaert, 2002).

La generación de flujo secundario en un canal curvo se explica de la siguiente manera, con base al concepto dado por (Van Balen, 2010). Debido a la presencia de superficie libre, la velocidad principal del flujo es mayor en la parte superior de la columna de agua. Como un resultado neto del efecto centrípeto actuando directamente sobre la velocidad principal del

flujo, el fluido es conducido hacia afuera, siendo más fuerte su efecto en la parte superior de la columna de agua. Como una consecuencia de la conservación de masa, el flujo cerca al fondo del canal es direccionado hacia la pared interna de la curva. Por lo tanto, esto induce un movimiento de flujo secundario en el plano de la sección transversal de la curva perpendicular al flujo principal o en sentido radial, que también produce advección al flujo principal. Este proceso, comúnmente referido como advección diferencial, causa que la velocidad principal sea más alta en la mitad externa de la curva que, trae consecuencias de socavación de la banca externa en el caso de canales naturales (Van Balen, 2010). La formación de la celda de circulación principal y la celda de circulación en la banca externa, han sido identificadas claramente mediante experimentación por (Blanckaert and Graf, 2001) y mediante simulación (Patel and Gill, 2011), (Patel et al., 2011). Estas celdas se observan en la Figura 1-3 (a,b), para un canal curvo con un lecho formado por depósito de sedimentos en la curva, con  $R_m=2.0\text{m}$ ,  $H=0.114\text{m}$ ,  $W=0.4\text{m}$   $V_t=0.38\text{m/s}$ , caudal líquido  $Q_L=0.017\text{m}^3/\text{s}$  y número de Reynolds  $Re=67300$ .



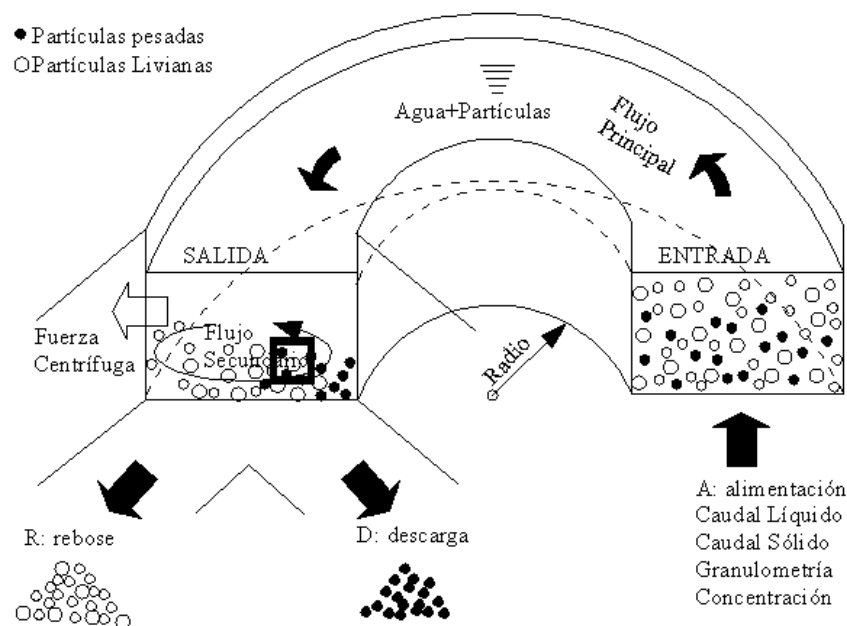
**Figura 1-3:** Flujo secundario en un canal curvo.

a) Celdas de circulación observadas (Blanckaert and Graf, 2001). b) Celdas de circulación simuladas con Fluent (Patel et al., 2011).

El flujo de partículas y fluido en un canal curvo, se caracteriza por ser un flujo multifase el cual cubre un amplio espectro de condiciones y aplicaciones (Doheim et al., 2013). Modelar numéricamente este flujo es un proceso complejo, ya que depende de las propiedades de las partículas (tamaño, forma, densidad, concentración y rugosidad); de las condiciones del flujo (caudal líquido y caudal sólido) y de la geometría del canal (radio, ángulo de curvatura, paso, pendiente, etc.).

El proceso de separación que sucede en un canal curvo se explica didácticamente con base en la Figura 1-4, en la cual se indica el flujo de partículas en una geometría curva simple, observándose el efecto de separación, donde las partículas más pesadas o más grandes, migran a la parte interna de la curva y las más livianas o más pequeñas, hacia la parte externa (Doheim et al., July 2008b). El fenómeno de separación en un conducto curvo no es fácil de generalizar ya que al revisar la separación de partículas usando microseparadores en tubos a presión, el efecto es contrario, las partículas de tamaño

mayor migran a la parte externa y las más pequeñas a la parte interna (Ookawara et al., 2006), (Kalteh et al., 2011), (Ookawara et al., 2010), (Kalteh et al., 2012). Por medio de tabiques (splitters) es posible hacer una separación de partículas pesadas de otras más livianas o la remoción de partículas contenidas en un medio fluido. Un dispositivo separador de canal curvo se compone de tres partes de interés que son: la alimentación (**A**), en la cual se introduce la mezcla de agua y partículas; el rebose (**R**), por donde se desecha los sólidos no utilizables o que no se pueden capturar y la descarga (**D**) por donde se recupera el material sólido utilizable o que se quiere extraer. Por lo general se consideran dos variables de respuesta de interés, ( $\eta_s$ ) y el reparto de agua ( $\Theta$ ) (Gómez, 2011).



**Figura 1-4:** Proceso de separación de partículas en un canal curvo. Adaptada de (Gómez, 2011).

### 1.2.3 Velocidad crítica de depósito

Se introduce este tema ya que el transporte de partículas sólidas dentro del canal, para efectos de separación, no debe producir depósito permanente en el fondo, ya que esto puede obstruir las salidas y perder la capacidad hidráulica del canal (seguramente también es posible producir separación de partículas con depósito de partículas), pero la condición recomendable es que las partículas se muevan en una condición de lecho incipiente, en el cual no existe depósito permanente y las partículas introducidas son evacuadas en su totalidad. Para garantizar esta condición se han propuesto varias ecuaciones empíricas y semi-empíricas, para estimar la velocidad media del flujo suficiente para que no haya deposición en el fondo del canal, conocida como velocidad crítica de depósito  $V_d$ .

$V_d$  es la velocidad media de la mezcla justo en el momento que se produce un depósito incipiente en el fondo del canal, el cual no forma lecho estacionario si no que se desliza sobre la superficie del fondo del canal. Los investigadores (Abulnaga, 2002) y (Gómez, 2009), presentan ecuaciones para encontrar la velocidad de depósito. Para el caso en el cual las viscosidades de la mezcla no se ven afectadas por las partículas se presenta las siguientes ecuaciones.

*Ecuación de Domínguez.*

$$V_d = 1.833 \left[ \frac{8 g R_H (\rho_s - \rho_m)}{\rho_m} \right]^{1/2} \left( \frac{d_{85}}{R_H} \right)^{0.158} \quad (1.10)$$

donde  $\rho_m$  ( $\text{kg/m}^3$ ) es la densidad de la mezcla la cual incluye la concentración de sólidos en el agua en volumen,  $\rho_s$  ( $\text{kg/m}^3$ ) es la densidad de los sólidos,  $R_H$  (m) es el radio hidráulico y  $d_{85}$  (m) es el diámetro de partícula por el cual pasa el 85% .

*Ecuación de Nalluri.*

$$V_d = \left[ 3.08 d_*^{-0.09} C^{0.21} \left( \frac{d_{50}}{R_H} \right)^{0.53} \left( 1.13 * f_w^{0.98} C^{0.02} d_*^{0.01} \right)^{-0.021} \right] \sqrt{(g \Delta_s d_{50})} \quad (1.11)$$

donde  $C$  es la concentración volumétrica en tanto por uno,  $d_*$  es el parámetro adimensional de partícula,  $\Delta_s$  es el parámetro adimensional de densidad,  $f_w$  coeficiente de fricción de Colebrook-White,  $d_{50}$  (m) es el diámetro de partícula por el cual pasa el 50% y  $g$  ( $\text{m/s}^2$ ) es la aceleración de la gravedad. Los valores de  $d_*$  y  $\Delta_s$  se calculan según metodología dada por (Cheng, 1997a) y (Cheng, 1997b) adaptada por (Gómez, 2009).

El inconveniente con estas ecuaciones es que son empíricas, con base en datos experimentales de sedimentos naturales, con una densidad promedio de  $2650 \text{ kg/m}^3$ , lo cual restringe su aplicación a otros materiales. Para materiales con otras densidades su aplicación se debe hacer con cautela, y posiblemente, se deban corregir las constantes.

### 1.3 Intensidad de la circulación secundaria

En la literatura se han reportado varios criterios que pueden ser usados para cuantificar la intensidad de circulación secundaria (ICS) del flujo en remolino en diferentes fenómenos físicos, desde electromagnetismo hasta flujo de aire caliente en quemadores. Aunque son muy pocas las investigaciones en que se reportan aplicaciones directas de estos criterios sobre el flujo secundario en conductos curvos, sirven de guía para plantear criterios modificados para cuantificar la (ICS) en canales curvos. A continuación, se aborda cada uno de estos conceptos y se propone la modificación para usarlos en esta investigación.

Teniendo en cuenta que el flujo vortical posee estructuras complejas, se pueden establecer unos criterios más simplificados para su cuantificación. La intensidad de flujo secundario en cada sección transversal es posible asimilarla al concepto de ICS según lo exponen (Stranden, 2007) y (Han et al., 2011) y mediante el concepto de helicidad (Moffatt, 1969) y (Moffatt and Tsinober, 1992).



### 1.3.1 Helicidad

Dado que el flujo en la curva se caracteriza por la presencia de corrientes secundarias transversales, se evalúa el concepto de helicidad para caracterizar de manera simplificada el comportamiento de este flujo.

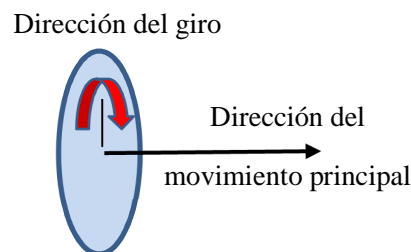
Este concepto fue introducido en hidrodinámica por primera vez por (Moffatt, 1969) para estudiar flujo vortical, el cual ha venido siendo actualizado por (Moffatt and Tsinober, 1992) y (Moffatt, 2014). Matemáticamente la helicidad ( $H_e$ ) se expresa como:

$$H_e = (\nabla \times \vec{V}) \cdot \vec{V} \quad (1.12)$$

En ec. (1.12) el término  $H_e$  se conoce como la densidad de helicidad del flujo y es el producto del rotacional  $\omega$  ( $\omega = \nabla \times \vec{V}$ ) por el vector velocidad ( $\vec{V}$ ),  $\omega$  actúa en un punto infinitesimal del flujo. La helicidad se define también como el producto escalar entre la velocidad y su rotor, es una magnitud de gran importancia también en el estudio de los flujos turbulentos (Imazio and Carolina, 2014). La ICS ( $I_h$ ), se evalúa con ec. (1.13), en forma de una integral de volumen de la helicidad.

$$I_h = \int_{\forall} H_e d^3x \quad (1.13)$$

Tanto  $H_e$  como  $I_h$  son cantidades pseudo-escalares, ya que tiene implícita una dirección de giro, por ejemplo cambian de signo según el marco de referencia de la regla de la mano derecha o de la mano izquierda (Moffatt and Tsinober, 1992). Si  $H_e$  se da en valor absoluto se obtiene un valor  $I_h$  absoluto, que es el valor generalmente calculado en hidrodinámica, pero también se puede tener en cuenta el signo de  $H_e$  y nos produce un valor de  $I_h$  neto. Un ejemplo práctico de entender la helicidad es el de un reloj lanzado de frente: en un marco de referencia de la regla de mano izquierda tendría signo positivo, como lo ilustra la Figura 1-5, la flecha roja sobre el círculo indica el giro o dirección del giro de la partícula (spin) y la flecha negra dirección del movimiento principal, en dirección del giro de un reloj con la regla de la mano derecha la helicidad se considera negativa. Físicamente, se entiende la helicidad como una medida del grado de anudamiento y/o enlace de las líneas de vórtice del flujo (Moffatt, 2014).



**Figura 1-5:** Significado gráfico del movimiento y giro de la helicidad.

La helicidad ha sido usada para evaluar la ICS en el trabajo realizado por (Bai et al., 2014), quienes estudian la evolución del flujo secundario a través de una canal de 180° de curvatura, evaluando la magnitud de la helicidad; de su trabajo se puede inferir que al evaluar la evolución de la helicidad en función del ángulo de curvatura ( $\theta$ ), ésta toma valores bajos al inicio de la curva del canal, luego adquiere un valor máximo entre 60° y 70° de curvatura, para terminar con un valor decreciente al final de la curva; este resultado adquiere interés si se mira desde el punto de vista de separación de partículas, ya que la ICS en su punto máximo, puede llegar a tener cierta relación con la eficiencia de separación. La helicidad también ha sido usada en el estudio del transporte de escalares pasivos en turbulencia rotante (Imazio and Carolina, 2014), en investigaciones del flujo cardiovascular donde se ha observado flujo helicoidal en arterias (Shadden and Arzani, 2015), en el estudio de fluidos en microdispositivos con base en conductos curvos para estudiar la forma de los vórtices y la entropía (Mastrangelo et al., 2009).

Adicionalmente al concepto de helicidad, se ha planteado el concepto de helicidad local normalizada (LNH), por sus siglas en inglés, donde la helicidad distribuida se divide por la magnitud de la vorticidad y de la velocidad, resultando la siguiente expresión:

$$LNH = \frac{(\nabla \times \vec{V}) \cdot \vec{V}}{\|(\nabla \times \vec{V})\| \|\vec{V}\|} \quad (1.14)$$

Obsérvese que el valor de  $LNH$  corresponde al coseno del ángulo que forman el vector vorticidad y el vector velocidad. Si  $LNH$  es uno (1.0) cuando el flujo es puramente helicoidal y es cero cuando el flujo es axial o tangencial o en términos generales cuando la vorticidad es nula u ortogonal a la velocidad (Mastrangelo et al., 2009). Cuando se tienen datos discretos, producto de modelación numérica de los campos de velocidad, la  $LNH$ , se puede integrar en la superficie de interés obteniéndose una helicidad promedio  $LNHp$ , dada como:

$$LNHp = \frac{1}{A} \int_A \frac{(\nabla \times \vec{V}) \cdot \vec{V}}{\|(\nabla \times \vec{V})\| \|\vec{V}\|} dA \quad (1.15)$$

Donde  $A$  es el área donde se desea conocer la helicidad promedio, que puede ser una sección transversal en un canal; donde  $dA$  es el diferencial de área o el área de cada celda de la malla.

Al relacionar la helicidad con las propiedades del flujo, cuantificados en el número de Reynolds ( $Re$ ) y el número de Dean ( $De$ ), se ha encontrado que cuando  $De$  aumenta,  $LNH$ , ec. (1.15), también se incrementa y cuando  $Re$  aumenta también lo hace la  $l_h$ , ec. (1.13), (Mastrangelo et al., 2009), (Bai et al., 2014).

### 1.3.2 Intensidad de flujo secundario

Como una medida de la fuerza de la circulación secundaria, también se usa el concepto de *intensidad del flujo secundario* ( $I_s$ ). Para cuantificar la ICS se han propuesto varias ecuaciones. Autores como (Agaccioglu and Yüksel, 1998) definen la intensidad como la relación de la energía cinética media del movimiento lateral (radial) a la energía cinética total del flujo, en una sección transversal dada. Su aplicación se puede consultar también en (Stranden, 2007) y se cuantifica según la siguiente ecuación:

$$I_s = \frac{V_r^2}{U^2} \quad (1.16)$$

donde  $U$  es la velocidad media en sentido del flujo principal. Para calcular la anterior ecuación se utiliza el área perpendicular al flujo para las dos velocidades, así (Ghobadian and Mohammadi, 2011) la presentan de la siguiente manera:

$$I_{SG} = \frac{\int V_r^2 dA}{\int V_t^2 dA} \quad (1.17)$$

Los investigadores (Han et al., 2011) proporcionan un criterio más robusto para estimar la ICS:

$$I_{Han} = \frac{1}{R_H^2 U_A^2} \int_0^H \int_0^W (V_m^2) dW dZ \quad (1.18)$$

Donde,  $R_H$  el radio hidráulico,  $U_A$  es la velocidad media del flujo principal a la entrada del canal o en la alimentación; los diferenciales  $dW$  y  $dZ$ , corresponden a la dirección horizontal y ortogonal al fondo, respectivamente y  $V_m$  es la velocidad meridional, la cual se calcula como la magnitud de los vectores de velocidad en la sección transversal de interés, como  $V_m = \sqrt{(V_z^2 + V_r^2)}$  (Patel et al., 2011).

Según lo analizado en la literatura, la ICS se incrementa linealmente con la relación ancho-radio ( $W/R_m$ ) para canales medianamente curvados, aunque dicha tendencia no es muy clara para flujos fuertemente curvados (Blanckaert et al., 2003). El investigador (Van Balen, 2010), analiza la ICS en un canal fuertemente curvado, encontrando que la intensidad tiende a crecer cuando se incrementa la relación ( $H/R_m$ ) cuando estudiaba el flujo con depósito de sedimentos en un canal curvo para entender la dinámica de ríos meándricos. El autor (Stranden, 2007) encuentra que  $I_s$  decrece con el incremento en el factor de sección ( $W/H$ ), pero solo para valores altos del factor de sección; para valores bajos (canales profundos) observa lo contrario, en contraposición con lo reportado en otras investigaciones, lo que demuestra la gran variabilidad del flujo en canales curvos. En este sentido se han realizado varias investigaciones de la ICS, a pesar de que su enfoque es hacia la hidráulica fluvial, las cuales proporcionan las bases para establecer las magnitudes que pueden explicar el fenómeno estudiado (Blanckaert et al., 2003).

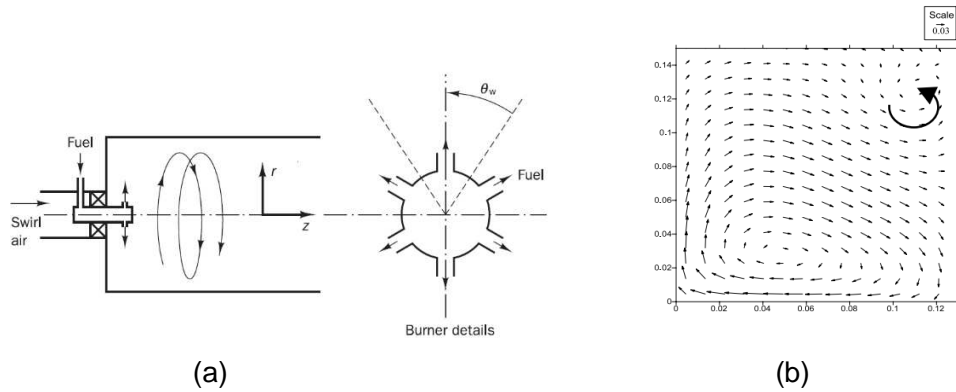
La ICS es una de las variables de respuesta para analizar el fenómeno de separación de partículas, ya que se quiere establecer la relación de esta variable con las eficiencias de separación; una vez conocida esta relación, se responderá el interrogante de si es posible establecer la ICS para agua clara como un criterio de optimización de separadores hidrodinámicos basados en la geometría de canal curvo. Autores como Han (Han et al., 2011), presentan datos experimentales de  $I_{Han}$  en función del ángulo de curvatura, medidos con Laser Doppler Velocimetry y (Stranden, 2007) presentan datos de  $I_{SG}$  simulados con el software MITgcm (<http://mitgcm.org/> usado para el estudio del océano, atmósfera y clima), para varios ángulos de curvatura y relaciones de aspecto ( $W/H$ ). Otros criterios para cuantificar la intensidad del flujo secundario se podrían adaptar del estudio de conductos curvos a presión (Munekata et al., 2010).

### 1.3.3 Número de Remolino

Muchos flujos importantes en ingeniería implican remolinos o rotación. Los flujos de remolino son comunes en la combustión, introduciendo remolinos en los quemadores y los combustores con el fin de aumentar el tiempo de residencia y estabilizar el patrón de flujo. También se encuentran flujos giratorios en turbomáquinas, tanques de mezcla y una variedad de otras aplicaciones (Ansys Inc. Fluent, 2016b). Para estimar el grado de rotación o giro del patrón de flujo que puede ser laminar o turbulento, se ha propuesto el número de remolino ( $Sn$ ). Existen diferentes expresiones matemáticas en la literatura. El  $Sn$  se define como la relación entre el flujo axial de momentum angular y el flujo axial de momentum axial, se expresa matemáticamente como (Ansys Inc. Fluent, 2016b):

$$Sn = \frac{\int r w (\vec{V} \cdot \hat{n}) dA}{R_H \int v_z (\vec{V} \cdot \hat{n}) dA} \quad (1.19)$$

donde  $R_H$  es el radio hidráulico u otra longitud característica,  $v_z$  es la velocidad en dirección principal del flujo,  $w$  es la velocidad tangencial del remolino,  $\hat{n}$  es un vector unitario ortogonal a la superficie,  $\vec{V}$  es el vector velocidad,  $dA$  es un diferencial de área y  $r$  es la coordenada radial (específicamente es la distancia radial desde el eje de rotación), ver convenciones de la Figura 1-6 (b). La componente de  $\vec{V}$  normal a la superficie es el producto punto entre  $\vec{V} \cdot \hat{n}$ . También se puede dar la siguiente equivalencia  $\int \vec{V} \cdot d\vec{A} = \int (\vec{V} \cdot \hat{n}) dA$ ,  $d\vec{A}$  es un vector de área diferencial, que puede ser reescrito como  $d\vec{A} = \hat{n} dA$  (Rogan and Muñoz, 2017).



**Figura 1-6:** Geometrías de flujo con vórtices.

(a) Dispositivo de flujo axial en un quemador adaptado de (Versteeg and Malalasekera, 2007). (b) Flujo en remolino en una sección transversal a 45° de curvatura y caudal de 0.015m<sup>3</sup>/s (Patel and Gill, 2011).

La dificultad en la aplicación de  $Sn$  en flujo vortical en un canal curvo es que la determinación del centro del vórtice es muy compleja y la forma del vórtice no es simétrica, a diferencia del sistema de quemadores o flujo en turbo máquinas, donde la geometría del giro es bien conocida. En la Figura 1-6 (a) se muestra el flujo en un quemador industrial

donde en la dirección  $z$  se mueve el flujo axial y el giro del vórtice es simétrico en torno al eje  $z$ , lo cual facilita la aplicación de las ecuaciones propuestas para su evaluación. En el flujo vortical en una sección transversal del canal curvo, por el contrario, Figura 1-6 (b), el centro del vórtice es difícil de establecer y la forma del vórtice es asimétrica, por lo general de forma elipsoidal, incluso vórtices de diámetro pequeño contenidos en un vórtice de diámetro más grande; adicionalmente, existen por lo general más de un vórtice en la misma sección transversal lo que dificulta definir un valor medio de  $S_n$  para toda la sección transversal.

## 1.4 Modelos matemáticos

La literatura reporta cuatro tipos de modelos matemáticos que se usan en la modelación del flujo bifásico para el estudio de la distribución de concentraciones y tamaños de partículas dentro del flujo: (1) el modelo *Euleriano-Euleriano* (E-E) basado en las ecuaciones de conservación de masa y cantidad de movimiento, incluyendo la aproximación para flujo bifásico (Ookawara et al., 2006), (Ookawara et al., 2008), (Meier et al., 2011), (Ansys Inc., 2012); (2) El modelo *Euleriano-Lagrangiano* (E-L) resultante de aplicar la segunda ley de Newton a una partícula en movimiento y que acoplado con la hidrodinámica en un marco de referencia euleriano, permite conocer la trayectoria de las partículas dentro de un fluido en movimiento (Gao et al., 2002); (3) un modelo simplificado a partir del modelo E-E denominado *Algebraic slip model* el cual permite conocer la concentración de las partículas dentro del fluido (ASM) (Manninen et al., 1996), (Ling et al., 2003) (Goldschmit and Venturini, 2004) y; (4) el modelo *algebraico* (MA) deducido a partir de aplicar el balance de fuerzas que actúan sobre una partícula en equilibrio inmersa en un fluido donde la sumatoria de fuerzas se hace igual a cero. Este último modelo no permite calcular trayectorias y solo se puede aplicar a una sección transversal del canal cuando el flujo haya alcanzado un estado permanente y uniforme (Kapur and Meloy, 1998) (Kapur and Meloy, 1999), (Das et al., 2007).

Para el cálculo del nivel de la superficie del agua y los campos de velocidad, está el modelo de volumen de fluido (VOF) desarrollado por Hirt and Nichols (Hirt and Nichols, 1981) y que está incorporado en el software Fluent de Ansys Inc. y el modelo (EEH) incorporado en el software CFX code de Ansys Inc., el cual es análogo al modelo VOF (Godderidge et al., 2008). Además, existe una aproximación para calcular los campos de velocidad, sin tener que usar un modelo bifásico en canales abiertos, denominada aproximación de tapa rígida (*Rigid Lid Approach, RLA*) la cual permite, con ciertas aproximaciones, colocar la superficie del agua como si fuera una frontera en el dominio computacional, con la limitación de que se necesita conocer inicialmente la profundidad del agua, la cual, en muchos casos en experimentación numérica, es desconocida (Bai et al., 2014).

### 1.4.1 Modelo Euleriano-Euleriano Homogéneo

Este modelo fue planteado para encontrar la superficie de contacto entre dos fluidos, útil para el estudio de flujo en canales abiertos y su aplicación es reportada por varios autores, (Igreja, 2007), (Vidriales, 2007), (Godderidge et al., 2008), (Castillo and Carrillo, 2011) e incluido en el manual de Ansys (Ansys Inc., 2012). El grupo principal de ecuaciones está conformado por las ecuaciones de conservación de masa y conservación de momentum, como se describe a continuación (Igreja, 2007), (Ansys Inc., 2012).

La ecuación de conservación de masa total es:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (1.20)$$

Donde,  $\vec{V}$  el vector de velocidades en x, y, z. La ecuación de conservación de cantidad de movimiento, en forma vectorial, es:

$$\frac{\partial (\rho \vec{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V} \otimes \vec{V}) = \nabla \cdot \left[ -p \cdot \delta + \mu \left( \nabla \otimes \vec{V} + (\nabla \otimes \vec{V})^T \right) \right] + \overline{S_M} \quad (1.21)$$

Donde,  $p$  es la presión; el término  $\overline{S_M}$ , representa la fuente de cantidad de movimiento debido a las fuerzas externas, la gravedad en este caso, y es dado como:

$$\overline{S_M} = (\rho - \rho_{ref}) \cdot g \quad (1.22)$$

Donde  $\rho_{ref}$ , es la densidad de referencia. Si se está simulando agua y aire,  $\rho_{ref}$  es igual a la densidad del aire. La ecuación de conservación de masa para dos fases,  $\alpha$  y  $\beta$ , es:

$$\frac{\partial (r_\alpha \cdot \rho)}{\partial t} + \nabla \cdot (r_\alpha \cdot \rho \cdot \vec{V}) = 0 \quad (1.23)$$

$$\frac{\partial (r_\beta \cdot \rho)}{\partial t} + \nabla \cdot (r_\beta \cdot \rho \cdot \vec{V}) = 0 \quad (1.24)$$

Con  $r_\alpha$  como la fracción en volumen de la fase  $\alpha$ ,  $r_\beta$  como la fracción en volumen de la fase  $\beta$ ,  $\mu$  y  $\rho$  son la viscosidad dinámica y densidad de la mezcla ponderada en fracción del volumen, evaluadas como:

$$\rho = \rho_\alpha \cdot r_\alpha + \rho_\beta \cdot r_\beta \quad (1.25)$$

$$\mu = \mu_\alpha \cdot r_\alpha + \mu_\beta \cdot r_\beta \quad (1.26)$$

La ecuación de conservación del volumen, es:

$$r_\alpha + r_\beta = 1 \quad (1.27)$$

En el modelo matemático se tiene seis ecuaciones, de las cuales 5 corresponden a ecuaciones diferenciales, tres ecuaciones correspondientes a cada eje x, y, z, dos ecuaciones correspondientes a la conservación de masa para cada una de las fracciones y una ecuación de conservación de volumen. Por otra parte, se tienen seis incógnitas ( $p$ ,  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$ ,  $r_\alpha$ ,  $r_\beta$ ).

Si se compara con el modelo matemático E-E, para dos fases, se observa que el modelo homogéneo es una simplificación del modelo general E-E, donde las ecuaciones se solucionan para un solo campo de velocidades para las dos fases y sometido al mismo efecto de las presiones, con la ventaja de que necesita menos esfuerzo computacional.

### 1.4.2 Modelo Euleriano Lagrangiano

El flujo bifásico de agua y partículas es comúnmente simulado numéricamente con la aproximación Euler-Lagrange (E-L), en la cual las dos fases son solucionadas en dos marcos de referencia diferentes. La fase continua será solucionada en el marco de referencia Euleriano usando las ecuaciones de conservación de masa y momentum. La

fase dispersa se soluciona en el marco de referencia Lagrangiano (Ookawara et al., 2007), (Alletto and Breuer, 2013).

Cuando una partícula se mueve dentro de un fluido, las principales fuerzas que actúan sobre la partícula son: fuerza másica de boyamiento ( $F_B$ ) la cual es proporcional a la masa de la partícula, la fuerza de arrastre ( $F_D$ ), la fuerza debido a la rotación del dominio (fuerza de Coriolis y Centrípeto) ( $F_R$ ), la fuerza de presión ( $F_P$ ), la fuerzas de masa virtual ( $F_{VM}$ ) y la fuerzas de Bassett ( $F_{BA}$ ), esta última no está incluida en el código CFX ni Fluent de Ansys Inc. Dependiendo del fenómeno estudiado es posible incluir otras fuerzas como fuerza de dispersión turbulenta ( $F_{DT}$ ), la fuerza de Saffman ( $F_S$ ), de movimiento Browniano ( $F_{MB}$ ) o fuerzas de Bagnold ( $F_{BG}$ ) (Ansys Inc. CFX, 2016a), (Das et al., 2007). La formulación matemática del modelo E-L se escribe como:

$$m_p \frac{d\vec{U}_p}{dt} = \vec{F}_D + \vec{F}_B + \vec{F}_R + \vec{F}_{MV} + \vec{F}_P + \vec{F}_{BA} \quad (1.28)$$

la cual, al remplazar cada una de las fuerzas mencionadas anteriormente, excluyendo la  $F_{BA}$  se obtiene:

$$m_p \frac{d\vec{U}_p}{dt} = \frac{C_D \rho_f A_p}{2} |\vec{U}_r| \vec{U}_r - \frac{\pi}{6} d_p^3 g (\rho_p - \rho_f) + \quad (1.29)$$

$$m_p (-2\vec{\Omega} \times \vec{U}_p - \vec{\Omega} \times \vec{\Omega} \times \vec{r}_p) + C_{VM} m_f \frac{d}{dt} (\vec{U}_f - \vec{U}_p) - \frac{m_f}{\rho_f} \nabla p$$

Donde,  $m_p$  es la masa de la partícula,  $\vec{U}_p$  es el vector de velocidades de la partícula,  $\rho_f$  es la densidad del fluido,  $\rho_p$  es la densidad de la partícula,  $A_p$  es el área proyectada de la partícula,  $\vec{U}_r$  es el vector de la velocidad de deslizamiento o velocidad relativa entre fluido y partícula, dada como  $\vec{U}_r = \vec{U}_f - \vec{U}_p$ ,  $d_p$  es el diámetro de la partícula,  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $\vec{\Omega}$  es el vector de rotación con dirección axial,  $\vec{r}_p$  es el vector de localización de la partícula,  $C_{VM}$  es el coeficiente de masa virtual,  $m_f$  es la masa del fluido,  $\vec{U}_f$  es el vector de la velocidad del fluido,  $\nabla p$  es el gradiente de presión. El primer término del lado derecho de la ec. (1.29), representa la fuerza de arrastre de las partículas, donde el coeficiente de arrastre  $C_D$  se puede calcular por medio de alguna correlación que aplique a un rango de partículas deseado. El segundo término representa la fuerza de flotación o boyancia. El tercer término expresa la fuerza debido a rotación del dominio, compuesta por la fuerza de Coriolis (primer término en el paréntesis) y la fuerza centrífuga (segundo término en el paréntesis). El cuarto término expresa la fuerza de masa virtual requerida para acelerar el fluido circundante sobre la partícula. El último término representa la fuerza debida al gradiente de presión en el fluido. Este modelo acoplado con las ecuaciones de conservación de masa y de momentum, proporciona el campo de velocidades de las fases y la trayectoria de las partículas, con lo cual se puede calcular la distribución de concentraciones, la distribución de tamaños de partículas, el caudal de sólidos y la eficiencia de separación que puede ocurrir en una sección transversal del canal. El modelo Lagrangiano incorporado en el código CFX es descrito en detalle por (Chiti, 2008), quien lo utilizó para estudiar el movimiento de las partículas en un agitador Vessel, detallando la importancia de cada una de las fuerzas, dependiendo el fenómeno estudiado.

Con respecto a la influencia que puede tener cada una de las fuerzas sobre la trayectoria de la partícula, Patel (Patel and Gill, 2011) proporcionan algunos criterios para simplificar la ec. (1.29). En este sentido, se puede decir que la fuerza de gradiente de presión tiene

fase dispersa se soluciona en el marco de referencia Lagrangiano (Ookawara et al., 2007), (Alletto and Breuer, 2013).

Cuando una partícula se mueve dentro de un fluido, las principales fuerzas que actúan sobre la partícula son: fuerza másica de boyamiento ( $F_B$ ) la cual es proporcional a la masa de la partícula, la fuerza de arrastre ( $F_D$ ), la fuerza debido a la rotación del dominio (fuerza de Coriolis y Centrípeto) ( $F_R$ ), la fuerza de presión ( $F_P$ ), la fuerzas de masa virtual ( $F_{VM}$ ) y la fuerzas de Bassett ( $F_{BA}$ ), esta última no está incluida en el código CFX ni Fluent de Ansys Inc. Dependiendo del fenómeno estudiado es posible incluir otras fuerzas como fuerza de dispersión turbulenta ( $F_{DT}$ ), la fuerza de Saffman ( $F_S$ ), de movimiento Brogniano ( $F_{MB}$ ) o fuerzas de Bagnold ( $F_{BG}$ ) (Ansys Inc. CFX, 2016a), (Das et al., 2007). La formulación matemática del modelo E-L se escribe como:

$$m_p \frac{d\vec{U}_p}{dt} = \vec{F}_D + \vec{F}_B + \vec{F}_R + \vec{F}_{MV} + \vec{F}_P + \vec{F}_{BA} \quad (1.28)$$

la cual, al remplazar cada una de las fuerzas mencionadas anteriormente, excluyendo la  $F_{BA}$  se obtiene:

$$m_p \frac{d\vec{U}_p}{dt} = \frac{C_D \rho_f A_p}{2} |\vec{U}_r| \vec{U}_r - \frac{\pi}{6} d_p^3 g (\rho_p - \rho_f) + \quad (1.29)$$

$$m_p (-2\Omega \times \vec{U}_p - \Omega \times \Omega \times \vec{r}_p) + C_{VM} m_f \frac{d}{dt} (\vec{U}_f - \vec{U}_p) - \frac{m_f}{\rho_f} \nabla p$$

Donde,  $m_p$  es la masa de la partícula,  $\vec{U}_p$  es el vector de velocidades de la partícula,  $\rho_f$  es la densidad del fluido,  $\rho_p$  es la densidad de la partícula,  $A_p$  es el área proyectada de la partícula,  $\vec{U}_r$  es el vector de la velocidad de deslizamiento o velocidad relativa entre fluido y partícula, dada como  $\vec{U}_r = \vec{U}_f - \vec{U}_p$ ,  $d_p$  es el diámetro de la partícula,  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $\Omega$  es el vector de rotación con dirección axial,  $\vec{r}_p$  es el vector de localización de la partícula,  $C_{VM}$  es el coeficiente de masa virtual,  $m_f$  es la masa del fluido,  $\vec{U}_f$  es el vector de la velocidad del fluido,  $\nabla p$  es el gradiente de presión. El primer término del lado derecho de la ec. (1.29), representa la fuerza de arrastre de las partículas, donde el coeficiente de arrastre  $C_D$  se puede calcular por medio de alguna correlación que aplique a un rango de partículas deseado. El segundo término representa la fuerza de flotación o boyancia. El tercer término expresa la fuerza debido a rotación del dominio, compuesta por la fuerza de Coriolis (primer término en el paréntesis) y la fuerza centrífuga (segundo término en el paréntesis). El cuarto término expresa la fuerza de masa virtual requerida para acelerar el fluido circundante sobre la partícula. El último término representa la fuerza debida al gradiente de presión en el fluido. Este modelo acoplado con las ecuaciones de conservación de masa y de momentum, proporciona el campo de velocidades de las fases y la trayectoria de las partículas, con lo cual se puede calcular la distribución de concentraciones, la distribución de tamaños de partículas, el caudal de sólidos y la eficiencia de separación que puede ocurrir en una sección transversal del canal. El modelo Lagrangiano incorporado en el código CFX es descrito en detalle por (Chiti, 2008), quien lo utilizó para estudiar el movimiento de las partículas en un agitador Vessel, detallando la importancia de cada una de las fuerzas, dependiendo el fenómeno estudiado.

Con respecto a la influencia que puede tener cada una de las fuerzas sobre la trayectoria de la partícula, Patel (Patel and Gill, 2011) proporcionan algunos criterios para simplificar la ec. (1.29). En este sentido, se puede decir que la fuerza de gradiente de presión tiene



influencia cuando la densidad de la partícula es pequeña o igual a la del fluido; la fuerza de masa virtual sólo es importante cuando la densidad de la fase continua es del mismo orden o mayor que la densidad de la fase discreta. Al no haber un marco de referencia rotacional, la fuerza centrífuga y de Coriolis pueden ignorarse. Adicionalmente, (Liang and Michaelides, 1992) encontraron que la fuerza de Basset puede despreciarse en la ecuación de movimiento de la partícula sólo cuando la relación de densidad del fluido a la densidad de partícula es muy alta. En este sentido, la ec. (1.19) solo estaría conformada por los dos primeros términos del lado derecho. Más detalles teóricos del modelo se presentan en el manual de (Xu and Yu, 1997), y (Li, 2009). (Li, 2009), Ansys (Ansys Inc., 2012) presentan un análisis detallado de las fuerzas que intervienen en el movimiento de la partícula dentro del fluido, en procesos de separación en separadores hidrodinámicos de vórtice.

La fuerza de dispersión turbulenta, la fuerza de Saffman, la fuerza por efecto Magnus y la fuerza de Basset, son descritas en detalle por (Rizkalla, 2007); quien además presenta criterios para determinar en qué casos una fuerza contribuye al transporte de partículas en un fluido continuo. En este sentido con respecto a la contribución de la fuerza de Basset se ha probado que es no significativa y no compensa el enorme esfuerzo computacional que demanda su implementación. Con respecto a la fuerza de dispersión turbulenta, anota, que se vuelve importante para partículas pequeñas (e.j. partículas trazadoras); a partir de estudios experimentales, las partículas pequeñas disminuyen la intensidad turbulenta del fluido y las partículas de mayor tamaño, (más grandes que algún número de Reynolds de partícula crítico), aumentan la intensidad de la turbulencia; ambos mecanismos están fuertemente afectados por la concentración de partículas. Sobre la fuerza de Saffman se afirma que es importante cuando las partículas viajan sumergidas dentro de la capa límite, las cuales experimentan efecto del gradiente de velocidad y de la fuerza de elevación por cizallamiento. Sobre el efecto Magnus, este produce una fuerza que es al menos un orden de magnitud menor que la de la fuerza de Saffman (Rizkalla, 2007).

La separación sólido-líquido en un canal curvado se puede comparar con la realizada por un separador de vórtice (Li, 2009) en el cual el campo de flujo rotacional es generado por la transferencia de momentum desde el flujo de entrada, la velocidad tangencial generada es pequeña y, por lo tanto, el efecto centrífugo no es muy fuerte. En este sentido se explica la ecuación planteada por Ookawara (Ookawara et al., 2007) quienes no incluyen las fuerzas en un marco rotacional en su análisis, la cual se escribe como:

$$m_p \frac{d\vec{U}_p}{dt} = \frac{C_D \rho_f A_p}{2} |\vec{U}_r| \vec{U}_r - \frac{\pi}{6} d_p^3 g (\rho_p - \rho_f) + C_{VM} m_f \frac{d}{dt} (\vec{U}_f - \vec{U}_p) - \frac{m_f}{\rho_f} \nabla p \quad (1.30)$$

Se ha encontrado que la ecuación simplificada, ec. (1.30), explica razonablemente bien el fenómeno de transporte de una partícula en un campo de flujo en un canal curvo (Patel and Gill, 2011). Para incluir el efecto de la turbulencia sobre las partículas en la ecuación (1.30), es necesario descomponer la velocidad instantánea del fluido, en su velocidad media y su fluctuación, dada como  $\vec{U}_f = \vec{U} + \vec{U}'_f$ ,  $\vec{U}$  es el vector de la velocidad media y  $\vec{U}'_f$  es el vector de las fluctuación de velocidad, calculada en función de la energía cinética turbulenta ( $\kappa$ ) y la tasa de disipación de energía turbulenta ( $\epsilon$ ), correspondientes a la solución numérica del medio continuo, afectando a  $\vec{U}'_f$  por un número aleatorio normalmente distribuido, el cual cuantifica la aleatoriedad de la turbulencia sobre un valor

medio (Ipate and Casandriou, 2007), (sección 6.2.6. Turbulence in Particle Tracking, theory guide CFX, Ansys Inc. Version 16.2).

Los autores (Brüggel, 2011) y (Barker, 2012), presentan los algoritmos numéricos para la solución del modelo E-L, en lo que se conoce como "*Lagrangian particle tracking*", los cuales consisten en la integración de la ec.(1.28), dentro de un marco de referencia E-L.

### 1.4.3 Modelo con la Aproximación "*Rigid Lid*"

En una modelación de flujo a superficie libre para comparar con datos experimentales, estudios de separación de flujo y flujo secundario, realizada por (Pavanelli, 2014), se reportan cuatro tratamientos para la superficie libre: Rigid Lid Approach (RLA), Porosity concept (POR), Height Of Liquids (HOL) concept y Volume Of Fluids (VOF) method, solucionados con los códigos Phoenix y Fluent. Estos métodos son tratados también en (Ramamurthy et al., 2013).

Teniendo en cuenta que los modelos matemáticos bifásicos tienen algunas desventajas como la mayor complejidad al momento de configurar los forzadores, la dificultad de lograr convergencias aceptables y la mayor capacidad computacional, se analiza en este estudio la opción de incluir el modelo de una sola fase con el cual se pueda obtener el campo de velocidades de un fenómeno físico bifásico dependiendo de las condiciones dadas como el caso de un flujo en canales abiertos donde las dos fases son agua y aire, la opción (RLA) es aplicable (Leupi and Altinakar, 2005). Esta opción consiste en simular la interface agua-aire como una frontera sólida conocida, con algún tipo de deslizamiento, libre de cortante, donde la velocidad axial y las derivadas de las otras variables con respecto a  $z$ , son cero; ( $\partial/\partial z=0$ ) (Wang et al., 2012). Con estas restricciones se encuentra la solución numérica de las ecuaciones RANS acoplando algún modelo de turbulencia, para flujo de una sola fase; obteniéndose el campo de velocidades buscado. La desventaja sale rápidamente a la vista, se debe conocer a priori la superficie del agua.

En canales curvos si la sobreelevación no es considerable, es posible colocar esta superficie rígida como una superficie horizontal, sin producir un efecto significativo sobre los valores de los campos de velocidad, aunque para canales fuertemente curvados la RLA posee algunas desventajas (Leupi and Altinakar, 2005). Sin embargo, hay investigadores que han argumentado que si la sobreelevación en el canal curvo está por debajo del 10% de la profundidad del agua, los errores son pequeños (Demuren and Rodi, 1984), (Van Balen, 2010). Con esta suposición la superficie puede ser tratada como una condición de frontera (symmetry en Fluent) o "wall free slip" en CFX. También es recomendado usar RLA cuando el  $Fr$  del flujo principal en el canal es menor a 0.4 (Rodi et al., 2013).

Se debe ser cauto en usar RLA y tampoco se recomienda ser usada cuando  $Lc/Rm \geq \pi/2$ , especialmente para canales con curvaturas agudas y con una relación radio-ancho hidráulico  $Rm/T < 2$ ; donde  $Lc$  es la longitud de arco de la curva del canal usando el ángulo de curvatura máximo del canal,  $Rm$  radio de curvatura al eje del canal,  $T$  es el ancho hidráulico del canal (Sin, 2014).

La simplificación RLA considera la superficie del agua como un plano rígido de simetría. La estructura de turbulencia cerca de la superficie del agua, los gradientes de velocidad media son muy pequeños y por lo tanto, la tasa de producción de energía cinética

turbulenta  $\kappa$ , cerca de la superficie es despreciable, de ello se tiene que  $(\partial\kappa/\partial z=0)_{fs}$ ,  $(\partial\varepsilon/\partial z=0)_{fs}$ . ( $_{fs}$ : free Surface) (Bates et al., 2005).

A pesar de que la presión no puede generar vorticidad, los patrones de la vorticidad pueden verse afectados indirectamente por cambio ligeros del campo de velocidad debido a la deformación de la superficie de libre del agua (Van Balen et al., 2009). La RLA es una buena aproximación cuando la superficie libre no cambia dramáticamente por cambios rápidos de la superficie del agua, (por ejemplo olas y saltos hidráulicos), de lo contrario podría introducir grandes errores (Liu, 2014).

La RLA ha sido usada extensivamente al cuantificar la superficie del agua en ríos mediante el uso de simulación. Si el flujo está cercano a la condición de flujo crítico y desarrolla olas y saltos hidráulicos se debe hacer un tratamiento exacto de la superficie del agua (Rodríguez et al., 2004).

#### 1.4.4 Modelos de turbulencia

Debido a que el modelo EEH y el modelo basado en la RLA, deben estar acoplados a modelos de turbulencia, es necesario hacer una evaluación de los efectos de estos modelos sobre las variables de respuesta.

Los investigadores (Matthews et al., 1998), analizan el modelo de turbulencia RNG  $k-\varepsilon$ , encontrando que con este modelo predice buenos resultados los datos experimentales en canales abiertos helicoidales. Este modelo contiene muy pocos parámetros empíricos ajustables y por lo tanto, se puede aplicar a un amplio rango de situaciones y es recomendado para calcular el nivel de la superficie del agua.

Los investigadores (Doheim et al., 2013), quienes estudian el flujo particulado en canales helicoidales para bajas concentraciones, usan los modelos de turbulencia como el  $k-\varepsilon$ , Realizable  $k-\varepsilon$ , RNG  $k-\varepsilon$  y el Reynolds-Stress Model (RSM) y encuentran que con el modelo RNG  $k-\varepsilon$ , se predicen los datos experimentales con mayor precisión. Otros autores en investigaciones recientes evalúan satisfactoriamente el flujo en canales curvos con el modelo RNG  $k-\varepsilon$  (Bai et al., 2014), (Gholami et al., 2014) y (Gholami et al., 2015).

En el análisis que realizan los investigadores (Patel and Gill, 2011) encuentran que el modelo  $k-\varepsilon$ , no captura la celda de circulación junto al borde externo de la curva siendo limitado para predecir la precisión de las corrientes secundarias, mientras que el modelo RSM es el que captura dicha celda de circulación con mayor detalle. Estos modelos han sido evaluados para predecir el campo de velocidades y el nivel de la superficie del agua usando el modelo VOF.

El planteamiento matemático detallado de los modelos de turbulencia, en relación con la separación en canales curvos, se puede consultar en (Matthews et al., 1998), Patel (Patel and Gill, 2011) y Doheim (Doheim et al., 2013). En el ANEXO B se plantean detalladamente las ecuaciones del modelo de turbulencia RNG  $k-\varepsilon$  el cual es acoplado con las ecuaciones RANS. Teniendo en cuenta que se tiene buena evidencia de que el modelo RNG  $k-\varepsilon$  produce buenos resultados para modelar flujo en canales curvos, en adelante en la

presente investigación, se tomará este modelo como referente para la comparación con los modelos de turbulencia restantes.

### 1.4.5 Efectos de tensión superficial

La importancia del efecto de la tensión superficial se determina con base en el valor de parámetros adimensionales, como el número de Reynolds (**Re**), el número de Capilaridad (**Ca**) y el número de Weber (**We**). Para **Re** <<1, la cantidad de interés es **Ca**, y para **Re** >>1 la cantidad de interés es **We**. Los efectos de la tensión superficial pueden ser despreciables si (**Ca**) >>1 y (**We**) >>1 (Ansys Inc. Fluent, 2016a). Las expresiones para **Ca** y **We** son:

$$Ca = \frac{\mu U}{\sigma} \quad (1.31)$$

$$We = \frac{\sigma}{\rho L U^2} \quad (1.32)$$

Siendo  $U$  la velocidad media del flujo,  $\sigma$  el coeficiente de tensión superficial igual 0.0726N/m para el agua a una temperatura de 25°,  $\mu$  la viscosidad dinámica en Pa-s y  $L$  una longitud característica.

### 1.4.6 Solución numérica de los modelos matemáticos

Para la solución numérica de los modelos matemáticos bifásicos, existen varios códigos de fluido-dinámica computacional, tanto comerciales como de licencia libre. Entre los primeros está el Fluent, CFX y PHOENICS y entre los segundos está el Open Foam, MFX y GMFIX. El investigador (Sánchez, 2016) describe detalladamente cada uno de estos códigos y resume algunas desventajas y ventajas que se muestran en la Tabla 1-1 para los softwares más conocidos.

El código CFX incluye modelo E-E para el transporte de fases, el cual tiene un modelo simplificado (EEH) para encontrar la superficie de interfaz entre dos líquidos que es muy útil en la modelación de flujo a superficie libre. Para el transporte de flujo particulado incluye el modelo E-L (equivalente al Discrete Particle Model (DPM) del Fluent). Es bastante amigable con el usuario, con algunos inconvenientes en el manejo de la convergencia de las simulaciones, ya que incorpora en la solución numérica de las ecuaciones una escala de tiempo (time scale) que hace las veces de los coeficientes de relajación incorporados en el Fluent, escala que depende del mallado y del flujo y, por lo tanto, para la convergencia es necesario cambiar este valor en tiempo de ejecución para que la simulación mejore la convergencia.

**Tabla 1-1:** Ventajas y desventajas de los softwares de solución numérica (Sánchez, 2016).

Código	Tipo	Ventajas	Desventajas
Cerrado	<i>Fluent</i>	Fácil de utilizar en gran variedad de modelos	Algoritmo numérico prefijado y expansibilidad limitada.
Libre	<i>MFIX</i>	Específico para flujos multifásicos. Ampliamente usado para lechos fluidos.	Programado en FORTRAN90 Mallas estructuradas. Reacción química programada por usuario.
Libre	<i>OpenFOAM</i>	Arquitectura orientada a Objetos. Todo tipo de mallas Método de resolución robusto. Facilita construcción nuevos <i>solver</i> .	C++ <i>solver</i> con funcionalidad limitada (e.g. densidad constante, dos fases, o no-conservativo) Modelos limitados para reacción química (en fase gas).

## 1.5 Separación hidrodinámica

A través del tiempo se han realizado diversas investigaciones en post de optimizar los separadores hidrodinámicos de partículas. Dentro de este tipo de separadores, que usan las propiedades del flujo, existen diferentes geometrías para separar desde nano partículas hasta metales pesados en la industria de la minería. Estos separadores se han estudiado en flujo a presión como separadores hidrociclónicos y microseparadores curvos y, en flujo a superficie libre, como separadores rotacionales y canales helicoidales. La bondad de estos separadores ha sido demostrada hace varias décadas, el problema es que siempre se construyeron de manera empírica y apenas hasta al avance de la modelación numérica e instrumentación de tecnología de punta, desde los años 90 hasta el presente, se vienen investigando, con fines de entender el comportamiento del flujo secundario y su interrelación con el flujo particulado.

En la literatura no se reportan muchos estudios sobre este tema en particular, solamente (Patel, 2007), (Patel et al., 2011), abordan el tema directamente de la separación de arena fina usando canales curvos, para remover partículas del agua en alcantarillas. La geometría que Patel investigó corresponde a un canal curvo, de fondo horizontal, de curvatura 30 grados, ancho del canal 0.130m, con un tramo recto aguas arriba y otro aguas abajo de la curva, con un sumidero de fondo para capturar las partículas. El sedimento sólido usado en la investigación de Patel fue arena en ocho rangos de tamaños desde 0-0.63 mm hasta 2-4mm; con peso específico de 2681 kg/m<sup>3</sup> para partículas finas y 2549 kg/m<sup>3</sup> para partículas gruesas (Patel and Gill, 2011), (Patel et al., 2011).

La eficiencia de remoción  $\eta_s$ , calculada como la proporción, en peso o volumen, de partículas removidas del canal  $W_{sd}$ , con respecto al número total de partículas inyectadas en la entrada  $W_{sa}$ . También se puede calcular en función de los sólidos que salen por el rebose  $W_{sr}$  (Li, 2009).

$$\eta_s = \frac{W_{sD}}{W_{sA}} = 1 - \frac{W_{sR}}{W_{sA}} \quad (1.33)$$

Por conservación de masa se debe cumplir que  $W_{sA} = W_{sD} + W_{sR}$ . Los factores que se han investigado en la literatura son: el punto de inyección de los sólidos en la entrada, el factor de forma de las partículas, la fricción en las paredes, el caudal, el ángulo de curvatura, el ancho del canal (Patel and Gill, 2011), la configuración y el ancho del sumidero (Patel et al., 2011). En la Tabla 1-2 se resume el efecto de los factores estudiados, extraídos de la información gráfica (Patel and Gill, 2011), (Patel et al., 2011).

**Tabla 1-2:** Análisis de los factores que influyen en la eficiencia de separación según la investigación de (Patel, 2007).

Parámetro	Efecto
Punto de inyección	Experimentalmente tiene algún efecto solo para tamaños de partículas entre 0.3mm y 1.7mm y un efecto mayor para tamaños menores a 0.30mm. Numéricamente para tamaño de partículas menores a 0.3mm, tanto para distribución radial como vertical del punto de inyección. Para partículas de mayor tamaño se recupera el 100% independientemente del punto de inyección.
factor de forma de las partículas	La eficiencia se incrementa cuando se incrementa el factor de forma. Se calibró un valor de 0.8 para las predicciones.
fricción de las paredes	Medido con base al coeficiente de restitución incluido en el modelo E-L, encontrándose que no tiene influencia en la eficiencia para todo el rango de tamaño de partículas estudiadas.
Caudal	Si se incrementan el caudal y la velocidad media, la eficiencia decrece, para partículas de tamaño menor a 0.6 mm, analizado solo numéricamente. Para partículas de tamaño mayor se remueve el 100%.
Radio de curvatura y ancho del canal	Se logran mayores eficiencias cuando $R_m/W$ aumenta. Análisis solo numérico. Solo tiene efecto para tamaños de partícula menores a 0.3mm. Se estudiaron relaciones $R_m/W$ de 6, 8, 10 e infinito.
Ancho del sumidero.	El ancho del sumidero se mide desde la curva interna hacia la externa, con valores de $\frac{1}{4}B$ , $\frac{1}{2}B$ y $B$ . Si aumenta este ancho se incrementa la eficiencia. Solo tiene efecto para partículas menores a 0.30mm; para diámetros mayores se remueve el 100%. Análisis sólo numérico.
Angulo de curvatura del canal	Se estudiaron numéricamente ángulos de 15°, 30° y 45°. El incremento del ángulo aumenta el flujo secundario y disminuye la eficiencia, en este sentido no es claro su efecto, ya que se encontró que, para ángulos de curvatura bajos, de 15°, se producía mayor eficiencia. Una forma de entender este efecto es que, al aumentar el flujo secundario, aumenta la fuerza de sustentación cerca a la pared interna de la curva, lo que hace que las partículas entren en re-suspensión, incluso de aquellas que ya fueron captadas en el sumidero.

Los investigadores (Patel et al., 2011) llegan a la conclusión de que factores como la disminución del radio de curvatura y el incremento en el ancho del canal, aumentan la ICS, disminuyendo la eficiencia. Esta conclusión es un poco desconcertante, ya que el objetivo es aprovechar el incremento de flujo secundario para incrementar la eficiencia, pero es explicable ya que cuando se utiliza un sumidero para captar las partículas en el fondo, éstas son resuspendidas cuando se acercan a la pared interna del canal, debido a la componente ascendente de la velocidad en esta región del canal curvo. Estos investigadores no incluyen factores que pueden tener influencia sobre la eficiencia de remoción, como la pendiente longitudinal del canal  $S_o$ , ángulo de curvatura ( $\theta > 45^\circ$ ), el factor de sección  $F_{se}$  y la geometría de la secciones transversal, como triangulares, trapezoidales, circulares, elípticas y otras secciones compuestas

Los investigadores (Patel et al., 2011) encontraron que es posible remover el 100% de las partículas, para un valor de la relación de  $V_{ss}/U$  mayor a 0.148, donde  $V_{ss}$  es la velocidad de asentamiento de la partícula y  $U$  es la velocidad media del flujo. Por otro lado, analizando la información presentada gráficamente por (Patel et al., 2011), se puede deducir que se logran remociones del 100% para tamaños de partícula mayores a 0.30mm, usando un separador agua-sólido basado en un canal curvo; por lo tanto, el reto de trabajos futuros es mejorar la geometría del separador y lograr mayores eficiencias de separación para tamaños de partícula menores a dicho valor. El inconveniente de los datos obtenidos por (Patel et al., 2011), es que son para una captación de fondo localizada al final de la curva de 30° del canal, lo que sus resultados no son válidos para otro tipo de captación, ya que la eficiencia depende del tipo de captación y surge la pregunta ¿cuál es el tipo de captación para obtener eficiencias de separación mejores?.

Como el decrecimiento en el tamaño de las partículas hace que la eficiencia disminuya, seguramente no sea posible remover partículas muy pequeñas con uso del separador de canal curvo (Li, 2009). Según el tamaño las partículas, éstas pueden ser sedimentables o no sedimentables. El investigador (Li, 2009) define los sólidos no sedimentables como aquellos que permanecen en suspensión una hora después de haber iniciado el tiempo para la sedimentación y, acorde con esta definición, se establece que corresponde a partículas de 10 micrones de sedimento natural. También se ha encontrado que el umbral de la velocidad de sedimentación para remover partículas suspendidas usando separadores de vórtice está entre 0.1-0.14 cm/s, lo que corresponde a un tamaño de esfera de 68 micrones para una gravedad relativa de la partícula de 2.65 a temperatura del agua de 20 °C. Por otro lado, un separador de vórtice puede remover partículas con alta eficiencia para tamaños mayores a 0.2mm. Según (Poloski et al., 2009) el tamaño de partícula de 0.074mm es el límite entre mezclas sedimentables newtonianas y no sedimentables. Otros criterios de valores umbral del tamaño de partículas entre mezclas sedimentables y no sedimentables son dadas por (Duckworth, 1978), (Graf, 1984) y (Gómez, 2002).

Es de considerar que el sistema de captación del canal investigado por (Patel et al., 2011), está constituido por un sumidero de fondo, impide estudiar el efecto puro de la circulación secundaria sobre la eficiencia de separación, ya que el sumidero de fondo puede capturar partículas, sin necesidad de que el canal tenga una curvatura, lo que introduce una eficiencia de remoción adicional que no es efecto de la curva del canal, ya que no se puede saber qué porcentaje de eficiencia se debe al sumidero de fondo y que parte se debe a la circulación secundaria del flujo. En este sentido para la presente investigación se tiene en cuenta este aspecto y se estudia el efecto de separación puro del canal curvo, sin introducir ninguna estructura adicional dentro de la curva del canal, esto permite relacionar directamente la ICS, la geometría del canal, la pendiente, la geometría de las secciones transversales y las características del flujo con la eficiencia de separación debida estrictamente a la curva del canal.

## 1.6 Análisis de números adimensionales

Para establecer los parámetros adimensionales que intervienen en el fenómeno se recurre al análisis dimensional, dado el interés de estudiar el efecto de estos parámetros sobre las variables de respuesta. Así, es necesario identificar las variables dimensionales que

intervienen en cada uno de los casos y luego establecer sus correspondientes números adimensionales. La ventaja de un número adimensional es que su variación se puede realizar con cualquiera de las variables que lo componen.

Después de aplicar análisis dimensional, los parámetros adimensionales que pueden tener efecto sobre los procesos de separación son los incluidos en la siguiente expresión:

$$\Psi = f(S_o, \theta, De, L_s/T, L_e/T) \quad (1.34)$$

Donde,  $\Psi$  representa la variable de respuesta y los símbolos entre paréntesis, las variables independientes o parámetros (en diseño de experimentos se denominan factores), donde  $S_o$  es la pendiente longitudinal del canal,  $T$  es el ancho hidráulico del canal,  $\theta$  es el ángulo de curvatura,  $L_s$  es la longitud recta aguas abajo de la curva del canal,  $L_e$  es la longitud recta aguas arriba de la curva del canal y  $De$  es el número de Dean. Existen otros números adimensionales relacionados con las características de la partícula como el número de Reynolds de partícula,  $Re_p$ , el coeficiente de arrastre,  $C_D$  y el parámetro adimensional de densidades  $\Delta_s = (\rho_s - \rho)/\rho$ , los cuales se pueden estimar con la metodología dada por (Cheng, 1997a).

La pendiente del canal  $S_o$  es importante en el sentido de que define el régimen del flujo en un canal afecta el movimiento de las partículas dentro del flujo. Se sabe que pendientes bajas producen deposición de sólidos en el fondo del canal y, seguramente, tendrá un efecto notable sobre la eficiencia de separación. Las relaciones  $L_s/T$ ,  $L_e/T$ , indican la proporción entre la longitud de los tramos rectos con respecto al ancho hidráulico. Sobre estos números adimensionales no se tiene conocimiento de su efecto sobre la eficiencia de separación, aunque es de suponer que estas longitudes afectarán la formación de las corrientes secundarias y la trayectoria de las partículas.

### 1.6.1 Número de Dean

Este número adimensional relaciona la fuerza centrífuga  $F_c$ , la fuerza de inercia  $F_i$  y la fuerza de viscosidad  $F_v$ , dada en la siguiente expresión:  $De = (F_c F_i)^{0.5} / F_v$ . Para un canal abierto se define como  $De = Re(D_{eq}/2R_m)^{0.5}$ , donde  $D_{eq}$  es el diámetro equivalente de la sección el cual, para secciones no circulares, se calcula como  $4R_H$ ,  $R_H$  es el radio hidráulico;  $Re = \rho U 4R_H / \mu$ ,  $\rho$  y  $\mu$  son la densidad y viscosidad dinámica del fluido, respectivamente (Norouzi et al., 2010). A pesar de que este número fue propuesto para canales medianamente curvados, donde  $H/R_m$  es muy pequeño (Van Balen, 2010), (Gómez, 2011) encontró experimentalmente que existe buena correlación entre la eficiencia de separación y el número de Dean, para un flujo fuertemente curvado en un canal helicoidal y, por lo tanto, cuantifica el régimen del flujo y el efecto de curvatura. El investigador (Stranden, 2007) proporciona un valor crítico para el número de Dean igual a 400 sobre el cual se generan las celdas de contra-circulación cerca a la parte externa de la curva del canal. La ecuación usada por (Stranden, 2007) para el número de Dean fue  $De = Re(H/R_m)^{0.5}$  con  $Re = \rho U W / \mu$ , donde  $U$  es la velocidad media a la entrada del canal. En la literatura se encuentran expresiones similares para este número adimensional (Blanckaert and de Vriend, 2003), (Blanckaert and Vriend, 2004), (Stranden, 2007), (Van Balen, 2010), (W. Ottevanger, 2010), (Blanckaert and de Vriend, 2010).



## 1.7 Estadística para la calibración y validación de modelos matemáticos

El principal objetivo de un modelo numérico es predecir una o más variables en función del tiempo y/o espacio, para una configuración definida de sus parámetros de entrada, como una generalización del concepto dado por (Legates and McCabe Jr., 1999). El principal uso de un modelo numérico es aplicarlo en casos cuando no es posible estudiar un fenómeno por limitaciones logísticas (complicaciones en las mediciones, dificultades de operabilidad, entre otras) y aun así se busque un mejor entendimiento del fenómeno para ciertas condiciones de su operación. Dadas las limitaciones intrínsecas que tiene todo modelo, su calibración es necesaria, esto es, ( responder a la pregunta, ¿qué tanto los valores de un modelo numérico, se ajustan a valores observados?, al menos para una condición física conocida y, adicionalmente, validarlo en una condición física diferente a la de calibración con el objetivo de tener la certeza de que el modelo numérico reproduce, con cierta confianza, los datos de mediciones físicas (Si no se tiene datos experimentales, es posible usar datos de un modelo numérico similar que haya sido previamente calibrado). De esta manera, se garantiza que el modelo representa adecuadamente el fenómeno que se ha simulado.

En la literatura se han propuesto varios índices estadísticos para comparar valores observados(O) y predichos (P), pero no existe un protocolo bien establecido, aplicado a modelos hidrodinámicos con múltiples variables de respuesta y múltiples parámetros independientes durante los procesos de calibración y validación. Los índices estadísticos de mayor aplicación son la raíz del error cuadrático medio (RMSE) por sus siglas en inglés, la eficiencia “*Nash-Sutcliffe efficiency*” (NSE), el índice de ajuste (IOA, *index of agreement*), el porcentaje del error medio absoluto (MAPE) acrónimo en inglés y el porcentaje del error medio (MPE) por sus siglas en inglés, entre otros. La formulación matemática de estos índices es presentada detalladamente por (Alexandris et al., 2008).

Una discusión sobre las técnicas de validación la presenta, por ejemplo, los investigadores Sargent (Sargent, 2007) y (Krause et al., 2005), quienes analizan varios criterios de medición de eficiencia de los modelos, eficiencia en términos de capacidad para reproducir unos resultados de mediciones, usando los índices NSE e IOA. Aunque su enfoque es en modelos hidrológicos, muchos de ellos, se pueden evaluar para encontrar su potencial en calibración y validación de modelos hidrodinámicos.

Al evaluar la capacidad que tiene un modelo para reproducir los valores experimentales, incorporando conceptos de la literatura, se puede establecer que al menos se debe incluir tres componentes:

(1) Incluir al menos una medida de la “bondad de ajuste” o error relativo (NSE o IOA) (Legates and McCabe Jr., 1999).

(2) Una medida del error absoluto (RMSE, MPE, MAPE) e información de soporte adicional, (comparación entre medias observadas y calculadas y desviación estándar) (Legates and McCabe Jr., 1999).

(3) Incluir un procedimiento gráfico que ilustre la comparación entre los valores calculados y los observados (Ritter et al., 2011), (Ritter and Muñoz-Carpena, 2013).

### 1.7.1 RMSE

Como el RMSE es el indicador (estadístico) usado con mayor frecuencia en los procesos de calibración y validación, se realiza a continuación una discusión detallada de este indicador. El RMSE es reportado por varios investigadores para comparar datos experimentales (observados (O)) con datos de modelos matemáticos (predichos (P)). Palacio (Palacio et al., 2010) usa el valor del RMSE como criterio para ajustar los parámetros de un modelo con valores en porcentaje (cercano al 5%) del valor de la amplitud de la marea. Antonio-Fragala, (Antonio-Fragala and Obregón-Neira, 2011), usa el RMSE para calibrar la recarga de los acuíferos de la sabana de Bogotá-Colombia dando unos valores óptimos de RMSE. El criterio del RMSE también ha sido usado en la calibración de modelos para flujos en tuberías a presión (Velásquez and Toro B., 2006). Incluso en calibración de modelos no relacionados con dinámica de fluidos Willmott (Willmott, 1981), (Willmott, 1982) (Toledo and Koutsopoulos, 2004), (Jara-Rojas et al., 2009) hacen un análisis detallado del RMSE y lo considera adecuado y necesario para la validación e interpretación de las predicciones hechas por los modelos matemáticos.

La literatura reciente reporta el uso del RMSE aplicado para comparar modelos hidrodinámicos con datos experimentales en el flujo en canales curvos. Algunos investigadores como (Ghobadian and Mohammadi, 2011) usan el criterio del RMSE para comparar los datos simulados y medidos de los campos de velocidad en secciones transversales de un canal a diferentes ángulos de curvatura, usando el software *SSIIM 3-D model*, encontrando valores de RMSE del orden de 0.04m/s a 0.07 m/s, valores que pueden servir de guía para la calibración. Otros autores como (Gholami et al., 2015), (Ajeel et al., 2016) usan el estadístico quienes, aunque reportan sus valores obtenidos, no establecen valores límite de bondad de ajuste.

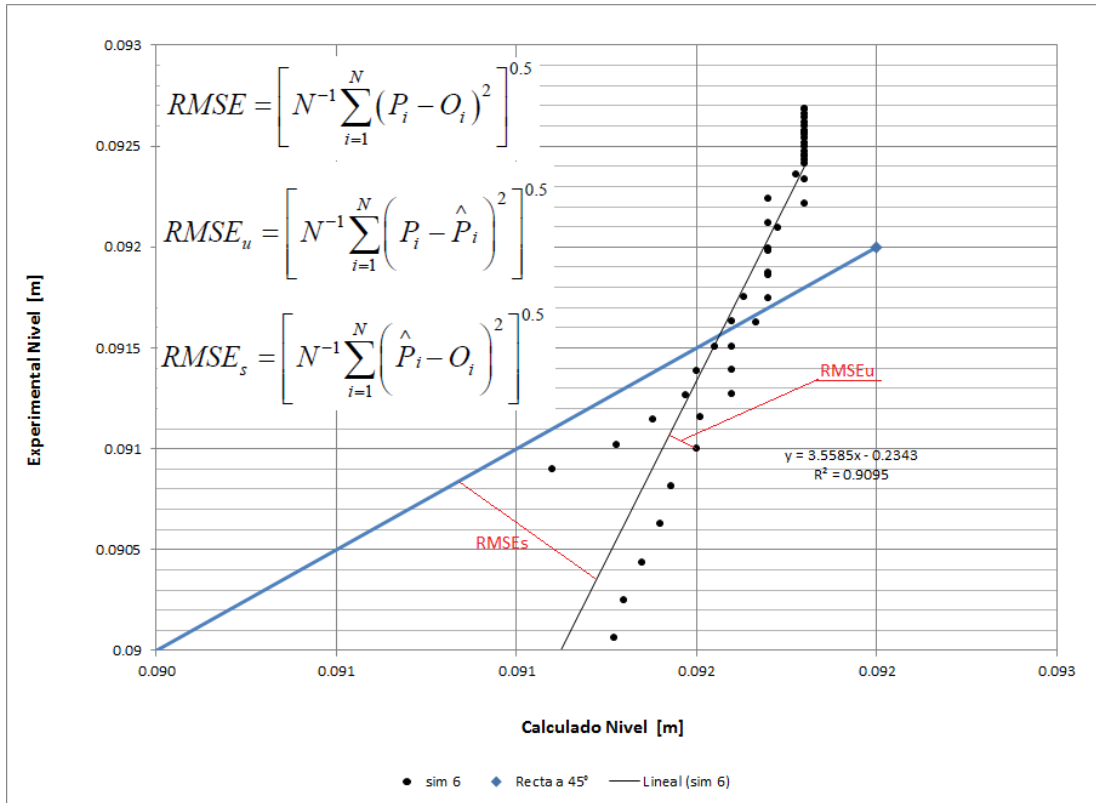
El cálculo del RMSE indicado por (Hsu and Kuo, 1999) y (Alexandris et al., 2008), quienes plantean un análisis estadístico muy completo para la calibración de modelos con base en la información de otros autores (Fox, 1981), (Willmott, 1981) y (Willmott, 1982) es:

$$RMSE = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [O_i - P_i]^2 \right\}^{0.5} \quad (1.35)$$

Donde N es el número de datos,  $O_i$  es el valor observado,  $P_i$  es el valor predicho, el subíndice  $i$  indica la posición de los valores, la cual debe ser la misma para O y P. El valor óptimo de RMSE es cero, indicando que los valores calculados son exactamente iguales a los valores medidos, “un valor diferente de cero, representa la medida de la desviación cuadrática media referida a la diferencia de los valores calculados y medidos” (Velásquez and Toro B., 2006). Como el RSME adquiere las unidades de la variable analizada, es conveniente normalizarlo para obtener un parámetro adimensional,  $N_{RMSE} = RMSE/V_{ar}$ , donde  $V_{ar}$  será un valor relacionado con la variable analizada, (por ejemplo, si se analiza la variación de nivel de agua en un canal curvo,  $V_{ar}$  será una altura de nivel de agua). Para la normalización (Patil et al., 2014) y (Wood et al., 2015) recomiendan usar el rango entre el valor máximo y mínimo de la variable analizada.

Los investigadores (Alexandris et al., 2008) plantean usar valores de RMSE por separado para identificar el tipo de error sistemático y no sistemático con  $RMSE_s$  y  $RMSE_u$ , respectivamente. Su cálculo se puede consultar en (Toledo and Koutsopoulos, 2004),

(Berengena and Gavilán, 2005) y (Alexandris et al., 2008). Lo importante es que la interpretación de estos parámetros por separado permite identificar si el error es sistemático o no sistemático y hacer mejoras al modelo. El  $RMSE_s$  se determina a partir de la distancia entre la línea de mejor ajuste de la regresión lineal y la línea para un ajuste perfecto 1:1, mientras que el  $RMSE_u$  se determina a partir de la distancia entre los puntos de datos y la línea de mejor ajuste de la regresión lineal (Alexandris et al., 2008). Según lo reportan (Berengena and Gavilán, 2005), el  $RMSE_u$  es representativo del nivel de "ruido" en el modelo (o ecuación) que se está probando y una medida de la dispersión de la línea de regresión. También puede ser interpretado como una medida de la exactitud potencial que pueda tener el modelo. Un buen modelo es considerado aquel que produzca un muy bajo valor de  $RMSE_u$ , y un valor de  $RMSE_s$  cercano al valor de  $RMSE$  (Alexandris et al., 2008). El significado gráfico de  $RMSE_u$  y  $RMSE_s$  se muestra en la Figura 1-7.



**Figura 1-7:** Representación gráfica de los estadísticos  $RMSE_u$  y  $RMSE_s$ , calculados para comparación de niveles de agua.

Se ha reportado, en la literatura, algunas variaciones del RMSE, cuando es necesario comparar más de dos variables simultáneamente. En análisis de velocidades del viento, por ejemplo, se utiliza el  $RMSEV$ , el cual involucra las velocidades registradas en dos dimensiones (2D) (Jorba Casellas, 2005):

$$RMSEV = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[ (O_i^a - P_i^a)^2 + (O_i^b - P_i^b)^2 \right] \right\}^{1/2} \quad (1.36)$$

Los superíndices (a y b) indican los tipos de variables a comparar. Para la dirección de un vector de velocidad del viento se ha planteado un RMSED dado por (Jorba Casellas, 2005) y (Valentín, 2009), como se indica a continuación:

$$RMSED = \left\{ \sum_{i=1}^N \left[ \frac{D^2}{N} \right] \right\}^{1/2} \quad (1.37)$$

$$D = \min(|d_i - d_{io}|, |360 + (d_i - d_{io})|) \quad (1.38)$$

Donde  $d_{io}$  es la dirección observada y  $d_i$  es la dirección del viento pronosticado. El valor del ángulo sería posible, con alguna modificación, adaptarlo al flujo en un canal curvo en las secciones transversales del canal, para generar un indicador estadístico que incluya la dirección del vector velocidad. (Patil et al., 2014) compara el ángulo formado por los vectores de velocidad simulados en un plano (2D) para flujo en medio poroso, directamente con el ángulo medido usando un (particle Image velocimeter) PIV mediante la siguiente expresión:

$$RMSE_{\theta} = \frac{1}{\theta_{\max} - \theta_{\min}} \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[ \left( \tan^{-1} \left( \frac{V_{ziO}}{V_{riO}} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{V_{ziP}}{V_{riP}} \right) \right)^2 \right] \right\}^{1/2} \quad (1.39)$$

Donde  $\theta_{\max}$  y  $\theta_{\min}$  son los valores máximo y mínimo de los valores de los ángulos con las componentes axial y horizontal de las velocidades, respectivamente.

### 1.7.2 Criterios de bondad de ajuste

Los autores (Singh et al., 2005) proponen algunos criterios para determinar el rango del RMSE que se puede considerar bajo, rango dado como  $RMSE < 0.5S_d$ , con la desviación estándar  $S_d$  de los datos experimentales. Otros autores (Ritter et al., 2011) relacionan el valor del RMSE con la NSE, determinando que un buen ajuste se puede establecer con  $NSE > 0.75$ . Con base a la relación  $RMSE/S_d$  se establece una evaluación cualitativa de la bondad de un ajuste dada como:  $RMSE/S_d \leq 0.3$  como muy buena,  $RMSE/S_d$  entre 0.3-0.4 como buena,  $RMSE/S_d$  entre 0.4-0.5 como aceptable y  $RMSE/S_d > 0.5$  no aceptable. Con base a la NSE se establecen los siguientes significados estadísticos: muy bueno ( $NSE = 0.900 - 1.000$ ), bueno ( $NSE = 0.800 - 0.899$ ), aceptable ( $NSE = 0.650 - 0.799$ ) y no aceptable ( $NSE < 0.650$ ). Aunque estos valores han sido propuestos para modelos hidrológicos y flujo en medio poroso, sirven de guía para establecer ciertos órdenes de magnitud. La NSE se considera que puede variar entre  $-\infty$  y 1, donde  $NSE = 1$ , se considera una coincidencia perfecta entre lo predicho y lo observado y un valor igual a cero indica que los predichos son exactamente iguales a la media de los valores observados; valores entre cero y uno se han visto como valores aceptables y un valor menor que cero indica una precisión inaceptable (Moriassi et al., 2007).

Los valores aceptables del RMSE reportados por (Patil et al., 2014), son de 15.9% para la diferencia entre ángulos observados y predichos; del 11.9% para la velocidad vertical y del 8.25% para la velocidad horizontal, correspondiente a un flujo bidimensional.

El MPE nos proporciona un criterio para establecer si el modelo matemático sobrestima o subestima los valores observados.

## 1.8 Diseño estadístico de experimentos

Dentro de la experimentación, ya sea física o numérica, por lo general se tiene unas variables de entrada ( $\Pi$ ), un dominio sobre el cual actúan ( $\Omega$ ) y unas variables de respuesta ( $\Psi$ ), en una relación simbólica ( $\Pi \rightarrow \Omega \rightarrow \Psi$ ), relación que brinda las condiciones para la aplicación del diseño estadístico de experimentos (DDE). Aunque este tema es tratado en detalle en varios textos y abarca varios conceptos fundamentales de estadística, aquí sólo se extraen los conceptos necesarios para la presente investigación.

Con el DEE se puede conocer, con significado estadístico, cuántos ensayos se necesita realizar en un experimento; el orden de ejecución de los ensayos, la significancia de los factores  $\Pi$  con respecto a la variables  $\Psi$ , la evaluación del efecto de parámetros  $\Pi$  sobre variables de respuesta  $\Psi$ ; encontrar modelos de regresión que se ajusten a los datos experimentales, maximizar o minimizar funciones y encontrar el punto óptimo de un proceso (o de operación de un experimento) o la configuración óptima del experimento (por ejemplo el experimento puede ser la calibración de un modelo matemático).

En nuestro caso de simulación numérica, uno de los interrogantes a resolver con el DEE es cómo combinar los diferentes parámetros (forzadores del modelo) que afectan los valores de la variable de respuesta, para obtener un valor considerado como “óptimo” en la configuración de un modelo numérico. Uno de los métodos existentes, es conocido como “*one factor at time* (OFAT)”, consiste en variar uno a uno los diferentes parámetros objeto de calibración, dejando el resto constantes, y seleccionar el valor del parámetro hasta que el valor  $\Psi$  sea pequeña entre dos simulaciones consecutivas (Velásquez and Toro B., 2006). Sin embargo, cuando hay varios parámetros, este proceso requiere de muchas simulaciones o experimentos numéricos. Como solución a este inconveniente, está la alternativa de usar el DEE, donde el número de simulaciones y el orden de ejecución se hallan mediante la aplicación de un diseño factorial, método recomendado cuando se trata de evaluar el efecto de varios factores sobre una o más variables de respuesta (Gutiérrez and De la Vara, 2012). Los arreglos factoriales más usados son el  $2^k$  y el  $3^k$ , donde 2 (o 3) son los niveles o valores del factor y  $k$  es el número de factores. Aunque la desventaja del arreglo de  $3^k$  es la gran cantidad de pruebas que requiere realizar, especialmente cuando el número de factores es mayor a 3, recurriéndose, entonces, a factoriales fraccionados con 1 o 2 fracciones  $p$ ,  $2^{k-p}$  y  $3^{k-p}$ . El arreglo  $2^k$  es recomendable hasta  $k=4$ . El DEE, método clásico aplicado con éxito en experimentación física, se explica en detalle en textos muy completos donde explican las bases teóricas y las aplicaciones (Montgomery, 2012) y (Gutiérrez and De la Vara, 2012), sin embargo, su aplicación a experimentación numérica no es abordada en la literatura.

Las ventajas de usar DEE contra OFAT las presenta (Czitrom, 1999), quien aplica los dos métodos a casos prácticos de ingeniería, concluyendo que el método DEE es más apropiado en diseño de experimentos en ingeniería.

## 1.9 Comentarios finales del capítulo

La revisión de literatura proporcionó información importante, en lo que tiene que ver con los aspectos directos de la separación fluido-sólidos y sus temas conexos, como la descripción de flujo secundario, la cuantificación de la intensidad de circulación secundaria, los modelos matemáticos para encontrar los campos de velocidad, los modelos para estudiar el flujo particulado, los criterios de bondad de ajuste para aplicarlos a modelos matemáticos e indicadores estadísticos. De esta manera se lograron identificar las bases fundamentales del conocimiento necesario para abordar con éxito la presente investigación.



## **2. Capítulo 2: Procedimientos Metodológicos y Consideraciones Teóricas**

### **2.1 Introducción**

En este capítulo se propone y evalúan las metodologías para medición física de las variables que intervienen en el fenómeno de separación hidrodinámica y sobre la calibración y validación de modelos numéricos. Se adaptaron procedimientos metodológicos usados en otras disciplinas y se crearon nuevas metodologías para aplicación en esta investigación.

En la literatura no se reporta un procedimiento estándar para evaluar la capacidad que tiene un modelo numérico hidrodinámico para reproducir los valores obtenidos mediante experimentación física. Se han propuesto varias metodologías con énfasis más a la hidroclimatología que a la hidrodinámica, sin que su posible extensión a modelos numéricos hidrodinámicos sea comprobada. Por ello se toman conceptos de varias disciplinas relacionadas con el estudio de los fluidos que abordan el tema de calibración y validación de modelos numéricos y se proponen nuevas metodologías capaces de producir buenos resultados en la comparación de valores observados y predichos.

En cuanto a la medición física y teniendo en cuenta que los dispositivos de medición fueron acústicos, se establecieron metodologías para la configuración de los parámetros que rigen cada dispositivo de medición. En este sentido, se propuso la configuración de los dispositivos con una justificación teórica con base en comportamientos de la señal de los dispositivos, relacionadas con el comportamiento del fenómeno medido.

Para la configuración de los modelos numéricos se propuso una nueva metodología para la calibración basada en conceptos de estadística como el DEE y en conceptos de bondad de ajuste. El principal objetivo de un modelo numérico es predecir una o más variables en función del tiempo y/o espacio, para una configuración definida de sus parámetros de entrada (Legates and McCabe Jr., 1999). El principal uso de un modelo numérico es aplicarlo en casos donde no es posible estudiar un fenómeno mediante experimentación física, como complemento para entender el fenómeno en estudio. Para ello es necesario “calibrar” el modelo numérico y validarlo en una condición diferente; para tener la certeza hasta donde se puede extrapolar la configuración obtenida en la calibración.

### **2.2 Metodología general de medición y calibración**

Los datos obtenidos con experimentación física son considerados *datos observados* y los datos obtenidos con experimentación numérica (simulación numérica) son los *datos predichos o simulados*.

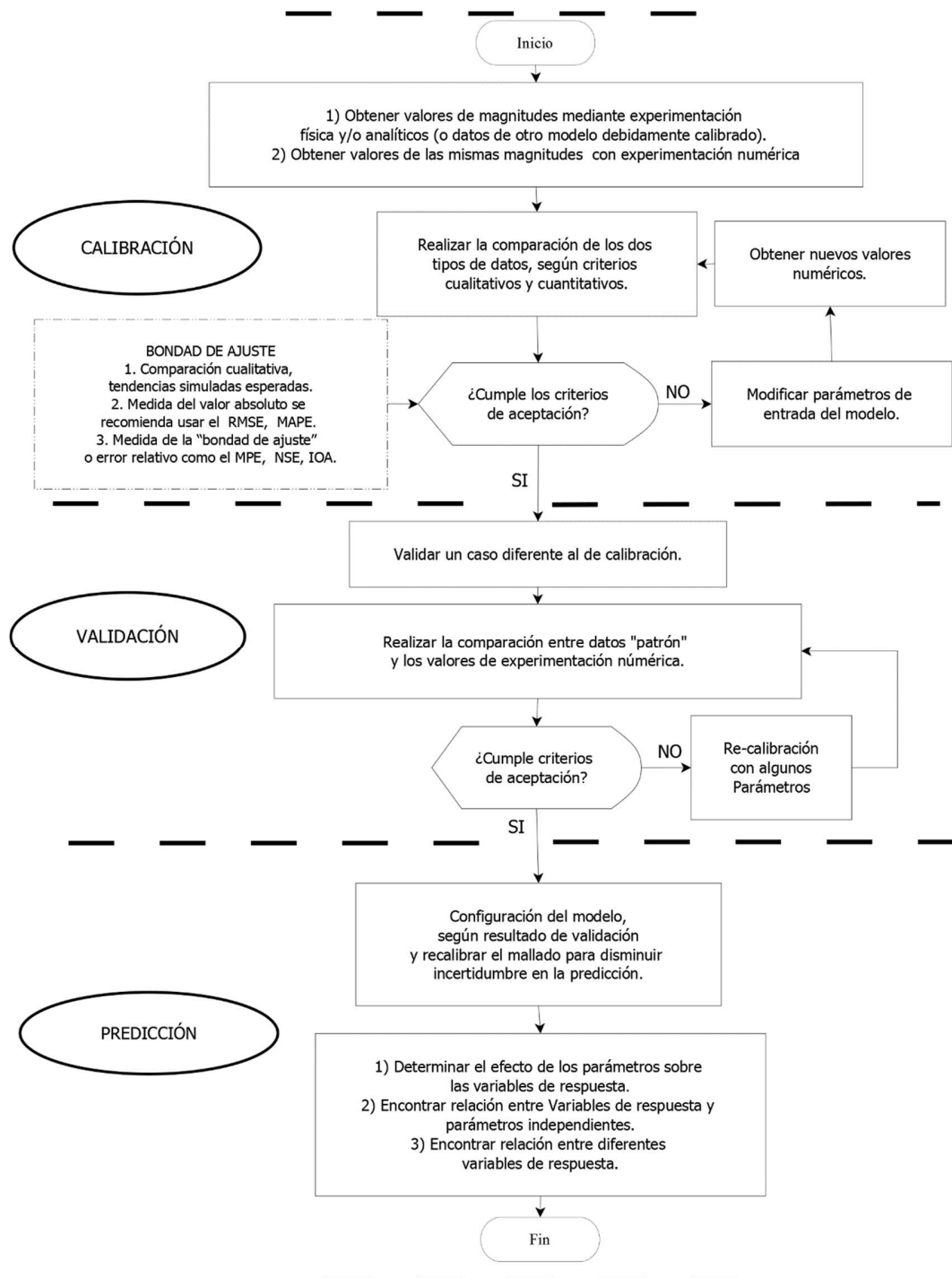
El procedimiento metodológico general seguido en la presente investigación consta de tres etapas principales : (1) Adquisición (valores reportados en la literatura) de valores de variables físicas relacionadas con el fenómeno de flujo en canales curvos, como niveles



de superficie de agua y campo de velocidades para realizar la calibración de los modelos hidrodinámicos; (2) Medición de variables físicas relacionadas con el fenómeno de flujo en canales curvos en cuanto a campos de velocidad y niveles de superficie de agua, en un primer canal construido específicamente para la presente investigación, para hacer validación de modelos hidrodinámicos comparando los datos observados y predichos; y medición de variables físicas relacionadas con el transporte particulado como  $\eta_s$  en un segundo canal, para la validación de los modelos hidrodinámicos de flujo particulado y (3) Predicción de variables de respuesta del fenómeno de separación hidrodinámica, para estudiar el efecto sobre  $\eta_s$  como medida de la eficiencia de separación.

En esta metodología se incluyen etapas de re-calibración cuando se abordó la etapa de validación ya que, si en la validación los datos observados y predichos no se cumplen los criterios de bondad de ajuste, se concluye que no se puede extrapolar directamente la configuración del modelo numérico a un dominio diferente. Teniendo en cuenta que los dominios estudiados en la predicción pueden tener cambios significativos con respecto a los dominios usados durante la calibración y validación, es posible hacer un re-calibración (análisis de sensibilidad) en esta etapa, ya que como no se tiene datos para comparación, solamente es posible realizar una independencia de malla, observando que las variables de respuesta se mantengan constantes a medida que cambien los parámetros del mallado y de esta manera se logra un factor de seguridad adicional para reducir la incertidumbre en la predicción. Seguramente estas re-calibraciones se pagan con un mayor costo en la investigación, y se pueden tratar como imprevistos en los costos, ya que no se pueden conocer a priori, pero el modelo numérico brindará datos de mejor calidad.

En la Figura 2-1 se muestra el diagrama de flujo de la metodología que se siguió en la presente investigación y que sirve como guía para futuras investigaciones, pero además tiene el potencial para ser aplicada en muchos casos de simulación numérica.

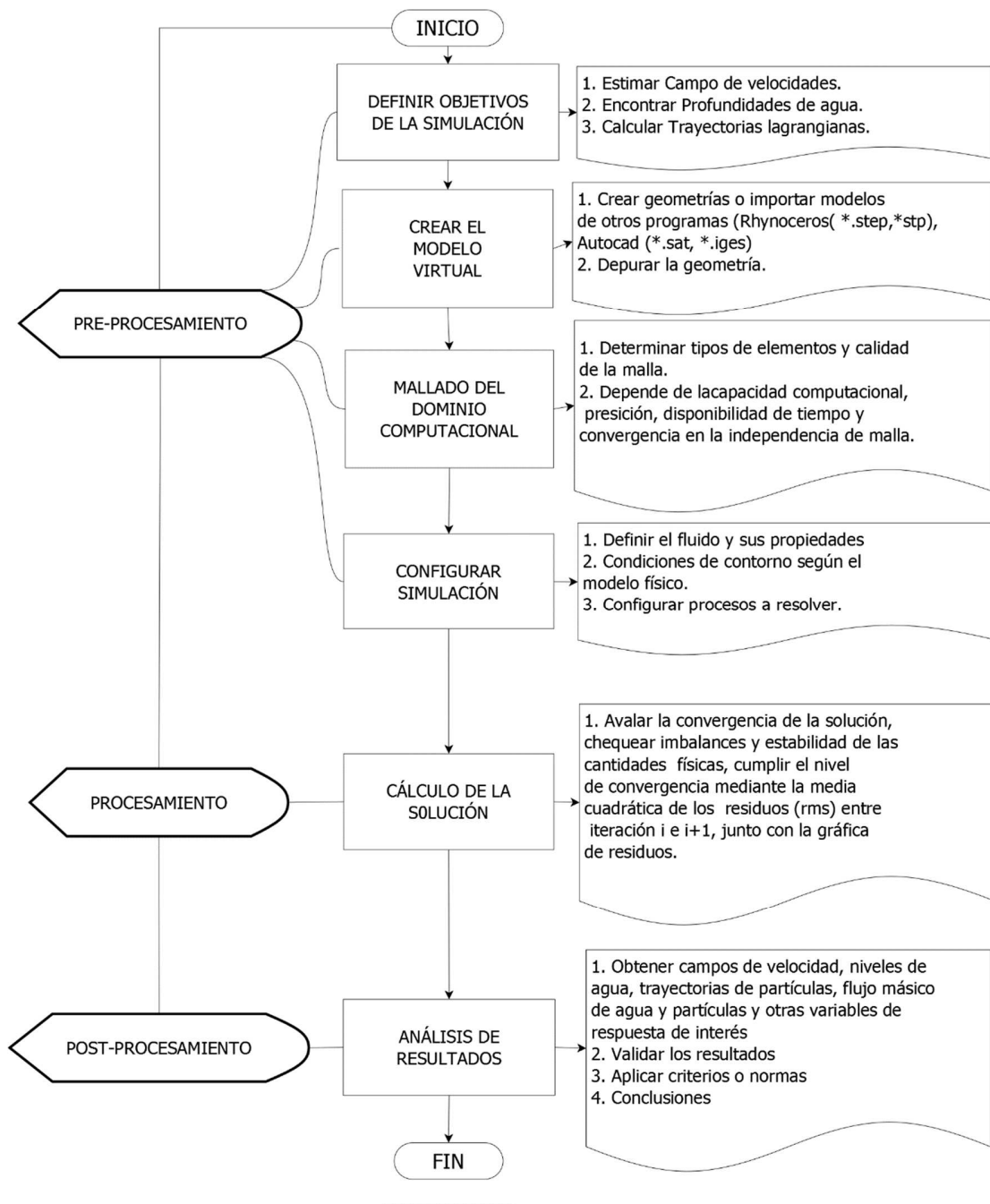


**Figura 2-1:** Diagrama de flujo de la metodología general para la presente investigación.

Los criterios de bondad de ajuste en relación con las variables de respuesta obtenidas mediante experimentación física y experimentación numérica, se pueden consultar en el Anexo C, donde se aplica la metodología a calibración con campos de velocidad.

## **2.3 Metodología para ejecutar las simulaciones**

En esta etapa es importante resaltar la metodología seguida para cada una de las simulaciones: cada simulación tiene sub-etapas que deben ser realizadas con cuidado para obtener resultados numéricos de buena calidad. Se destacan como sub-etapas las siguientes: 1) construcción de la geometría del dominio a estudiar; 2) construcción de la malla computacional; 3) configuración de parámetros del modelo numérico; 4) solución del modelo numérico y 5) post procesamiento de la información. Cada etapa tiene requisitos importantes que cumplir. En la Figura 2-2 se muestra el diagrama de flujo que se debe seguir en cada simulación y los objetivos que debe cumplir en cada etapa, elaborada con base en conceptos de la literatura y de experiencia adquirida en la presente investigación.



**Figura 2-2:** Diagrama de flujo de la metodología para realizar cada una de las simulaciones.

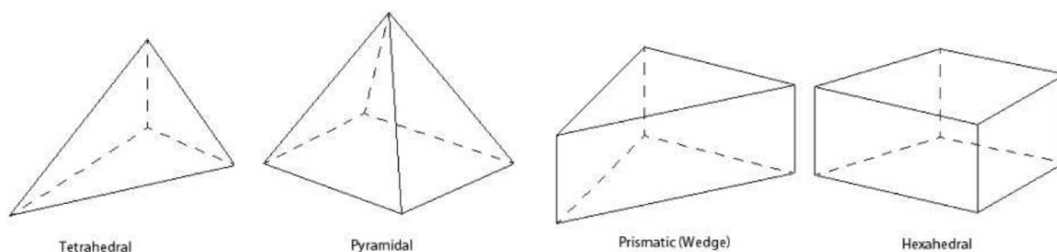
A continuación, se detalla cómo se abordó cada una de estas etapas.

### 2.3.1 Dibujo del modelo computacional

El modelado de la geometría se puede hacer en el Design Modeler de Ansys Inc (DMA) u otro software tipo Cad, como Autocad o Rhinoceros, el cual se exporta en un archivo compatible con el Ansys. Cuando el dominio es complejo y se usa el DMA, es importante tener en cuenta la manera de unir los cuerpos entre sí, ya que esta unión tiene efecto en el mallado. El DMA tiene tres opciones, *None*, *Print* y *Automatic*. *None* une dos cuerpos por medio de una superficie de contacto, con la cual transfiere la información y coloca las dos superficies en contacto en su totalidad. *Print* usa un criterio similar a *None*, pero toma como superficie de contacto solamente el área en contacto. *Automatic* no crea superficie de contacto si no que une los dos cuerpos con nodos comunes de la malla computacional.

### 2.3.2 Creación de la malla computacional

El mallado tiene gran influencia en los campos de velocidad y superficies del nivel de agua, necesiéndose establecer las formas de los elementos del mallado. Ansys tiene cuatro tipos de formas de los elementos del mallado: tetraedros, hexaedros, pirámides y cuñas (Ansys Inc., 2015b). Cada una juega un papel importante dentro de la conformación del mallado y si no se conoce el efecto sobre las variables de respuesta, es necesario encontrarlo por ensayo y error y establecer el tipo de forma del elemento. En la presente investigación se eligió mallar solo con hexaedros, acogiéndose a recomendaciones de la literatura donde se han evaluado separadores hidrodinámicos (ESSS, 2015). En la Figura 2-3, se muestran las geometrías de los cuatro tipos de elementos.



**Figura 2-3:** Tipos de formas de los elementos de discretización del dominio permitidos en Ansys CFX.

Existen otros efectos debido al mallado como el tamaño de los elementos de la malla, el cual, a su vez, genera la cantidad de elementos y nodos que la conforman. Este efecto también debe ser evaluado por medio de ensayo y error, para determinar la configuración de la malla necesaria para minimizar su efecto sobre las variables de respuesta. Adicionalmente, se debe considerar el efecto que tiene el tipo de mallado, si es estructurado o no estructurado.

Como la configuración que se adopte del mallado es fundamental para lograr que el modelo numérico reproduzca con una aproximación deseada las mediciones, se realizó una evaluación de tallada del efecto de la malla sobre la superficie del agua en CFX con el modelo (EEH), el cual se indica en el Anexo A. También se hizo un análisis del efecto sobre el campo de velocidades usando el modelo matemático RANS acoplado con el modelo de turbulencia RNG  $\kappa$ - $\epsilon$ , usando la aproximación “Rigid Lid Approach” (RLA) el cual se indica en el Anexo B. Los mallados fueron realizados con elementos hexaédricos con mallado estructurado, en los cuales se varió la relación de esbeltez del elemento hexaédrico y el número de elementos, tanto en sentido longitudinal como transversal del canal.

### 2.3.3 Configuración de la simulación

- **Modelo EEH**

Este se configuró con base en recomendaciones dadas en los tutoriales de Ansys. Para la solución se seleccionó el código CFX ya que presentó mejor ajuste con los valores observados que el VOF del Fluent. Adicionalmente, las condiciones iniciales del Fluent para modelar flujo a superficie libres, son de sumo cuidado, lo que lleva muchas veces a realizar simulaciones que no son correctas por falta de una buena inicialización y muchas veces la solución diverge. En cambio, el modelo EEH del CFX es más robusto en cuanto a las condiciones iniciales y, una vez que se configura, actúan de la misma manera para cualquier otra simulación que se haga a partir de la configuración inicial.

Se establecieron las condiciones de frontera incorporadas en el CFX: para la entrada como *Inlet*, para las paredes como *Wall*, para la salida *Outlet* y para el tope del dominio como *Opening* (la condición *Free Slip Wall*, también se puede usar en el tope, produciendo resultados similares).

#### **Inlet**

La configuración de la entrada se realizó usando expresiones CCL del CFX, para cada uno de los parámetros de entrada. En este caso, para el canal de (Bai et al., 2014), el cual fue evaluado en esta investigación por proporcionar tanto valores observados como predichos con simulación hidrodinámica para el campo de velocidades. En este caso la configuración es directa ya que se conoce el nivel de la superficie de agua, de  $UpH=0.15\text{m}$ , de lo contrario se debe hacer por ensayo y error, hasta que el caudal calculado sea igual al valor a simular. Las funciones CCL se indican a continuación:

```
# State file created: 2017/03/10 11:26:27
# Build 16.2 2015.06.30-00.06-134402

LIBRARY:
CEL:
  EXPRESSIONS:
    DenH = (DenWater - DenRef)
    DenRef = 1.185 [kg m^-3]
    DenWater = 997 [kg m^-3]
    DownH = 0.15[m]
    DownPres = DenH*g*DownVFWater*(DownH-z)
    DownVFAir = step((z-DownH)/1[m])
```

---

```

DownVFWater = 1-DownVFAir
UpH = 0.15 [m]
UpPres = DenH*g*UpVFWater*(UpH-z)
UpVFAir = step((z-UpH)/1[m])
UpVFWater = 1-UpVFAir
VelEnt = if(z<UpH,0.1796[m s^-1],0[m s^-1])
END
END
END
COMMAND FILE:
  Version = 16.2
END

```

Donde,  $DownH$  profundidad de agua a la salida;  $VelEnt$  es la velocidad de entrada, valor conocido;  $DenRef$  densidad de referencia del fluido de menor densidad, en este caso el aire;  $DenWater$  es la densidad del agua a 25°C y las demás variables dependen de los anteriores valores. La función  $step$ , convierte valores entre cero y uno, dependiendo si el argumento es positivo o negativo, (ver código de programación en funciones CCL en la ayuda del Ansys). Las variables con el prefijo  $Up$  son para la entrada (Inlet). En la entrada se necesitan los valores de velocidad, las fracciones de volumen del aire y del agua, la profundidad del agua y la turbulencia en la frontera. Las expresiones CCL para las simulaciones de validación realizadas en los canales Tipo C1 y C2, se configuraron teniendo en cuenta la salida de cada canal.

Para las condiciones de turbulencia en la frontera de entrada, se optó por seguir recomendaciones dadas en la literatura por (Ghani, 2010) y (Villamizar, 2014), quienes realizan modelación de canales abiertos y usan expresiones empíricas para estimar la intensidad de la turbulencia ( $I$ ), sin recurrir a seleccionar su valor por ensayo y error. Existen varias opciones que relacionan la intensidad de la turbulencia, el radio hidráulico y, dependiendo el modelo de turbulencia, la energía cinética turbulenta ( $\kappa$ ) y la tasa de disipación turbulenta ( $\varepsilon$ ). Estas se pueden calcular con el siguiente procedimiento (Ansys Inc., 2013) :

$$I = 0.16 \text{ Re}^{-1/8} \quad (2.1)$$

$$\text{Re} = \frac{UD_H}{\nu} \quad (2.2)$$

$$\kappa = 1.5(IU)^2 \quad (2.3)$$

$$l_t = 0.07(D_H) \quad (2.4)$$

$$\varepsilon = \frac{C_\mu^{3/4} \kappa^{3/2}}{l_t} \quad (2.5)$$

$$D_H = 4 R_H \quad (2.6)$$

( $\kappa$  [J/kg]) y ( $\varepsilon$  [m<sup>2</sup>/s<sup>3</sup>]), la variable  $I$  es la intensidad de turbulencia,  $\text{Re}$  es el número de Reynolds del flujo,  $D_H$  es el diámetro hidráulico en la entrada en m,  $R_H$  es el radio hidráulico

del área mojada en la entrada en m; ( $l_t$ ) es la longitud de escala turbulenta en m,  $\nu$  es la viscosidad cinemática a 25°C en m/s<sup>2</sup>,  $C_\mu$  es una constante empírica especificada en el modelo de turbulencia igual a 0.09 y  $U$  es la velocidad media a la entrada en m/s. Estas expresiones se pueden usar en los códigos Fluent y CFX, ya que las ecuaciones presentadas en el manual de Ansys, (Ansys Inc., 2015b), son muy similares para estos dos códigos.

### Outlet

La salida se configura con la presión hidrostática definida por la fracción de volumen de agua, en la variable `DownPres`. Las variables con el prefijo `Down` son para configurar la salida (Outlet). Si en la sección de salida del canal el flujo pasa de subcrítico a crítico y no se conoce la profundidad normal del agua, se puede usar la profundidad crítica del flujo como dato de entrada para la salida.

### Opening

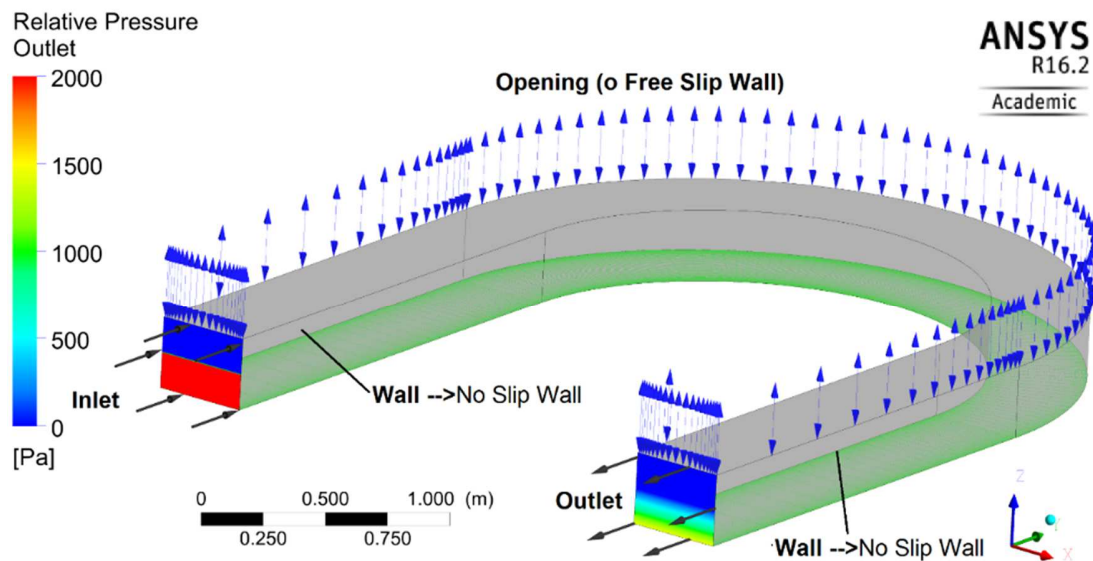
Esta condición de frontera permite salida y entrada de fluido, en un intercambio, simulando condiciones atmosféricas. En el caso de canales abiertos permitirá el flujo de la fase más liviana por esta frontera. En esta frontera se define la fracción de volumen como cero (0.0) para el agua y uno (1.0) para el aire y una condición de presión relativa igual a cero.

### Wall

La pared se define como pared hidráulicamente lisa (esto ya que el canal es de acrílico, el cual se considera que trabaja en dicha condición, similar a la rugosidad del PVC que siempre se comporta como hidráulicamente lisa para cualquier condición del flujo), y para el momentum y masa como no deslizamiento “No Slip Wall”. Se usó en todos los casos la función de pared para calcular el campo de velocidades entre la pared y un punto al interior del fluido. El objeto de la función de pared es hacer las veces de “puente” para transmitir el efecto de la pared sobre un volumen de fluido dentro del dominio, como ayuda al cálculo numérico. Por otro lado, la justificación de usar función de pared es que si no se usa, es necesario garantizar un mallado muy fino cerca a la pared, necesitándose una enorme capacidad computacional para la solución (Ansys Inc., 2015b).

En la Figura 2-4 se muestra gráficamente la configuración de la simulación típica para el canal de (Bai et al., 2014). Obsérvese la fracción de volumen configurada en la entrada y la variación de presión hidrostática en la salida, resultado de aplicar las expresiones CCL.





**Figura 2-4:** Dominio computacional y condiciones de frontera en el modelo EEH del CFX.

- **Modelo con “Rigid Lid Approach” (RLA)**

Se optó por usar este modelo ya que en caso donde se conoce el nivel de la superficie del agua ofrece ventajas en cuanto a la configuración, convergencia y un menor tiempo computacional. Se escogió para la solución el código Fluent, debido a que, en comparaciones previas con respecto a valores observados del campo de velocidades, el CFX produjo resultados menos favorables para este método que el Fluent. Las condiciones de frontera incorporadas en el Fluent son: Velocity-Inlet, Outflow, Free Surface y Wall.

#### Velocity-Inlet

Se configuró con velocidad ortogonal a la superficie de entrada, con turbulencia definida por la intensidad turbulenta ( $I$ ) y el diámetro hidráulico ( $D_H$ ), calculadas con las ec. (2.1) y (2.4). El código computacional *Fluent* calcula internamente los valores de ( $\kappa$ ) y ( $\epsilon$ ) a partir de los valores de ( $I$ ) y ( $D_H$ ), con las ecuaciones (2.1...2.6), lo cual es una práctica más generalizada que suministrar directamente los valores de ( $\kappa$ ) y ( $\epsilon$ ) (Ansys Inc., 2013). Según el manual de (ANSYS Fluent User's Guide), para la mayoría de los flujos turbulentos, el cálculo numérico no es sensible a los datos de turbulencia en la frontera de entrada, ya que se generan niveles más altos de turbulencia dentro de las capas de fluido que en el flujo de entrada, aunque se deben suministrar valores razonables para evitar divergencia durante el cálculo numérico (Ansys Inc., 2013). Este comentario del manual del usuario indicaría que los niveles de turbulencia suministrados en la frontera se subestiman, comentario que también justifica el hecho de no realizar análisis de sensibilidad del cálculo numérico ante las condiciones de turbulencia a la entrada los cuales, adicionalmente, se tomaron recomendados de la literatura (Ghani, 2010) y (Villamizar, 2014). Este comportamiento de las mencionadas variables se refuerza con los resultados mostrados en la Figura 2-5 (b), en donde se grafican las cantidades turbulentas

( $\kappa$ ,  $\varepsilon$ ), a lo largo del eje del canal de (Bai, 2014), a una altura de 75mm desde el fondo y se grafican los valores de entrada como líneas horizontales punteadas. Se observa que los valores de las líneas punteadas son los valores mínimos con respecto a los valores en el interior del flujo. En todo el dominio computacional se registraron los siguientes valores extremos  $\kappa_{min}=2.62 \times 10^{-5}$ ,  $\kappa_{max}=5.81 \times 10^{-4}$  J/kg $_m$ ,  $\varepsilon_{min}=1.59 \times 10^{-6}$ ,  $\varepsilon_{max}=7.78 \times 10^{-3}$  m<sup>2</sup>/s<sup>3</sup>, valores que al compararlos con los valores calculados a partir de (I) y (D<sub>H</sub>), corresponden a  $\kappa_{inlet}=7.65 \times 10^{-5}$  J/kg $_m$  y  $\varepsilon_{inlet}=4.3 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s<sup>3</sup>, obsérvese que los valores a la entrada están más cerca a los mínimos que a los máximos.

### Pressure-Outlet

La salida del canal se configuró como condición de presión constante igual a cero. Los valores de turbulencia similar a los de entrada.

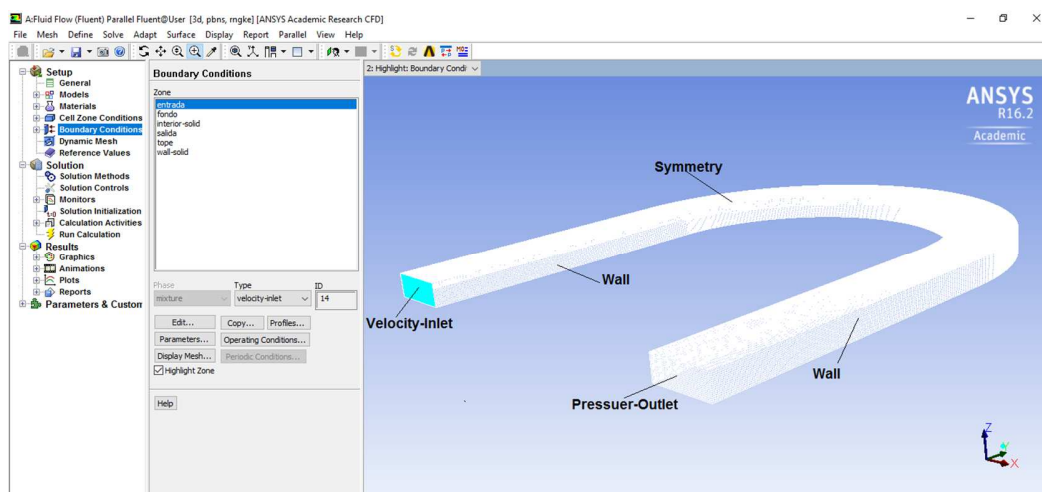
### Simmetry

Condición de frontera para la superficie libre del agua, la cual se define como un plano de simetría, la cual garantiza que el modelo se calcula con la RLA, donde los gradientes de todas las variables ortogonales a la superficie libre y la velocidad ortogonal son cero. En esta condición la presión calculada es diferente de cero, donde compensa la sobre elevación del agua en la parte externa de la curva y la depresión en la parte interna.

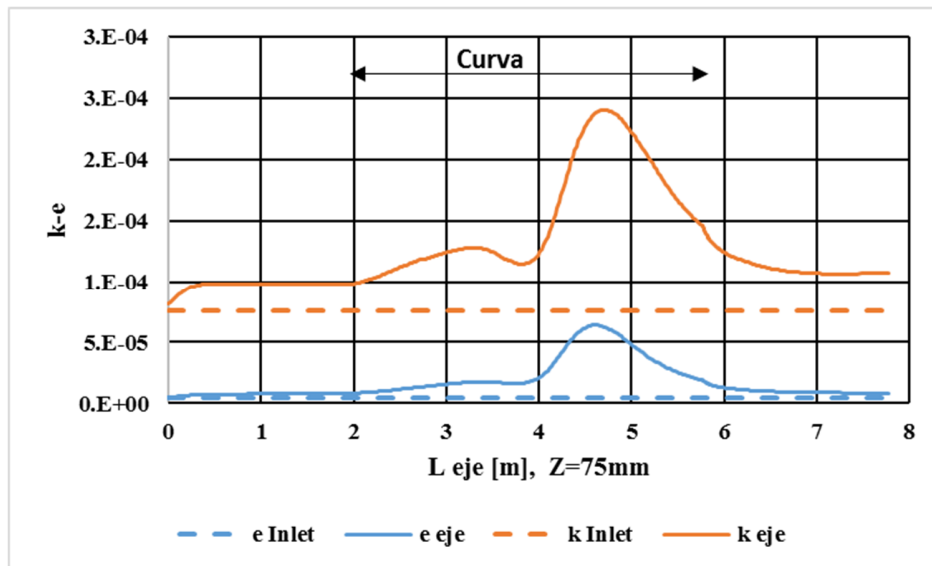
### Wall

Esta condición de frontera garantiza no deslizamiento (No slip) con altura de rugosidad cero. Se usó función de pared (*scalable wall function*, función mejorada con respecto a la *standar Wall function*), se eligió esta esta condición por los mismos argumentos que se hizo para el código CFX (aunque la función de pared no se elige en la condición de frontera, si no en la elección del modelo de turbulencia).

En la Figura 2-5(a), se presenta el dominio computacional y las condiciones de frontera de la simulación.



(a)

(b)<sup>2</sup>**Figura 2-5:** Canal con RLA en Fluent.

(a). Dominio computacional y condiciones de frontera con la RLA. (b) Comparación gráfica entre los valores de las cantidades turbulentas en la frontera de entrada y los valores dentro del dominio, a una altura desde el fondo de 0.075m, a lo largo del eje del canal.

En términos generales, el método de introducir las condiciones de frontera a la entrada para las cantidades turbulentas por medio de (I) y ( $D_H$ ), según lo anteriormente analizado, proporciona una tendencia a subestimar los valores comparados con los valores calculados en el dominio computacional.

### 2.3.4 Cálculo de la solución

Para la solución se deben verificar tres resultados en tiempo de ejecución de la solución:

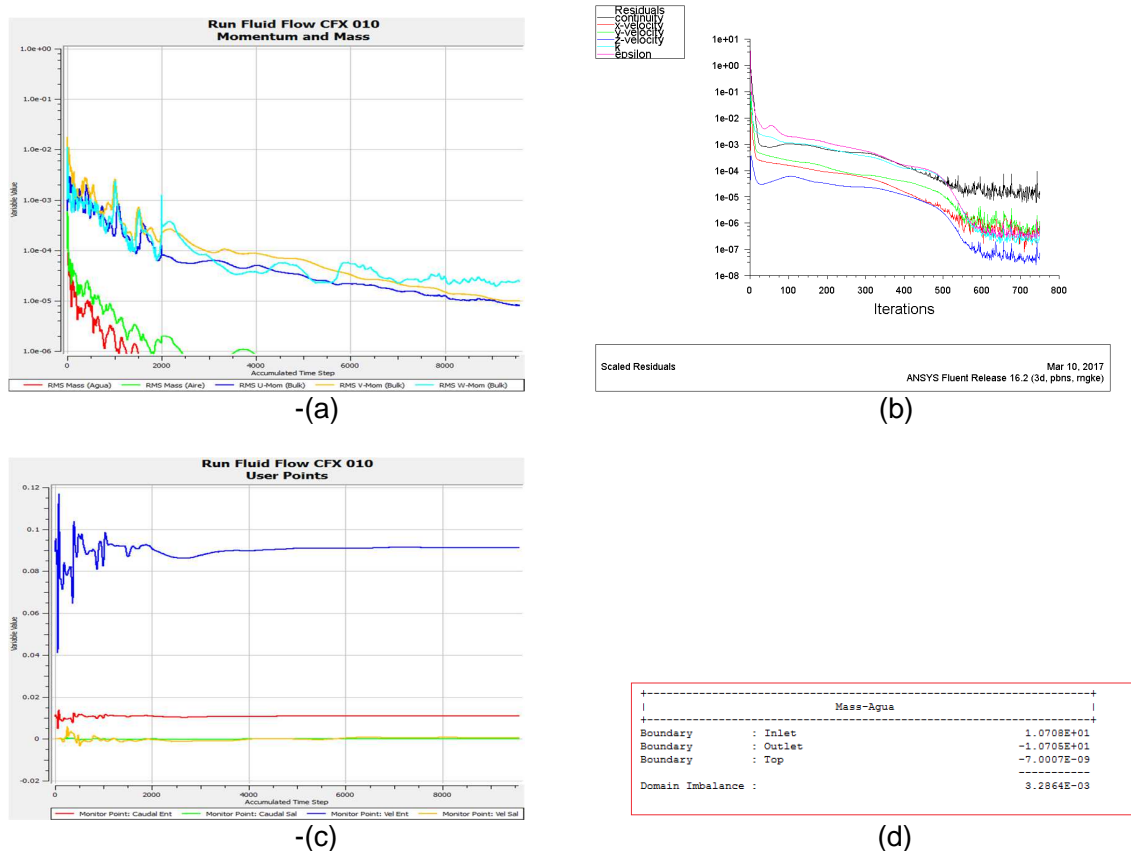
1) La convergencia deberá alcanzar valores deseados, en lo posible, menores a  $10E-5$ . En el ejemplo mostrado en la Figura 2-6 (a) para el CFX y la Figura 2-6 (b) para el Fluent. (Ansys Inc., 2015b) se obtienen unos criterios básicos para seleccionar el nivel de la convergencia según el tipo de estudio o de proyecto. Por experiencia en esta investigación, convergencias por debajo de  $10E-4$ , no aportan cambios significativos a las variables de respuesta. En este sentido, se recomienda evaluar varios niveles de convergencia y verificar los efectos sobre las variables de interés. La convergencia en CFX se controla con el *Time Scale Control*, y en el Fluent con los *Under Relaxations Factors*. Lograr la

<sup>2</sup> G:\6\_Jun32gb2017\Sim22fac2\_10\_5\_files\user\_files\Variacion k-e EJE Z75mm en el fonto exte e int sim 22 Canal Bai2.xlsx, archivo Ansys G:\6\_Jun32gb2017\Sim22fac2\_10\_5.wbpj

convergencia deseada es la parte más difícil de la solución, ya que se debe interactuar en tiempo de ejecución de la simulación (costo computacional).

2) La estabilidad de las cantidades físicas se deberá garantizar durante la ejecución de las iteraciones. Variables como el flujo másico del agua, las velocidades, etc., por lo general, se estabilizan mucho antes de lograr la convergencia, como se indica en la Figura 2-6(c) para el CFX. Es de notar que la estabilidad de los flujos másicos en la iteración 4000 ya se han estabilizado mientras la convergencia aún sigue en  $10E-4$ .

3) Los balances del flujo másico de agua en el dominio deberán alcanzar valores deseados (ver Figura 2-6(d) para valores reportados por el CFX). Los balances de agua mostraron un déficit equivalente al 0.03% del flujo másico entrante, déficit que se considera aceptable.



**Figura 2-6:** Verificación gráfica de requisitos para la solución de la simulación.

(a) convergencia CFX. (b) Convergencia Fluent. (c) Estabilidad de las cantidades físicas CFX. (c) Balances de masa del agua entre entrada y salida en el CFX.

### 2.3.5 Postproceso-Análisis de los resultados.

En esta etapa, el análisis de los resultados depende de los objetivos que se hayan establecido en la simulación. En esta investigación interesa conocer tres variables de respuesta básicas, como son los niveles del agua en la curva, los campos de velocidad en la curva y las trayectorias de las partículas.

- **Niveles de agua**

El cálculo de los niveles de agua se puede hacer de dos maneras: una usando la fracción de volumen para el agua y la otra usando la presión hidrostática en el fondo. Para la primera se define una superficie del nivel del agua “Isosurface” en un valor de 0.5, la cual indica la profundidad del agua. Para la segunda se exporta la presión sobre el fondo y se calcula la profundidad a partir de la presión hidrostática en el fondo del canal.

- **Campos de velocidad**

Como se tienen conocidos los puntos donde se necesita conocer la velocidad, se dibuja en el CFD-Post de Ansys una “polyline” con los vértices en aquellos puntos donde se desea conocer la velocidad y el CFD-Post de Ansys exporta un archivo (\*.csv) con los campos de velocidad en dichos puntos.

- **Trayectorias de las partículas sólidas**

El CFD-Post de Ansys exporta un archivo en el cual contiene los vértices de las trayectorias que se especifique. Para el proceso de las trayectorias se creó un código en Matlab, el cual permite hacer seguimiento a las trayectorias y su intersección con las secciones transversales del canal, permitiendo analizar los pasos del movimiento espiral-helicoide y el cálculo de  $\eta_s$ .

## 2.4 Metodología para la calibración de los modelos numéricos

Para efectos de calibración, un modelo numérico se puede simplificar en tres componentes: entrada ( $\Pi$ ), proceso ( $\Omega$ ) y salida ( $\Psi$ ), en una relación simbólica ( $\Pi \rightarrow \Omega \rightarrow \Psi$ ). La entrada está compuesta por uno o más factores (también conocidos como parámetros, variables independientes, regresores o forzadores). El proceso lo componen los cálculos realizados por el código numérico para obtener la(s) variable(s) de respuesta. La salida está conformada por una o más variables de Respuesta. Un factor puede ser el tamaño del elemento de la malla computacional y una variable de respuesta puede ser la profundidad del agua en el canal.

Se parte del hecho de que los factores y las variables de respuesta han sido identificados y que los factores admiten niveles de magnitud, (los niveles son los valores que puede tomar un factor, como por ejemplo la longitud de un elemento de la malla computacional, puede tomar prácticamente cualquier valor, desde micrones hasta kilómetros). En este sentido empiezan a surgir interrogantes, por ejemplo, ¿cuántos ensayos se necesita realizar para evaluar el efecto de ( $\Pi$ ) sobre ( $\Psi$ )?, ¿Cuál es el orden en que se deben realizar los experimentos numéricos?, ¿cómo se cuantifica el efecto de ( $\Pi$ ) sobre ( $\Psi$ )?,

¿cuáles de los factores ( $\Pi$ ) son significativos o que afectan de manera importante la/las variable(s) ( $\Psi$ )?, ¿Qué tipo de relación existe entre ( $\Pi$ ) y ( $\Psi$ )?

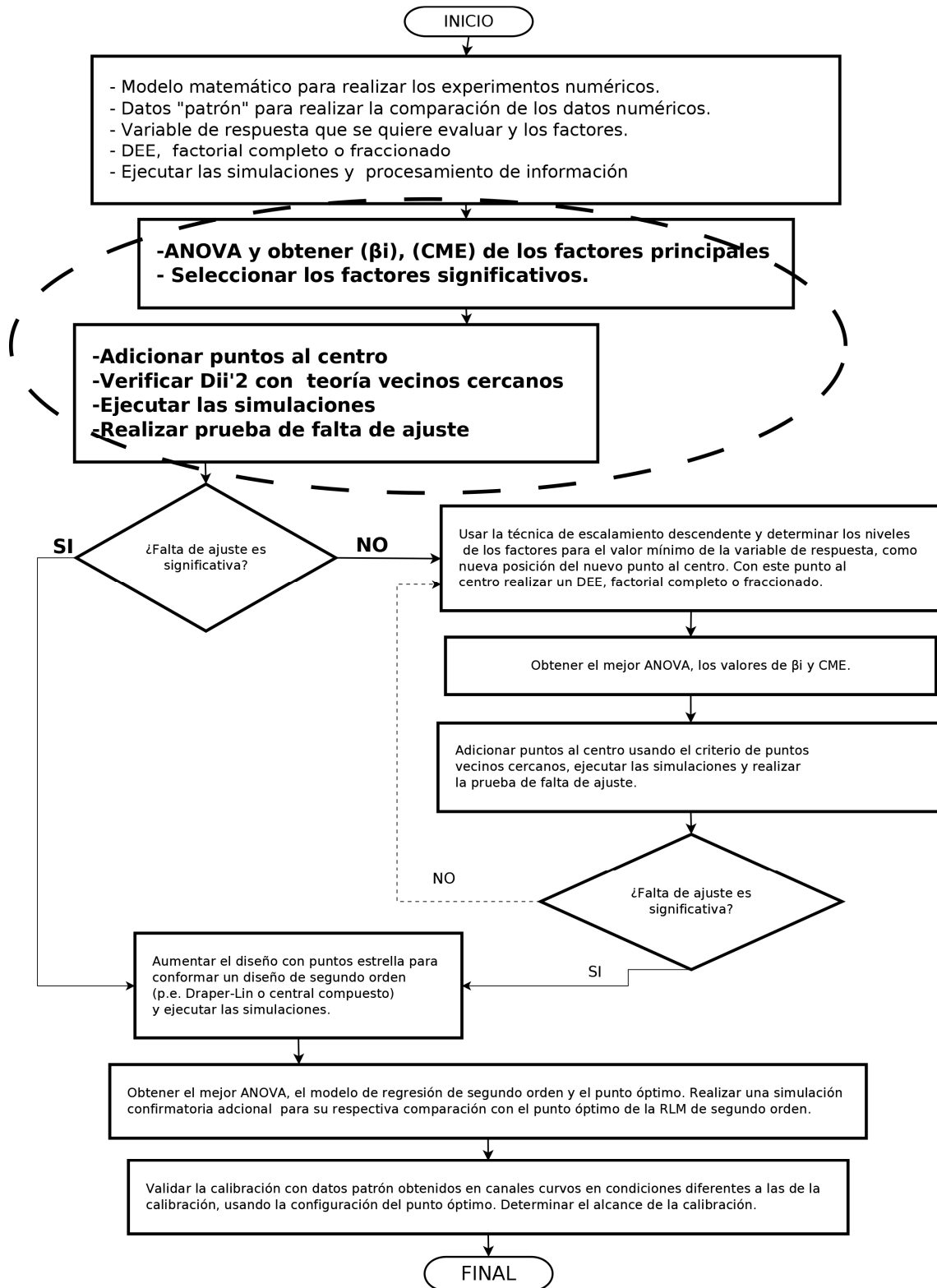
Para dar respuesta a estos interrogantes se propuso una nueva metodología con base al diseño estadístico de experimentos (DEE), detallada en el Anexo A, en el cual se evaluó el efecto de factores relacionados con la malla sobre el nivel del agua, usando el modelo EEH del CFX. Se obtuvieron valores del nivel de agua de varios canales curvos. Uno de ellos se usó para la calibración y se aplicó la nueva metodología. Los datos de los canales restantes se usaron para validar el modelo numérico en el punto óptimo de la configuración de la simulación producto de la calibración. Se obtuvieron resultados coherentes entre calibración y validación al aplicar la nueva metodología de calibración.

El problema que soluciona la nueva metodología, es que, en simulación numérica determinística, no es posible hacer replicas puras de un experimento para obtener un error experimental, ya que al repetirlo con la misma configuración siempre se obtiene el mismo resultado. Esto hace que no haya error experimental (como tal) y la teoría del DEE clásica no se puede aplicar a modelación numérica.

En el Anexo B se aplica la metodología de calibración, pero para evaluar el campo de velocidades en canales curvos, se utilizan los datos de experimentación física de varios canales curvos y se calibra el modelo numérico con los valores de uno de los canales y se valida la calibración con los canales restantes. Encontrando también valores coherentes entre calibración y validación.

En los Anexos A y B, se utiliza como indicador estadístico el RMSE para evaluar la diferencia entre los observado y lo predicho. En el Anexo A se utiliza como variable de respuesta la profundidad del agua en la curva y en el Anexo B se utiliza el ángulo que forman la velocidad meridional  $V_m$  con la horizontal, dado como  $\theta_v = \tan^{-1}(V_z/V_r)$ , donde  $V_m = (V_r^2 + V_z^2)^{0.5}$ ,  $V_r$  es la velocidad radial en dirección del radio de la curva en cada sección del plano y  $V_z$  la velocidad axial ortogonal al fondo.

En la Figura 2-7 se muestra el diagrama de flujo de la nueva metodología. Los conceptos que se manejan son el DEE, el escalamiento descendente, los puntos vecinos cercanos, la bondad de ajuste y la regresión lineal múltiple (RLM), los cuales pueden ser consultados en (Gutiérrez and De la Vara, 2012), (Montgomery, 2012) y (Montgomery et al., 2012). Las etapas entre el círculo de línea a trazos de la Figura 2-7, son introducidas como nueva propuesta, para que se puedan usar en modelación numérica.



**Figura 2-7:** Diagrama de flujo de la nueva metodología de calibración con base en DEE.

## 2.5 Criterios de bondad de ajuste

Para realizar una calibración y validación de un modelo matemático es necesario definir un criterio de la bondad de ajuste entre lo observado y lo calculado.

En cuanto a la comparación de variables escalares como la profundidad de agua y eficiencias de separación, evaluar la bondad de ajuste ha sido suficiente con usar el indicador estadístico RMSE como se analizó en el Capítulo 1. Por lo tanto, en la presente investigación se usó este indicador como criterio de bondad de ajuste entre los valores predichos y observados de las magnitudes escalares, en el Anexo A, se detalla la metodología propuesta. En la comparación de magnitudes vectoriales, la bondad de ajuste entre lo predicho y lo observado, es mucho más compleja y, en este sentido, se propusieron unos indicadores de bondad de ajuste basados en recomendaciones de la literatura y experiencias de otros autores, los cuales tienen en cuenta la magnitud y dirección de dichas magnitudes. Para ello, en el Anexo C se propone una metodología detallada que incluye varios criterios de bondad de ajuste reportados en la literatura, aplicados a comparar campo de velocidades observados y predichos para un canal. Está metodología se aplicó también para comparar campos de velocidades obtenidos en la presente investigación usando el ADVVP11.

## 2.6 Propuesta para cuantificar la ICS

Uno de los problemas detectados con el flujo secundario es que la comparación entre los valores observados y predichos se vuelve muy compleja, donde el interrogante es cómo establecer que un vórtice es igual o similar a otro, producto de los respectivos campos de velocidad. En la literatura no se reporta como comparar dos flujos vorticales, por tal motivo se propone, en este caso, hacer la comparación usando el concepto de ICS.

Como se observó en la revisión de la literatura, se han propuesto algunas magnitudes derivadas del campo de velocidades para cuantificar la ICS, pero necesitan ser ajustadas para el cálculo a partir del campo de velocidades discreto, producto del análisis numérico en canales curvos. Este análisis se muestra a continuación.

### 2.6.1 Helicidad

Como ya se analizó en la revisión de literatura, la helicidad tiene un buen potencial para cuantificar la ICS en el flujo en un canal curvo. En este sentido se proponen magnitudes como la helicidad absoluta, la helicidad neta y algunos índices basados en el mismo concepto de helicidad, para cuantificar la ICS. Matemáticamente la helicidad ( $H_e$ ) se puede ajustar para el cálculo con datos discretos provenientes de modelación numérica o experimentación física.

La fuerza de las corrientes secundarias ( $I_H$ ), se evalúa con ec. (2.8) y ec. (2.9), para una sección transversal del canal.



*Helicidad neta:*

$$I_{Hn} = \sum_{l=1}^{Nh} (H_{ei} \Delta A_i) \quad (2.8)$$

*Helicidad absoluta:*

$$I_{Ha} = \sum_{l=1}^{Nh} (|H_{ei} \Delta A_i|) \quad (2.9)$$

$\Delta A_i$  es el área aferente a cada punto de velocidad. Teniendo en cuenta que la helicidad es el producto punto de dos vectores, se puede obtener el coseno del ángulo de la siguiente manera:

$$\cos(\xi) = \frac{(\nabla \times \vec{V}) \cdot \vec{V}}{\|(\nabla \times \vec{V})\| \|\vec{V}\|} \quad (2.10)$$

Se propone otra magnitud que tiene que ver con la helicidad local normalizada (LNHp).

$$LNHp = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^{N_A} \cos(\xi_i) dA_i \quad (2.11)$$

Donde  $A$  es el área de la sección transversal del canal ya sea en los tramos rectos o en la curva del canal. En la presente investigación se evaluaron, la helicidad neta y la helicidad absoluta con ec. (2.8) y ec. (2.9), para comparar campos de velocidad observados y predichos. La magnitud LNHP es difícil evaluarla si no se tienen valores experimentales con alta densidad espacial en las tres direcciones de movimiento del flujo.

## 2.6.2 Intensidad

Teniendo en cuenta que las ecuaciones propuestas en el Capítulo 1 son integrales continuas y los datos tanto de experimentación física como numérica son datos discretos en el espacio, se proponen las siguientes ecuaciones para el cálculo de la intensidad del flujo secundario. En adelante, a la ecuación de Stranden-Gobadian, se denominará intensidad de Stranden ( $I_{SG}$ ) y a la de Han Intensidad de Han ( $I_H$ ).

*Ecuación de Stranden-Gobadian:*

$$I_{SG} = \frac{\sum (V_r^2 \Delta A)}{\sum (V_t^2 \Delta A)} \quad (2.12)$$

*Ecuación de Han:*

$$I_{Han} = \frac{1}{R_H^2 U_e^2} \sum (V_r^2 + V_z^2) \Delta A \quad (2.13)$$

El valor entre paréntesis de la ecuación de Han es el cuadrado de la velocidad meridional, dada como  $V_m^2 = V_r^2 + V_z^2$ . Es de notar que las dos ecuaciones evalúan la relación de energía cinética en el plano transversal al flujo del canal curvo y la energía cinética en la

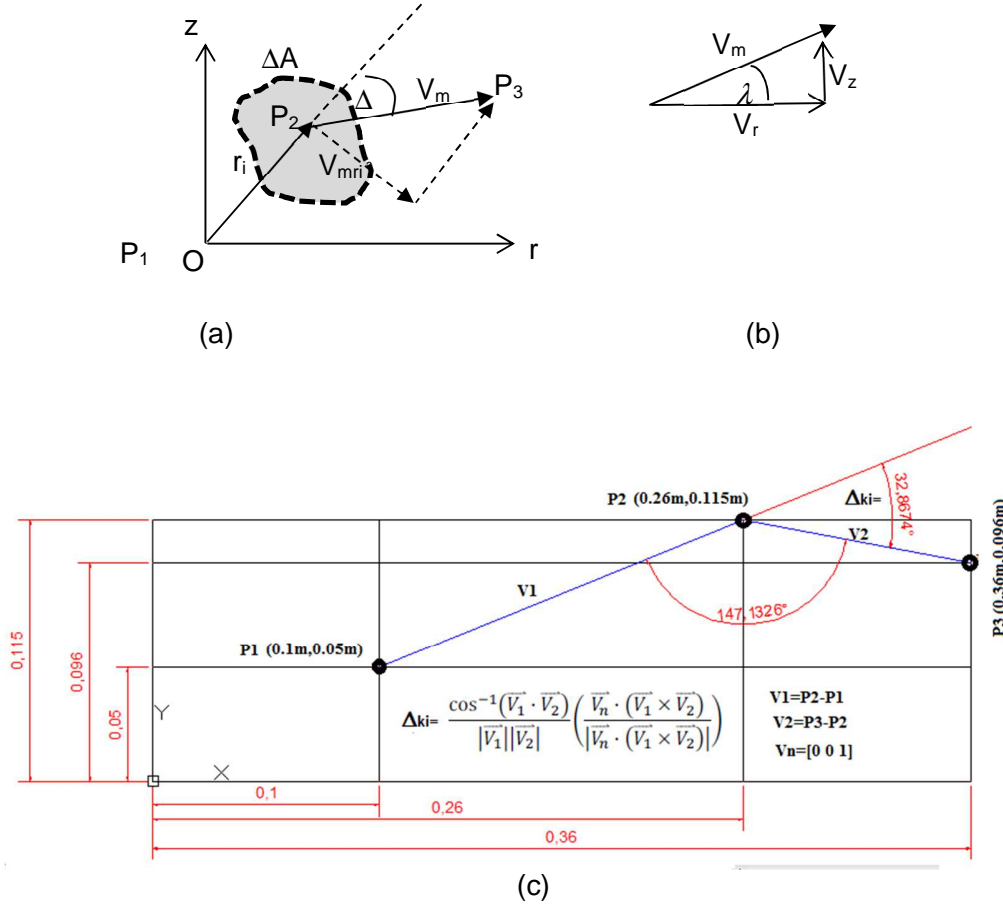
dirección tangencial al flujo principal, lo cual indica que donde exista mayor energía cinética transversal, la circulación secundaria tendrá un máximo valor.

### 2.6.3 Número de remolino

En la Figura 2-8, se muestran gráficamente las componentes vectoriales que intervienen en el análisis, donde  $r_i$  es el vector de posición de un elemento diferencial de fluido medido desde el centro del vórtice. El momentum angular con respecto al punto cero (O) (centro del vórtice), está dado por  $M_o = r_i(V_{mri})m$ , donde  $m$  es la masa. Para el cálculo de  $M_o$  es necesario encontrar la componente de velocidad  $V_{mri}$ , ortogonal al vector de posición  $r_i$ , la cual se halla encontrando el ángulo que forman los vectores componentes, usando el producto punto, en este caso el ángulo de deflexión ( $\Delta$ ). Así  $V_{mri} = V_m \cos(90-\Delta)$  para  $\Delta < 90^\circ$ ,  $V_{mri} = V_m \sin(180-\Delta)$  para  $90^\circ \leq \Delta \leq 180^\circ$ . La velocidad  $V_m$  es la velocidad meridional y está compuesta por los vectores de velocidad  $V_z$  y  $V_r$ , dada en la siguiente expresión,  $V_m = (V_z^2 + V_r^2)^{1/2}$  y la dirección del vector  $V_m$  ( $\lambda = \text{lambd}$ a) viene dada por  $\lambda = \tan^{-1}(V_z/V_r)$ . El ángulo delta ( $\Delta$ ), es un ángulo de deflexión, y se calcula aprovechando las propiedades del producto punto y producto cruz de dos vectores, para determinar la dirección de giro del vector velocidad, con fines de sistematización se elaboró el siguiente código de Matlab, con base a la Figura 2-8 (c).

```
V1=[P2-P1];
V2=[P3-P2];
Vn=[0 0 1];
Pdot=dot(V1,V2);
NormaV1= norm(V1);
NormaV2= norm(V2);
CosBeta=(Pdot./(NormaV1.*NormaV2));
delta=acos(CosBeta); % Δ
delta= delta *180/pi;
ProdCruzV1xV2 = cross(V1,V2);
Pdot2=dot(Vn,ProdCruzV1xV2);
Norma2=norm(Pdot2);
delta = delta *(Pdot2./Norma2);
ri=NormaV1;
```

Con  $P_1$  centro del vórtice (0.1m, 0.05m),  $P_2$  coordenada de posición final del vector de posición (0.260m, 0.115m),  $P_3$  coordenada de posición final del vector velocidad (0.36m/s, 0.096m/s), si  $\Delta$  es negativo(-) el giro es en sentido de las manecillas del reloj. Para el ejemplo se obtiene un ángulo de  $\Delta = -32.8^\circ$ ,  $r_i = 0.1727$ m. El momentum adquiere el signo del ángulo  $\Delta$ .



**Figura 2-8:** Esquemas de cálculo para el número de remolino.

(a) esquema de los vectores. (b) Componentes de la velocidad meridional. (c) Esquema base para el cálculo del ángulo delta  $\Delta$ .

Se espera que los vectores de velocidad que conforman un vórtice giren en el mismo sentido y si hubiera algún vector con giro en sentido contrario, éste se restará en la sumatoria de cada uno de los momentos, ya que se tiene en cuenta el signo del ángulo  $\Delta$  para determinar el sentido del giro. Como se posee un campo de velocidades en un dominio discreto, es necesario convertir la integral continua en una sumatoria y con estas consideraciones, el **Sn** se calcula con la siguiente expresión:

$$Sn = \frac{\sum_{i=1}^{Nv} r_i V_{ti} V_{mri} \Delta A_i}{L \sum_{i=1}^{Nv} V_{ti} (V_{ti}) \Delta A_i} \quad (2.14)$$

Las velocidades en la ec. (2.14) son magnitudes. Para calcular la longitud característica,  $L$ , se proponen dos alternativas: una es usar el radio hidráulico de la sección transversal

donde se analiza el vórtice y la otra es encontrar una longitud ponderada con los vectores de posición y el área, dada como:

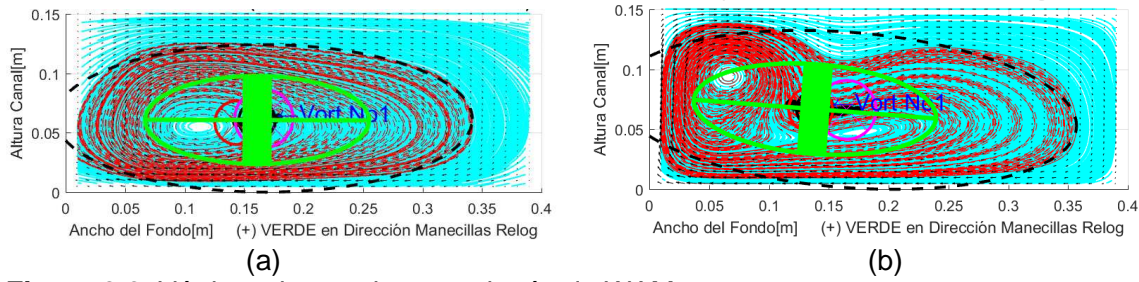
$$L = \frac{\sum_{i=1}^{N_v} (r_i) \Delta A_i}{A} \quad (2.15)$$

donde  $A$  es el área de la elipse que identifica al vórtice.

Teniendo en cuenta lo planteado en la revisión de literatura, la dificultad que se tiene es que los vórtices del flujo secundario en la curva de un canal, no son simétricos, y la ecuación es muy difícil de aplicar. Por lo tanto, es necesario detectar si hay uno o más vórtices, e identificar que vectores de velocidad están dentro de cada vórtice, lo que hace una tarea bastante compleja. Para ello se propone una metodología perteneciente a la disciplina de *visualización de flujo*, basada en los atributos de los vórtices del flujo, aplicando el método WAM (Winding Angle Method), para identificar áreas del flujo donde pueden ocurrir vórtices, a partir de un campo de velocidades en dos dimensiones (2D), (Ari Sadarjoen and Post, 2000) (Hansen and Johnson, 2005) y (Bussiere, 2012). Combinando el método WAM con la teoría de análisis por componentes (APC), es posible cuantificar la localización, el tamaño y el sentido de rotación de los vórtices. Se elaboró un código en Matlab para hacer este cálculo, y se verificó usando el canal de (Bai et al., 2014), cuya comparación se muestra en el Anexo G.

Al aplicar la metodología para comparar vórtice observados con predichos, se encontró la dificultad de que los datos experimentales no tiene la densidad espacial adecuada, en toda la sección transversal, ya que fueron medidos con un Acoustic Doppler Velocimeter (ADV), y este dispositivo tiene la desventaja de que no puede tomar perfiles de velocidad en la sección completa del canal y, así, dada la geometría del dispositivo no es posible obtener datos cerca de las paredes verticales del canal y cerca de la superficie del agua. Esto hace que la metodología WAM solo detecte parte del vórtice. Para poderla aplicar se propuso una comparación de localización de vórtices basado en las áreas de traslapo entre la distribución espacial de cada vórtice. El detalle del análisis se puede consultar en el Anexo G, en el cual se usa este criterio para comparar la posición de los vórtices dentro de la sección transversal del canal, como un criterio semi-cuantitativo.

El método WAM junto con los criterios para cuantificar la ICS, adquiere suma importancia en los estudios de independencia de malla de los modelos numéricos al modelar flujo con remolinos, ya que se pueden determinar las propiedades de los vórtices de una simulación con un mallado determinado y compararla con otra simulación con otro mallado y evaluar así el efecto de la malla sobre las propiedades de un vórtice. En el Anexo G, se aplica la metodología y se realiza el estudio de independencia de malla del modelo numérico RLA, usando como criterio el número de remolino, con la geometría del canal de (Bai et al., 2014). En la Figura 2-9 se muestra el flujo vortical para un mallado deficiente y para un mallado óptimo, usando como criterio el  $S_n$ . Obsérvese cómo evolucionó el vórtice por efecto del refinamiento de la malla, pasando de un único vórtice a un vórtice de gran complejidad con dos vórtices internos, girando en la misma dirección.



**Figura 2-9:** Vórtices detectados con el método WAM.

Canal de (Bai et al., 2014), en la sección de 90°, simulado con RLA: (a) 1920 elementos de la malla. (b) 792000 elementos de la malla. La línea punteada de color negro es la elipse equivalente de tamaño del vórtice. El color verde indica rotación en sentido de las manecillas del reloj, los de color violeta, rojo y negro indican posibles núcleos del vórtice. Las líneas de corriente (LC) de color rojo son las líneas que el WAM selecciona para el análisis, y las LC de color magenta son las LC base para el análisis.

El método WAM tiene la desventaja que no es fácil de automatizar para vórtices complejos, como el mostrado en la Figura 2-9 (b). Este movimiento es difícil de caracterizar con el método WAM y asigna la elipse representativa solo al vórtice general para efectos de comparación.

## 2.7 Metodología para caracterizar la distribución de partículas

La DRR ha sido usada para caracterizar granulometrías de partículas logrando buenos resultados (Vesilind, 1980), (Gao et al., 2002), (García and López, 2012), (Alderliesten, 2013). La DRR se ajusta al peso o volumen acumulado, retenido en cada tamiz, tal como lo expone (González-Tello et al., 2008):

$$R = \exp \left[ - \left( \frac{x_i}{x'} \right)^n \right] \quad (2.16)$$

Si la DRR se ajusta con el volumen o peso pasante, se da como:

$$V = 1 - R = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{x_i}{x'} \right)^n \right] \quad (2.17)$$

donde,  $V$  es la fracción de masa o volumen de partículas con tamaños más pequeños o iguales que  $x_i$ , asumiendo constante la densidad de toda la masa de partículas;  $R$  es la fracción de masa o volumen de partículas con tamaños más grandes que  $x_i$ ;  $x_i$  es el tamaño de partícula, expresado en unidades de milímetros ( $mm$ ) o micrones ( $\mu m$ );  $x'$  es el módulo de tamaño o "tamaño característico de partícula" definido como el tamaño en el cual 63.2% ( $1-1/e=0.632$ ), ( $e$  es el  $\exp(1)$ ), de las partículas (por peso) son más pequeñas (Vesilind, 1980), (González-Tello et al., 2008), y ( $n$ ) es el módulo de distribución y describe la uniformidad del material ("constante de uniformidad") (Vesilind, 1980). Para cada granulometría se encontraron los valores de  $x'$  y  $n$ , valores altos de  $x'$  indican que la

granulometría tiende a lograr tamaños de partículas más gruesas, valores altos del exponente ( $n$ ) indica un rango más estrecho de tamaños de partícula en la granulometría. El comportamiento de los parámetros,  $x'$  y  $n$ , de la DRR, son importantes ya que se proporcionan un criterio para determinar efectos de separación tal como lo reporta (Gao et al., 2002). En la presente investigación se usaron estos parámetros para determinar la distribución radial del tamaño de partículas en el canal curvo Tipo C2, tanto en valores obtenidos por experimentación física como experimentación numérica.

Para el cálculo del número de Reynolds de partícula afectado por la concentración de partículas ( $R_{p_m}$ ), se optó por seguir la metodología dada por (Gómez, 2002) quien hace un análisis detallado de las propiedades de las partículas y calcula el ( $R_{p_m}$ ) con base a (Cheng, 1997a) y (Cheng, 1997b). En este sentido, se calculó el ( $R_{p_m}$ ), para cada partícula y luego se relacionó la eficiencia de separación con este número dimensional, logrando establecer curvas de eficiencia de separación para varios tamaños de partícula.

### 2.7.1 Comentarios finales del capítulo

Se propuso una metodología general, desarrollada en esta investigación, para combinar experimentación física y numérica, para estudiar y entender un fenómeno físico.

También se propuso una nueva metodología para la calibración y validación de los modelos numéricos, con base a el diseño estadístico de experimentos (DEE), la cual fue verificada, logrando encontrar configuraciones de los modelos numéricos apropiadas para reproducir satisfactoriamente los datos de experimentación física.

Se propuso una metodología para realizar cada una de las simulaciones, con base al funcionamiento del software de Ansys Inc., la cual se siguió paso a paso para lograr resultados satisfactorios y cumplir los objetivos en cada simulación.

Se identificaron las magnitudes apropiadas para caracterizar el flujo particulado y el flujo secundario y su combinación con indicadores estadísticos. Se logró comparar satisfactoriamente el flujo con remolinos de manera adecuada, garantizando que el modelo numérico reproduce de manera acertada este tipo de flujos.

Se estableció una nueva metodología para la medición física de campos de velocidad usando el acoustic Doppler velocimeter (ADVVP11), con el cual se obtuvieron flujos secundarios en la curva del canal, como se muestra en el Anexo D.

La ejecución de las metodologías se trata en los capítulos 3, 4 y 5, en los cuales se realiza un desarrollo detallado de la investigación.



## 3. Capítulo 3: Investigación Experimental

### 3.1 Introducción

El efecto Doppler acústico ha sido utilizado ya hace varias décadas para mediciones en hidrodinámica pero, solo a partir de la década de los 90, aparecieron los primeros instrumentos comerciales (Craig et al., 2011). Para la medición del campo de velocidades en el trabajo experimental de esta tesis se utilizó un ADV vectrino profiler II (ADVPII), por sus siglas en inglés “acoustic Doppler velocimeter”, dispositivo capaz de medir las tres componentes de velocidad del flujo. La diferencia con un ADV convencional, es que este último mide las componentes de velocidad en un punto, en cambio el ADVPII mide un perfil longitudinal completo en la profundidad, hasta una longitud de 0.035 m, con una resolución de un milímetro.

En la literatura se reportan pocos casos de medición con ADVPII en canales curvos, por ser este un dispositivo relativamente nuevo, donde su salida al mercado se inició en el año 2011 (Craig et al., 2011). A partir de dicha fecha se han reportado investigaciones relacionadas con flujo en canales abiertos, generalmente canales rectos. Autores como (Craig et al., 2011) comparan los resultados del perfil de velocidades obtenidos con ADVPII, con datos obtenidos con PIV, por sus siglas en inglés “particle image velocimeter”, encontrando similitudes coherentes; desafortunadamente dicho trabajo no reporta la configuración de los parámetros del software controlador ADVPII. Otros autores como (Rusello and Allard, 2012) presentan un estudio para mediciones cerca al fondo de un canal evaluando el efecto del tipo de material del fondo sobre los perfiles de velocidad y hacen algunas recomendaciones para configurar el software controlador del ADVPII relacionados con el manejo de *la relación señal/ruido* (SNR), por sus siglas en inglés “signal to noise ratio”, en lo cual el valor del SNR debe ser lo más alto posible. Entre los trabajos prácticos está el reportado por (Leng and Chanson, 2016) quienes utilizan el ADVPII para medir campos de velocidad en secciones transversales de un canal recto, cuyas mediciones fueron validadas con un ADV Vectrino de medición puntual, reportando algunos criterios de configuración del dispositivo de medición, destacándose la frecuencia de medición (Sampling Rate (SR)) usada de 100Hz, el rango de velocidades (Velocity Range, (VR)) de 1.0m/s, la resolución del perfil de 1mm y la altura del perfil de 30mm, con 25 repeticiones por perfil. En relación con campo de velocidades en canales curvos, se presentan datos medidos con un ADV puntual en un canal de 180° de curvatura, reportando datos de 0° a 180°, en secciones cada 30° (Bai et al., 2014).

Campos de velocidad experimentales han sido reportados por varios autores, pero, desafortunadamente, la adquisición de dichos datos, no es fácil de obtener, por lo general son reportados en gráficas no lo suficientemente claras, difíciles de procesar y en las cuales, a veces se omite información que impide su uso en el análisis del fenómeno enfocado a otra aplicación diferente para la cual la investigación experimental fue diseñada.

Esta investigación experimental de la hidrodinámica del flujo, se llevó a cabo usando dos canales curvos. El primer canal fue construido como etapa inicial para realizar observación cualitativa y cuantitativa del fenómeno en estudio, en un montaje físico de pequeñas dimensiones con un sistema autónomo de recirculación de agua. Una vez se identificaron



las propiedades inherentes de la hidrodinámica del flujo en el canal curvo, se utilizó la experiencia ganada para el diseño y operación del segundo canal. Este segundo canal fue construido para complementar la información de flujo másico de partículas, obtenida en el primer canal, en condiciones del flujo a mayor escala, con un suministro de agua directo del sistema hidráulico del laboratorio. La diferencia entre los dos canales se estableció de tal manera que representaran dos casos hidrodinámicamente diferentes tanto en la curva como en la salida del canal; el primero un canal bifurcado y el segundo un canal ramificado con cinco salidas. Estas divisiones a la salida se realizaron como control aguas arriba, para garantizar una profundidad del agua suficiente para poder medir con el ADVPII y cuantificar la distribución de partículas en el transporte de sedimentos en futuras investigaciones.

En ambos canales se obtuvieron datos experimentales de niveles del agua en la curva y campos de velocidad. Para medir el nivel del agua en el contacto de pared-agua se usó un limnómetro digital y uno mecánico, mientras que para medir puntos interiores de la superficie del agua se utilizaron dos sensores acústicos (ultrasonic water level sensor, WL705). Para obtener los datos del campo de velocidades se usó un medidor acústico de efecto Doppler (acoustic Doppler velocimeter vectrino profiler, ADVVPII) y la medición del caudal se hizo con un medidor ultrasónico (Doppler flow meter, DFM).

Para el procesamiento de los datos se desarrollaron códigos de programación en Matlab y C++, para el análisis de señales de los dispositivos ultrasónicos como el WL705 y el ADVPII. Teniendo en cuenta que el procesamiento de señales ultrasónicas abarca una gran disciplina de investigación, se tomaron algunos algoritmos reportados en la literatura para el filtrado de señales (Goring and Nikora, 2002).

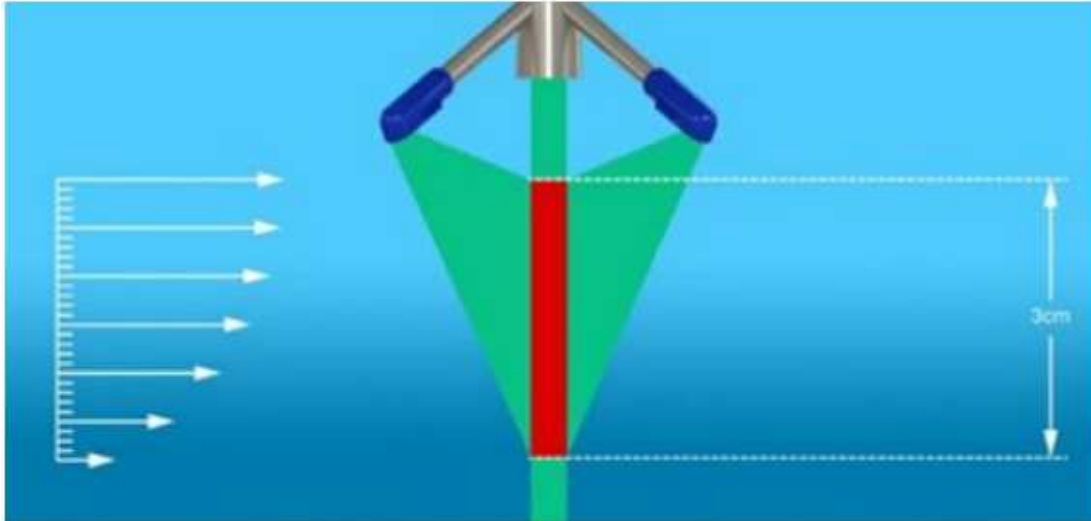
Como resultado de los experimentos, se obtuvieron datos experimentales de profundidades del agua en la curva de los canales, tanto junto a la pared vertical del canal como en puntos internos de la superficie del agua. Se obtuvieron también datos del campo de velocidades en las direcciones radial ( $V_r$ ), en la dirección tangencial o dirección del flujo ( $V_t$ ) y en sentido axial o componente vertical o perpendicular al fondo del canal ( $V_z$ ). Estos pueden ser utilizados para la calibración de los diferentes modelos hidrodinámicos y se recopilaron en tablas y gráficas, los cuales pueden ser extraídos con facilidad, para futuras investigaciones en el estudio de separadores hidrodinámicos de partículas.

## 3.2 Dispositivos de medición

### 3.2.1 ADVVPII

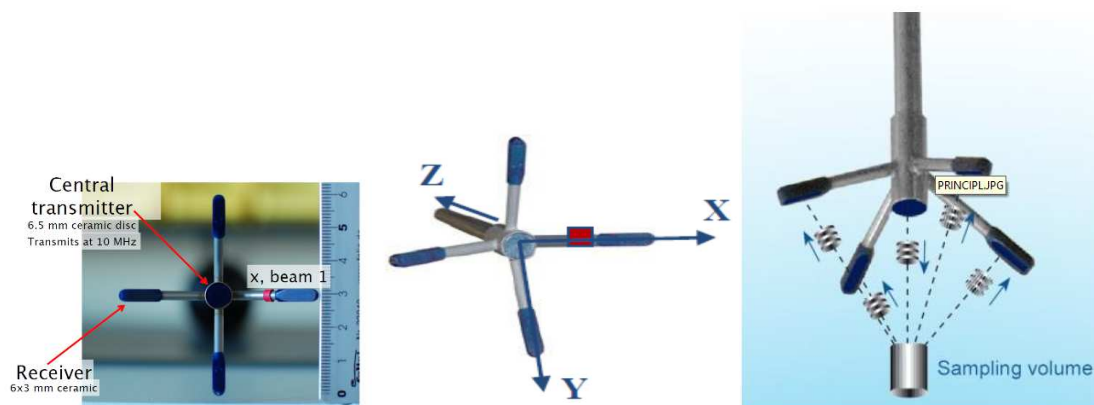
Para la medición de los perfiles de velocidades se utilizó un ADVVPII el cual, aunque resulta ser práctico para medir los campos de velocidad en canales curvos, tiene la desventaja de que, a pesar de su tamaño pequeño, la profundidad del flujo debe ser mayor a 0.08m, de la cual 0.03 m son para medir el perfil y una altura “muerta” de 0.040 m, condiciones que deben ser garantizadas y las cuales, en geometrías complejas como canales de alta pendiente, son difíciles de satisfacer. Este dispositivo también necesita partículas trazadoras para identificar el movimiento del fluido, el ADVVPII no mide campos de velocidades en agua pura, mide es el campo de velocidades de las partículas inmersas

en el fluido, por lo tanto, se deben usar partículas con propiedades similares a las del fluido que se quiere medir. El esquema de la zona de medición del ADVVP11 se muestra en la Figura 3-1 .



**Figura 3-1:** Área de medición del ADVVP11.  
(Nortek USA, 2016)

En la Figura 3-2 se muestra la geometría de **ADVVP11** y su sistema de coordenadas, donde la marca roja, siempre muestra la dirección de la velocidad en x.

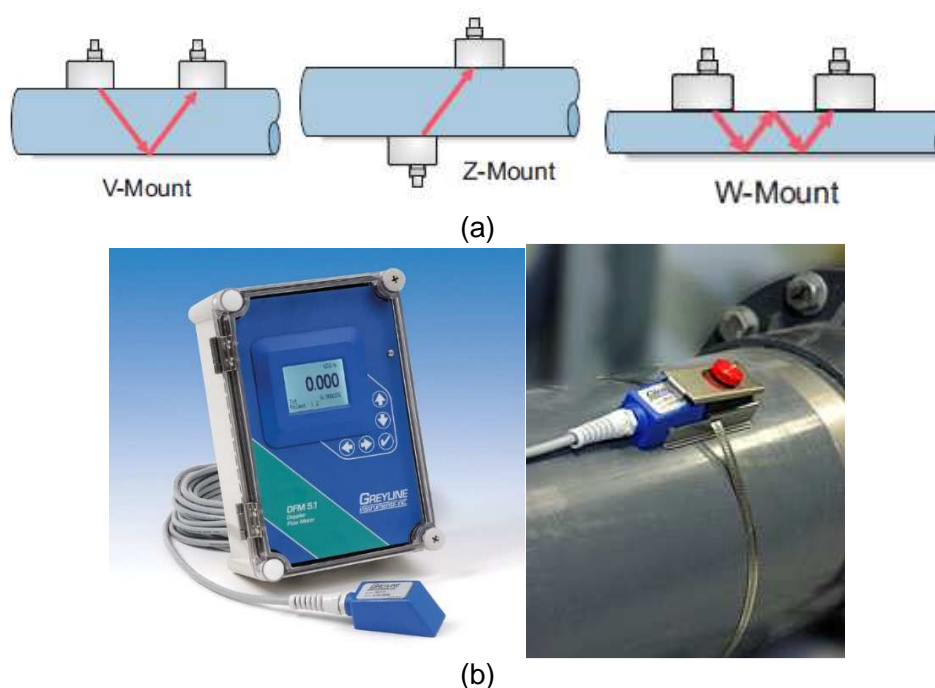


**Figura 3-2:** Geometría y coordenadas del ADVVP11 (Nortek USA, 2012).

Por otro lado, surge la dificultad para medir el flujo de agua con altas concentraciones de sólidos. Cuando la concentración de sedimentos se incrementa hasta los 50g/L, las ondas acústicas son absorbidas por el flujo hiperconcentrado y son atenuadas (Ayden, 2009). Teniendo en cuenta estas consideraciones el **ADVVP11** fue utilizado para medir el campo de velocidades en agua con bajas concentraciones (<0.1% en volumen). En el Anexo D parte integrante de este informe, se incluye una descripción detallada del **ADVVP11**.

### 3.2.2 Doppler flow meter (DFM)

Para medir el caudal del sistema, se utilizó un DFM 5.0, el cual es un instrumento no intrusivo que permite obtener información del flujo en tuberías mediante el tiempo que tarda cada uno de los pulsos de sonido ultrasónico emitidos y recibidos desde un transductor a otro. Las formas de instalar el dispositivo se aprecia en la Figura 3-3 y varía de acuerdo al diámetro de la tubería, el cual debe estar en el rango de 1/2" hasta 48". El dispositivo es funcional en diferentes materiales de tubería, aunque no se recomienda para materiales porosos y para casos en los que el fluido contiene más de un 2% de sólidos o burbujas. La exactitud de medición es + 1% del caudal medido y la precisión del instrumento permite obtener datos hasta de cinco decimales (Greyline Instruments Inc., 2016).



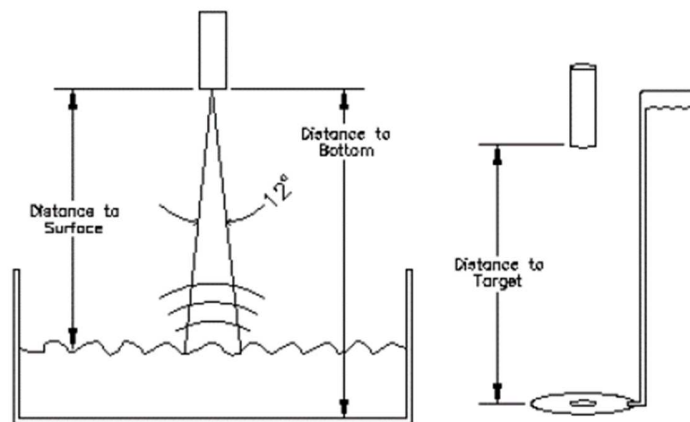
**Figura 3-3:** Doppler Flow Meter (DFM)<sup>3</sup>.

(a) Transmisión de pulsos en la tubería; (b) fotografía del DFM, datalogger y conexión.

### 3.2.3 Sensor de niveles (SN) WL705

Para medir el nivel del agua en el canal se usa el dispositivo WL705, sensor que utiliza ondas sonoras ultrasónicas para determinar la distancia desde la cara del sensor a la superficie del agua, contabilizando el tiempo que tarda la señal para volver, permitiendo registrar los valores del nivel de agua en sistemas abiertos a la atmósfera. Este dispositivo no es intrusivo y puede capturar la información en pulgadas, pies, metros o centímetros según la configuración deseada (ver Figura 3-4).

<sup>3</sup> <http://www.greyline.com/index.php/2015-05-10-23-47-35/dfm-5-1-doppler-flow-meter-98-detail>



**Figura 3-4:** Sensor de Niveles WL705<sup>4</sup>.

Las características generales de operación del instrumento son: a) rango de temperatura desde -40°C a 70°C; b), rango de distancia desde 10.16 cm a 91.44 cm; c) la precisión de + 0.5% de la distancia medida. Se debe esperar 15 segundos como tiempo de estabilización inicial del instrumento y se debe verificar que el ángulo de 12° que crea la señal no interfiera con las paredes ni los accesorios del canal, por lo tanto, no es posible medir en las proximidades de la pared vertical del canal.

El laboratorio de hidráulica de la Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Minas, cuenta con dos sensores WL705 que se usaron para el desarrollo del presente trabajo, los cuales, se muestran en la foto de la Figura 3-5. Estos sensores se identifican con los dos últimos dígitos de su código, correspondientes a 54 y 55, y en adelante se llamarán S54 y S55.



**Figura 3-5:** Fotografía de los sensores ultrasónicos de nivel, instalados en el canal C2<sup>5</sup>.

<sup>4</sup> <http://www.globalw.com/products/wl705.html>

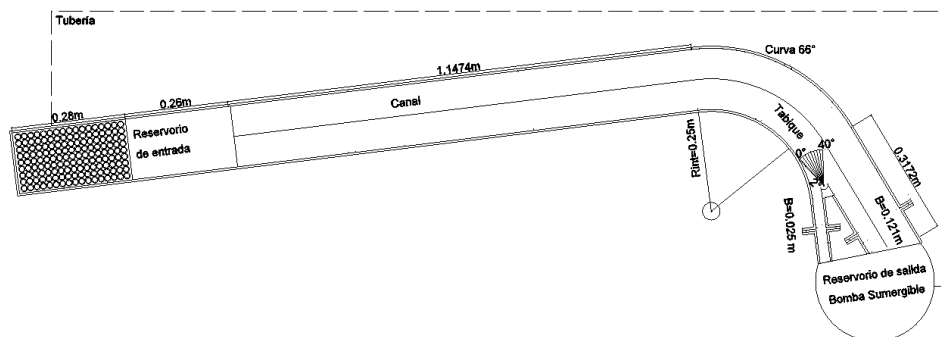
<sup>5</sup> (<http://www.globalw.com/products>).

### 3.3 Configuración experimental

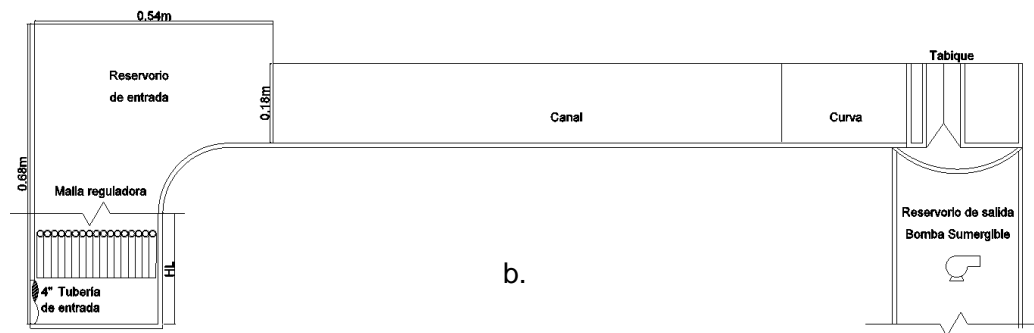
Se configuraron dos sistemas experimentales, el primero un canal recirculatorio de agua y partículas (Tipo C1) y al segundo, un canal recirculatorio de solo agua (Tipo C2). En el Anexo E se pueden consultar detalles de diseño e imágenes de las instalaciones.

### 3.4 Canal Tipo C1

El esquema del canal re-circulatorio se presenta en la Figura 3-6. El canal consta de cuatro componentes principales: tanque de abastecimiento, canal curvo, salida bifurcada y tanque de descarga. El tanque de abastecimiento en acrílico transparente es de dimensiones 0.28m x 0.15m en la base, con una transición circular vertical de 0.15m de radio que une el tanque con el tramo recto del canal, con una altura HL hasta el fondo del canal de 0.70m. En la base se insertó un dissipador de energía conformado por tubos de CPVC de ½ pulgada de diámetro y 0.10m de largo, colocado a 0.15m desde el fondo del tanque, justo por encima del tubo de llegada, con el fin de ayudar crear un flujo de uniforme. El tramo de canal recto tiene una longitud total de 1.25m, con una curvatura al final de 66 °, con radio interno de 0.25m y externo de 0.4m, ancho de base de 0.15m y altura de las paredes de 0.18m. Una bifurcación al final de la curva realizada con un tabique móvil giratorio, de diseño aerodinámico, como se muestra en la Figura 3-6 (a), el cual se puede girar desde cero a 40°, la salida interna que llamaremos descarga (D) de un ancho de 0.025m y la salida externa o rebose (R) con un ancho de 0.121m, las cuales tienen control de flujo con unas rejillas verticales, para garantizar la profundidad aguas arriba, y luego la descarga libre con fondo horizontal hacia el tanque de succión, alcanzando profundidad crítica. En la succión se trabajó con dos tanques, uno cilíndrico y el otro rectangular independientes del canal en los cuales se instaló la bomba sumergible para bombeo de aguas negras de potencia 1HP, con caudal máximo de 7.00L/s, cabeza máxima de 11m, que recircula el flujo agua-partículas al sistema. El flujo es recirculado entre estructuras mediante una tubería de PVC de 1.5" que sale de la bomba y se amplía a 4" de diámetro, con el fin de reducir pérdidas de energía en el sistema de bombeo. La relación radio medio-ancho de la curva del canal es de  $R_m/W=2.167$  indica que es un canal fuertemente curvado. Las dimensiones exactas del canal se pueden consultar en el Anexo E, parte integrante de este documento.



a.



(c)

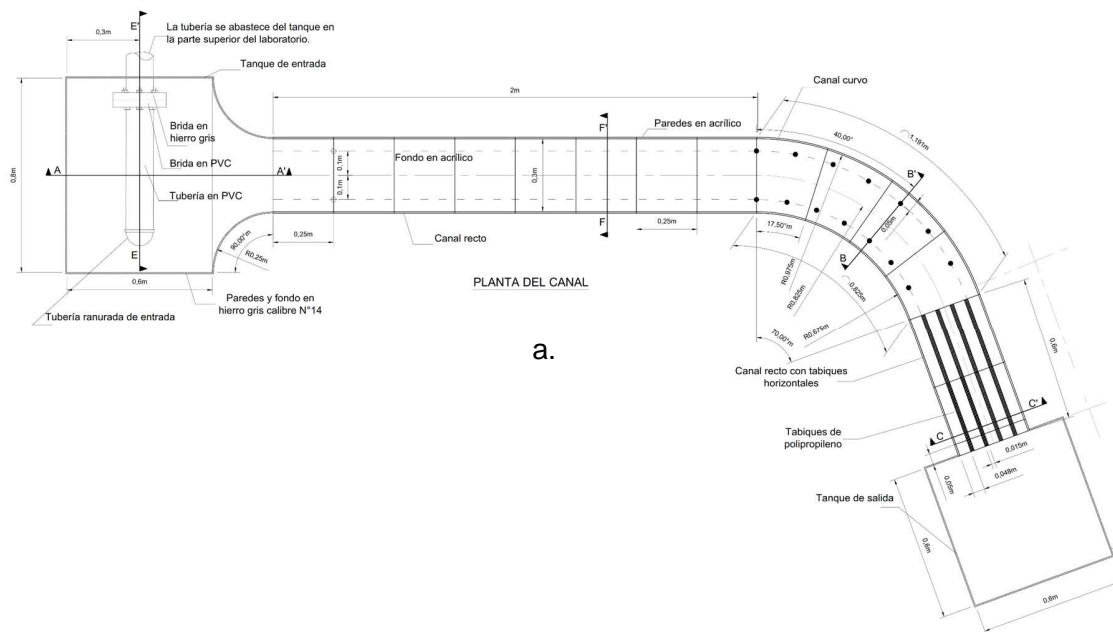
**Figura 3-6:** Geometría y fotografía del canal Tipo C1.

(a) Vista en planta. (b) Vista en perfil. (c) Fotografía del montaje de laboratorio.

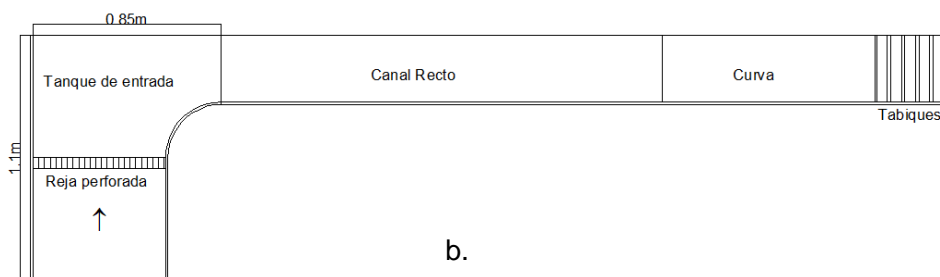
### 3.5 Canal Tipo C2

Este canal recircula solamente agua, conectado al sistema hidráulico general del Laboratorio de Hidráulica de la Facultad de Minas, está elaborado en acrílico transparente y tiene dimensiones de 0,3m x 0,30m de ancho por alto, respectivamente, con un tramo recto de 2.0m aguas arriba de la curva de 70° con una relación  $R_m/W=2.70$  indicando que es un canal fuertemente curvado según clasificación de (Azadeh Gholami, 2014). Al ingreso del canal existe un tanque de entrada que hace las veces de cámara de aquietamiento, con dimensiones de 0,8mx0,6m en planta y una profundidad de 0.7m, con dos placas perforadas superpuestas como disipadores de energía (ver Figura 3-7).

El sistema cuenta con cinco salidas de ancho  $B_i=0.048\text{m}$ , separadas por 4 tabiques de espesor  $0.015\text{m}$  en teflón liso, ubicados al final de la curva de  $70^\circ$ , en dirección del flujo, conformando cinco canales estrechos los cuales componen salida del canal a descarga libre por cada división, logrando profundidades críticas, a un tanque bajo de desagüe independiente del canal. Los tabiques se dimensionaron como un control de niveles aguas arriba para que sea posible la medición con el **ADVVP II** y, además, sirvan para estudiar la distribución radial de las partículas sólidas en transporte de sedimentos. Las dimensiones exactas del canal se pueden consultar en el Anexo E, parte integrante de este documento.



a.



b.





(c)

**Figura 3-7:** Geometría y fotografía del canal Tipo C2.

(a) Vista en planta. (b) Vista en perfil. (c) Fotografía de canal construido vista superior e isometría.

### 3.6 Propiedades hidráulicas de los canales.

Los canales poseen un fondo plano, con flujo subcrítico turbulento, donde los valores de las condiciones del flujo y características geométricas se resumen en la Tabla 3-1.

**Tabla 3-1:** Dimensiones y características del flujo de los canales curvos.

		Tipo C1	Tipo C2
Símbolo	Unidad	Símbolo	Unidad
$B$	[m]	0.15	0.30
$h_e$	[m]	0.097	0.112
$R_m$	[m]	0.325	0.825
$Q$	[m <sup>3</sup> /s]	0.0051	0.0150
$\theta$	[°]	66	70
$S_o$	[%]	0.00	0.00
$L_e$	[m]	1.250	2.000
Salida	[-]	Bifurcada	Cinco salidas

*Nomenclatura de la Tabla 3-1:*  $B$  es el ancho del canal,  $h_e$  es la profundidad del agua a la entrada del canal,  $R_m$  es el radio medio de curvatura,  $Q$  es el caudal,  $\theta$  es el ángulo de la curva,  $S_o$  es la pendiente longitudinal,  $L_e$  es la longitud recta antes de la curva.



## 3.7 Procedimiento experimental

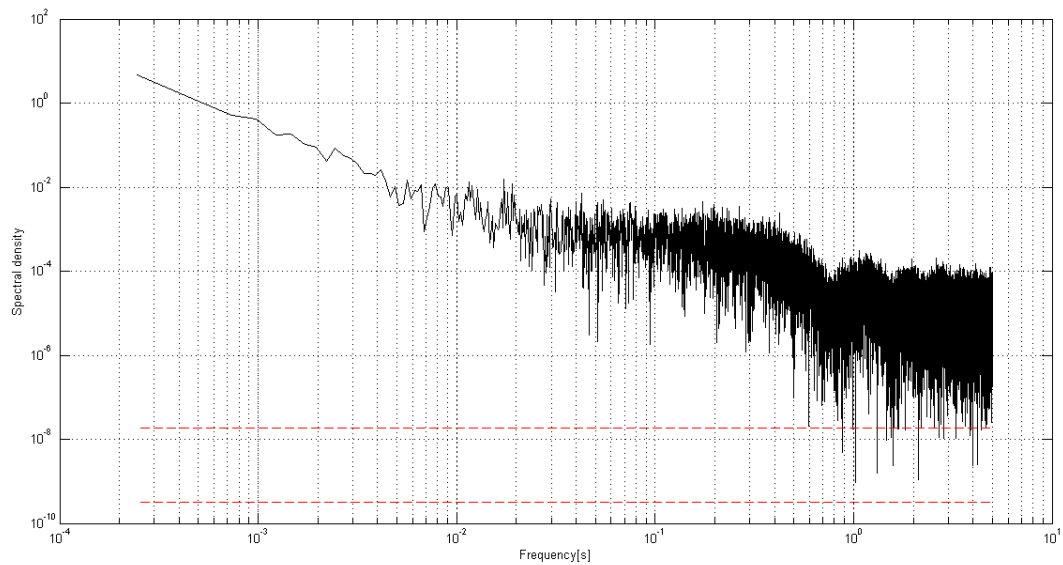
Para cada medición de las magnitudes físicas se estableció un procedimiento de medición, el cual fue seguido con rigurosidad en todos los ensayos.

### 3.7.1 Medición de niveles de agua

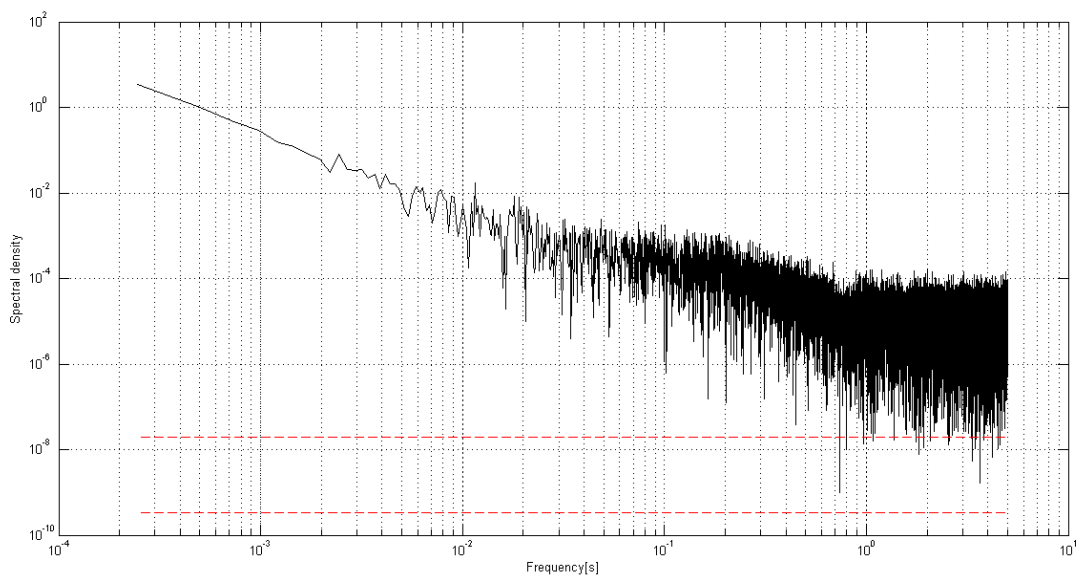
Se siguió el siguiente procedimiento de medición:

1. Recircular el agua en el canal hasta que el caudal reportado por el DFM y los niveles sean contantes.
2. Determinar las secciones transversales a medir. En el caso de estudio se midieron secciones en la curva cada 5°.
3. Instalar los sensores de nivel a una altura y separación convenientes, respetando la altura y separación exigidas. El rango de medición vertical es entre 0.101m hasta 0.91m, y el ángulo de la señal de 12°.
4. Configurar los parámetros del software de los sensores como frecuencia y tiempo de medición. Como no se tiene un tiempo de medición establecido, se debe calibrar este tiempo por ensayo y error, midiendo niveles para varios tiempos, al menos cada minuto y fijar el tiempo máximo de medición, donde los niveles tiendan a estabilizarse en el tiempo. La frecuencia se puede establecer en la máxima de 10Hz.

Uno de los parámetros (factores) de entrada para configurar los sensores de nivel, es el tiempo de duración de cada medición y, como este valor es desconocido, es necesario encontrarlo por ensayo y error. Se recurrió a realizar un análisis espectral de potencia (PSD) por sus siglas en inglés, de la señal acústica, como se muestra en la Figura 3-8, para lo cual se elaboró un código de computador en el lenguaje Matlab (Gunawan et al., 2011). Se midió con los dos sensores por un tiempo de dos horas y se procesó la señal. Se encontró que la menor frecuencia significativa (amplitud cercana a las líneas rojas punteadas de la Figura 3-8) se encuentra aproximadamente en  $10^{-2}$ Hz, por lo cual se obtiene un periodo de 100 segundos, según este valor se estableció un tiempo mínimo de medición de 120 segundos. En el Anexos E se puede consultar la ruta de medición con los sensores para cada canal.



(a)



(b)

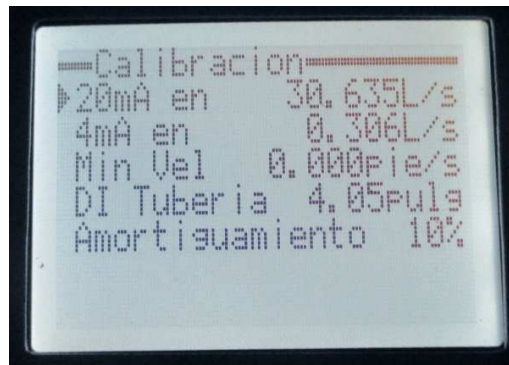
**Figura 3-8:** Espectros PSD para sensores de nivel.

(a) Sensor (S54). (b) Sensor (S55).

### 3.7.2 Medición de caudal

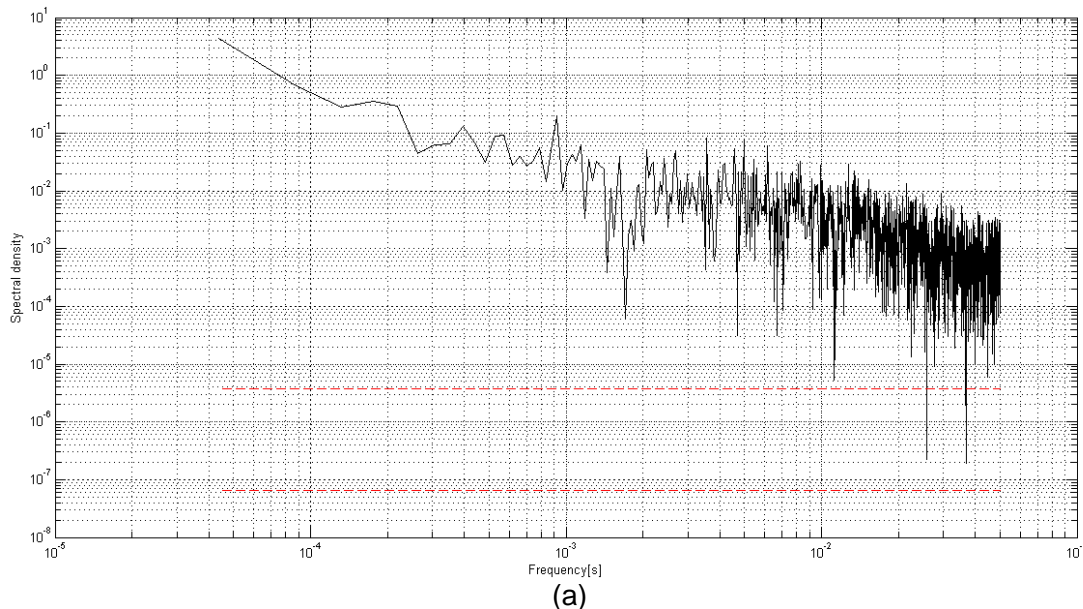
Las mediciones del caudal se realizaron con un Doppler Flow Meter (DFM), instrumento que se instaló en la tubería a presión que alimenta el canal curvo. Dicha tubería se compone de dos segmentos para el canal Tipo C1, el uno de 1.5" (1.5 pulgadas) y otro de 4" y para el canal Tipo C2 en una tubería de 4".

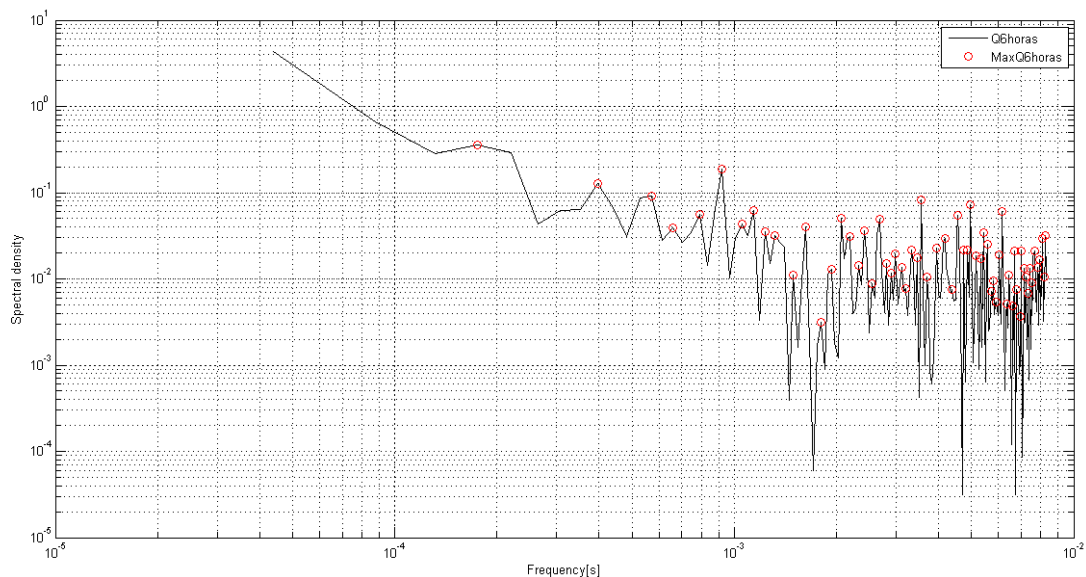
Para calibrar el instrumento se debe especificar el radio interno de la tubería y las unidades en las que se desean obtener los datos, como se aprecia en la Figura 3-9. Para el diámetro interno de la tubería de PVC RDE21, se encontró un valor de 1.72" y para la tubería de 4" PVC RDE21 uno de 4.03". El caudal es descargado por conexión USB al final de la medición.



**Figura 3-9:** Calibración Doppler flow meter (DFM)

Como el medidor DFM utiliza señales acústicas para medición del flujo, es necesario establecer el tiempo de medición, tiempo que se analizó usando el análisis PSD. Como la frecuencia de medición del DFM es bastante baja, midiendo un dato cada 10 segundos, se realizó una medición del flujo durante seis horas. En la Figura 3-10, se muestra la variación del espectro para el caudal. Se observa que un valor de frecuencia de aproximadamente  $10^{-3}$  Hz, produce la frecuencia más baja de mayor significancia, según las líneas rojas punteadas, obteniéndose un periodo de 15 minutos, que sería el mínimo tiempo de medición.





(b)

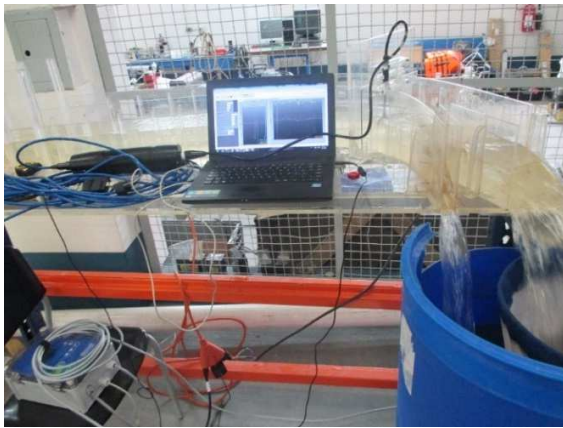
**Figura 3-10:** Espectros PSD para el caudal.

(a) Señal completa de seis horas. (b) Señal ampliada para frecuencias más bajas.

### 3.7.3 Medición del campo de velocidades

Teniendo en cuenta la complejidad del ADVVP11, se desarrolla una metodología propia para la toma de datos. Esta metodología se muestra en el Anexo D, en donde se realiza una descripción detallada de las características del instrumento de medición, su funcionamiento y se establece la metodología.

La instalación del instrumento se puede apreciar en la Figura 3-11: en el panel (a) se observa el montaje general del instrumento con sus respectivas conexiones y en el panel (b) se ve con más detalle el sensor sumergido en la lámina de agua.



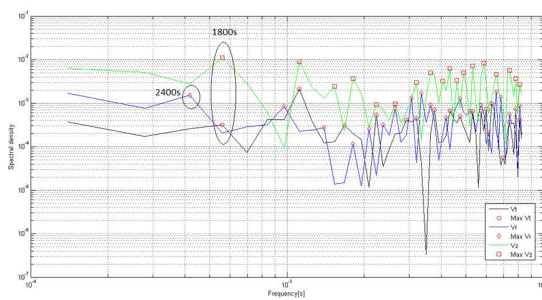
(a)



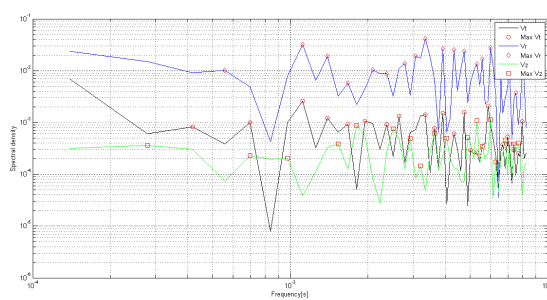
(b)

**Figura 3-11:** Mediciones del campo de velocidades con el ADVVP11.  
(a) Montaje general. (b) Detalle del sensor sumergido.

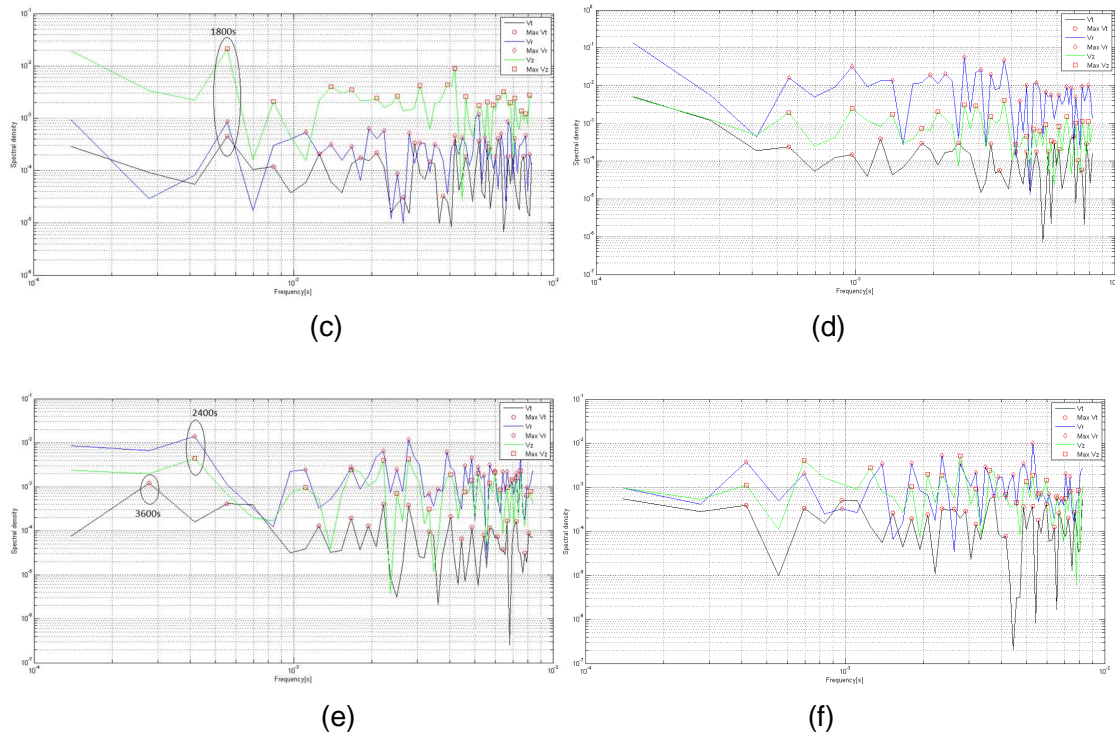
Como análisis adicional al presentado en el Anexo D, se realizó un análisis de densidad espectral de potencia (PSD) (Gunawan et al., 2011). Para ello se midieron 6 perfiles preliminares, de duración dos horas cada uno, localizados en las secciones de  $0^\circ$  y  $60^\circ$  del canal Tipo C1, los perfiles transversales localizados a 0.035m, 0.075m y 0.115m, medidos desde la pared interna de la curva. También se tomaron dos perfiles de duración dos horas en el canal Tipo C2, en las secciones  $60^\circ$  y 0.165m y en la sección 1.20m aguas arriba de la curva en el perfil 0.135m, donde se pudo observar que los espectros tienen comportamientos similares, pero proporcionando valores de periodos diferentes para frecuencias bajas significativas. Los espectros de la señal se muestran en la Figura 3-12, en las cuales se muestra una ampliación de la señal para valores de mayor energía y bajas frecuencias. Las figuras corresponden a los seis perfiles medidos para el punto del perfil vertical de velocidades más cercano a la superficie del agua, por ser el que presentó mayor dispersión de las velocidades en función del tiempo.



(a)



(b)



**Figura 3-12:** Espectros PSD para las diferentes mediciones del ADV.

Para diferentes localizaciones en el canal Tipo C1 y para las tres componentes de velocidad: (a)  $0^\circ\_0.035\text{m}$ . (b)  $0^\circ\_0.075\text{m}$ . (c)  $0^\circ\_0.115\text{m}$ . (d)  $60^\circ\_0.035\text{m}$ . (e)  $60^\circ\_0.075\text{m}$ . (f)  $60^\circ\_0.115\text{m}$ .

De las curvas PSD se identificaron los periodos correspondientes a bajas frecuencias con energía significativa y frecuencias dominantes. Los datos se muestran en la Tabla 3-2.

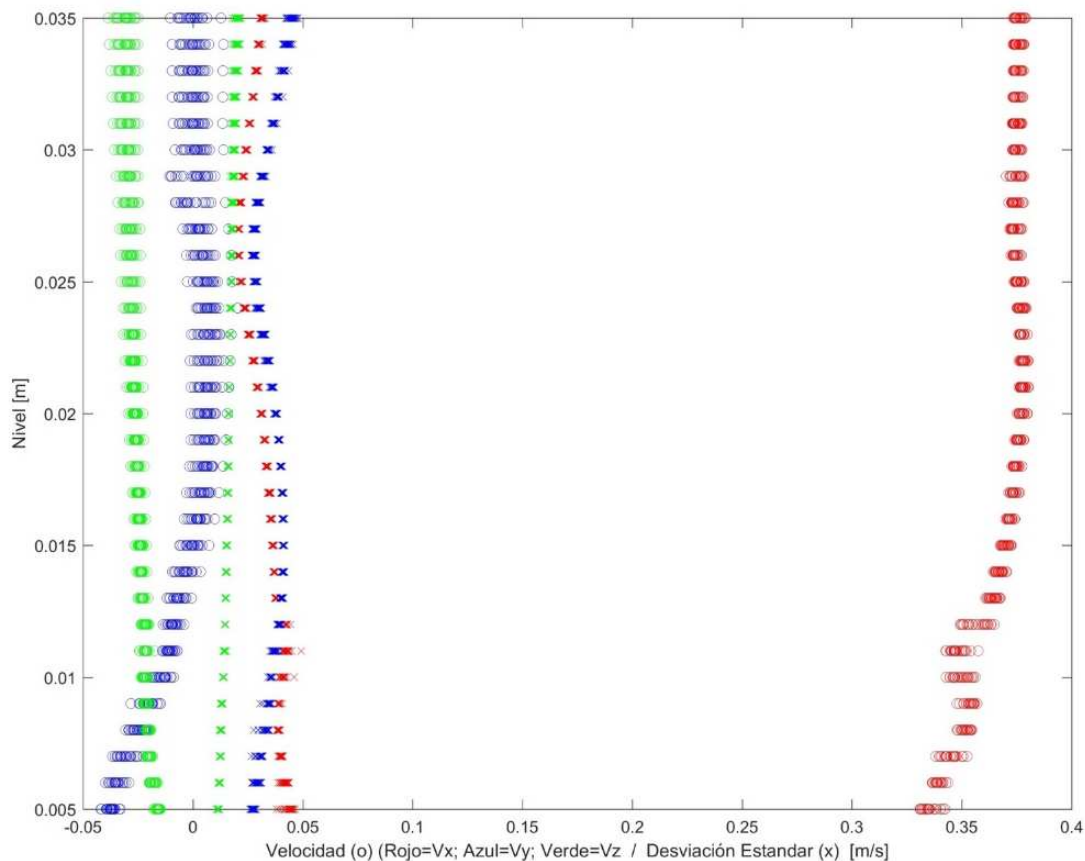
**Tabla 3-2:** Periodos de frecuencias menores con energía significativa para las señales de velocidad.

Tipo de Canal	No de Perfil	Periodos en minutos		
		$V_t$	$V_r$	$V_z$
C1	$0^\circ\_0.035\text{m}$	30	40	30
C1	$0^\circ\_0.075\text{m}$	23.8	40	40
C1	$0^\circ\_0.115\text{m}$	30	30	30
C1	$60^\circ\_0.035\text{m}$	40	40	40
C1	$60^\circ\_0.075\text{m}$	30	15	15
C1	$60^\circ\_0.115\text{m}$	60	40	40
C2	$120\text{cm}-0.165\text{m}$	23.9	30	30
C2	$60^\circ\_0.135\text{m}$	40	15	30

Teniendo en cuenta que los periodos calculados son los valores máximos, se propone asumir un tiempo de medición como el promedio de dichos tiempos, sobrestimando el



tiempo en algunas zonas del canal y subestimando en otras, pero por la gran cantidad de perfiles a medir se puede establecer un periodo de aproximadamente 30 minutos, cubriendo en gran porcentaje los periodos requeridos para cada perfil dentro del canal. Teniendo en cuenta que no se realizaron repeticiones de cada experimento, se optó por medir los perfiles restantes en un tiempo de una hora para compensar cualquier efecto del tiempo de medición. Es de anotar que en la literatura no se reportan tiempos tan grandes de medición, lo recomendado por el fabricante es que sea entre 10 y 15 minutos. Para observar el comportamiento de los perfiles en mediciones independientes, lo que significa volver a reiniciar el sistema para cada medición, se escogió el perfil 60°-0.115m, para tomar 25 mediciones y observar su comportamiento como se muestra en la Figura 3-13, en la cual se presentan los perfiles de velocidad promediados en el tiempo, para cada punto de medición, que conforma el perfil de altura 0.03m. Se observa que existe cierta dispersión entre ellos, con menor dispersión para los perfiles de la velocidad tangencial ( $V_t$ ) y una mayor para los perfiles de la velocidad radial ( $V_r$ ) y axial ( $V_z$ ). El problema es que la causa de la dispersión se puede atribuir a varios factores como aquellos inherentes al mismo instrumento, pero también a las propiedades del flujo y al efecto de la geometría del canal. Seguramente debido a la complejidad del fenómeno no sea posible lograr perfiles con menos dispersión entre ellos.



**Figura 3-13:** Perfiles de velocidad con promedio temporal en un perfil de altura 0.03m, para las 25 repeticiones en el canal Tipo C1 del perfil sección 60°-0.115m. (o rojos= $V_t$ ), (o verde= $V_r$ ), (o azul= $V_z$ ), (x desviación estándar de la señal en cada punto).

## 3.8 Resultados y discusión

A continuación, se presentan los resultados de las mediciones experimentales de niveles de agua, caudal y campo de velocidades para los canales curvos.

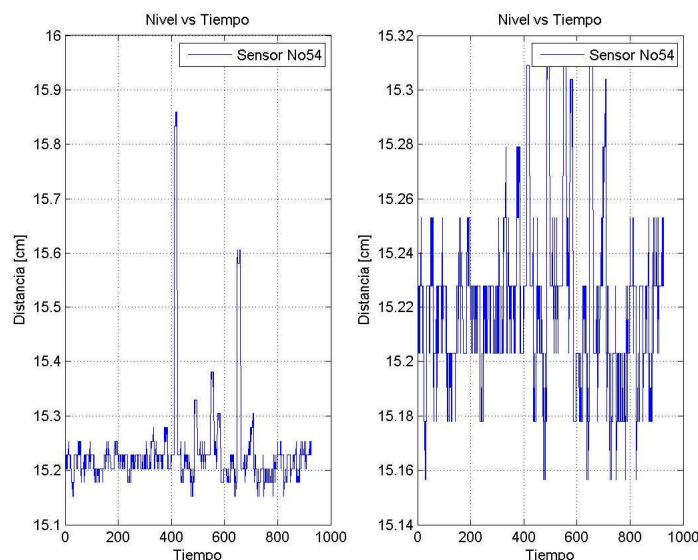
### 3.8.1 Mediciones de niveles de agua con sensores WL705

Los datos de nivel de agua que reporta el instrumento, pueden ser exportados a un archivo de Excel para luego ser procesados. En la Figura 3-14 se presenta el formato en que el sensor genera los datos, arrojando cuatro columnas, una para la fecha, una para la hora y dos de columnas, en centímetros, indicando el valor del nivel para cada sensor.

Perfil energía específica, 26/02/2016, 09:25:00 a.m.			
Date, Time, cm, cm			
26/02/16, 09:23:56,	15.910,	15.390	
26/02/16, 09:23:57,	15.910,	15.339	
26/02/16, 09:23:57,	15.910,	15.390	
26/02/16, 09:23:57,	15.884,	15.390	
26/02/16, 09:23:57,	15.910,	15.365	
26/02/16, 09:23:57,	15.884,	15.365	
26/02/16, 09:23:57,	15.910,	15.390	
26/02/16, 09:23:57,	15.910,	15.390	
26/02/16, 09:23:57,	15.884,	15.390	
26/02/16, 09:23:57,	15.910,	15.365	

**Figura 3-14:** Formato del archivo exportado por el *data logger* del sensor WL705.

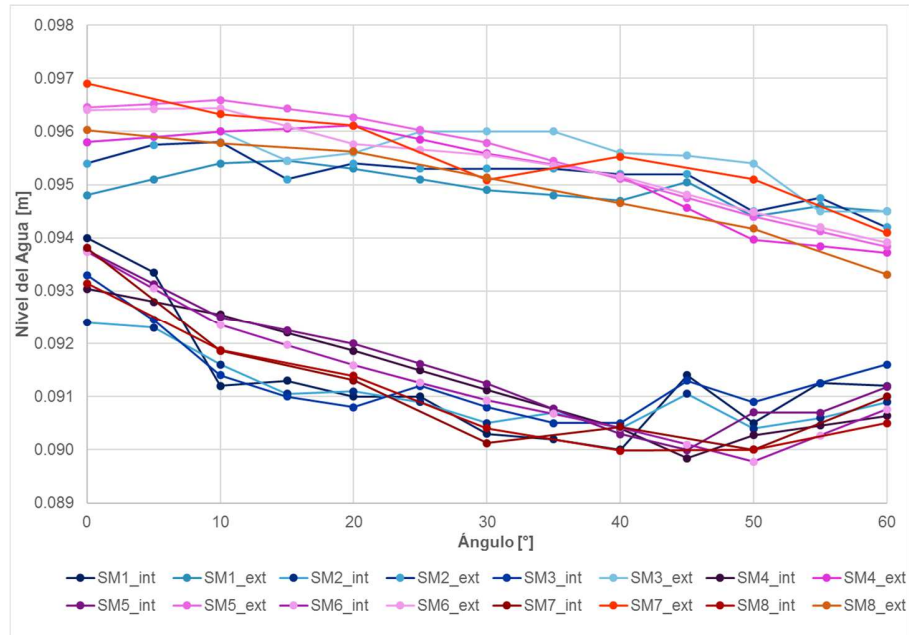
La serie de datos que registra el instrumento presenta algunos “picos” que distorsionan la calidad de los datos, como se aprecia en la Figura 3-15 (a) y por ello se desarrolla un filtro para remover datos que se salgan del margen de precisión del aparato y se remplazan por la media entre el dato anterior y posterior, obteniéndose la Figura 3-15 (b) de datos filtrados.



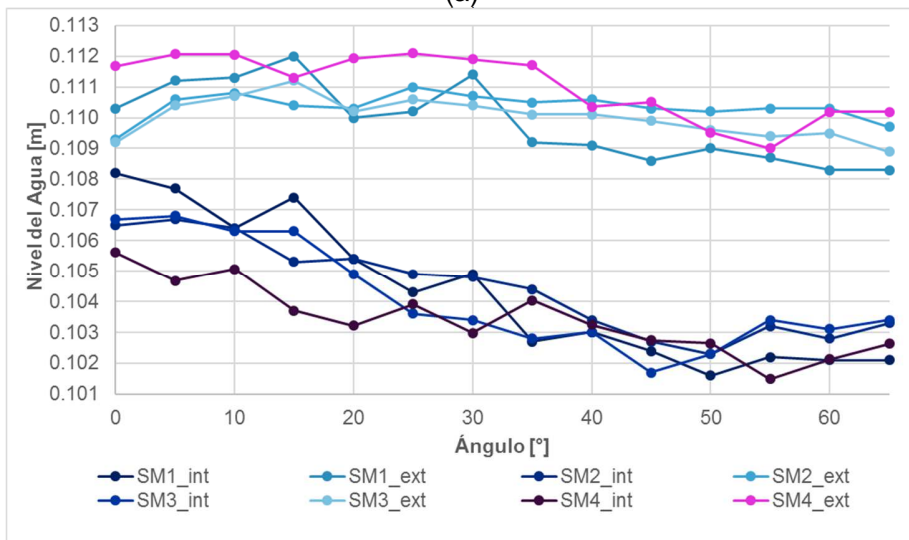
**Figura 3-15:** Variación temporal de los niveles de agua generados por los sensores de nivel. (a) Datos sin filtrar. (b) Datos filtrados.



Una vez depurados los datos se calcula el promedio aritmético de los valores instantáneos obteniendo un único valor para cada medición. Los datos medidos del nivel de agua se reportan por medio gráfico, como se muestra en la Figura 3-16 (a) para el Canal Tipo C1 y en la Figura 3-16 (b) para el canal tipo C2. Para el canal Tipo C1 se realizaron siete repeticiones para cada punto de medición y para el canal Tipo C2 se realizaron cuatro repeticiones.



(a)



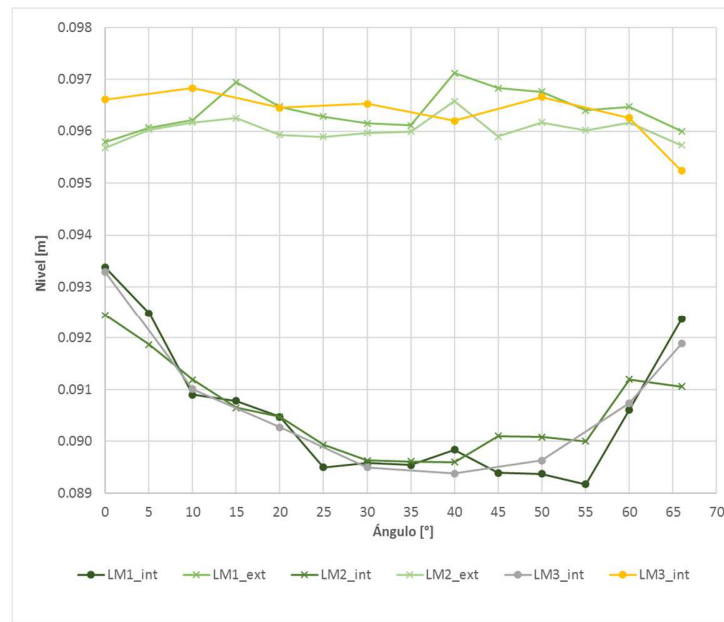
(b)

**Figura 3-16:** Perfiles longitudinales del nivel del agua medidos con los sensores WL705. (a) Niveles en la curva del canal Tipo C1. (b) Niveles en la curva del canal Tipo C2. Los niveles inferiores corresponden a la parte interna de la curva y los superiores a la parte

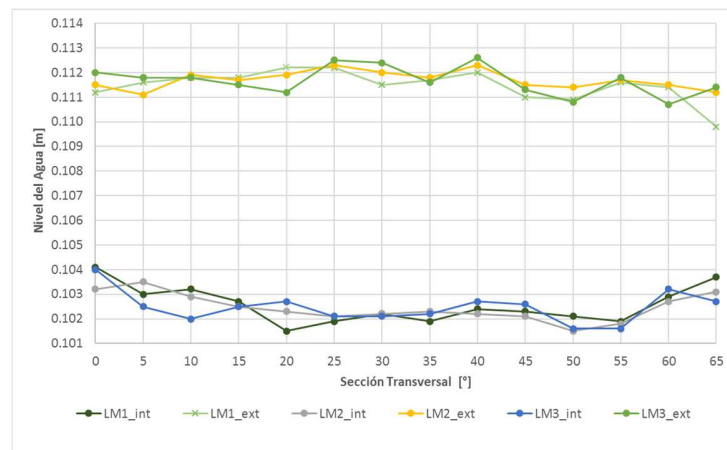
externa. Colocados a una distancia desde la pared de 2.5 cm para el canal C1 y a 5.0cm para el canal C2.

### 3.8.2 Mediciones de niveles de agua con limnómetro

Las mediciones con limnómetro se realizaron en el contacto entre pared y superficie del agua, haciéndose una lectura en el fondo y otra en la superficie del agua para calcular la profundidad como la diferencia de lecturas. Los datos se reportan gráficamente en la Figura 3-17, donde gráficas en el panel superior corresponde al canal Tipo C1 y aquellas en el panel inferior al canal Tipo C2. Los perfiles se repitieron 3 veces en cada canal.



(a)



(b)

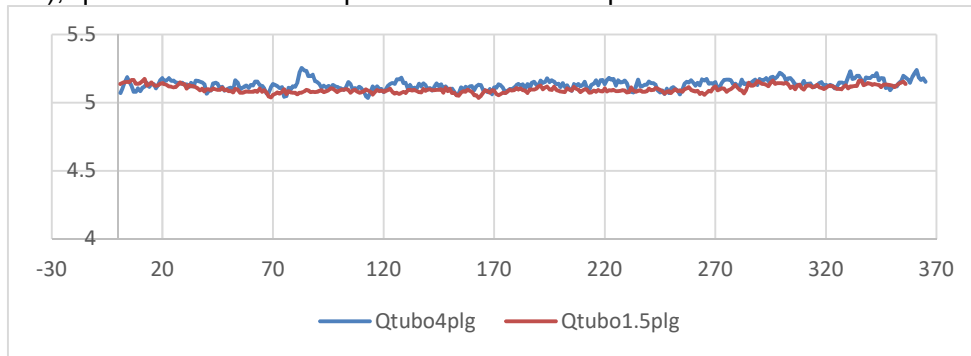
**Figura 3-17:** Perfiles longitudinales del nivel del agua medidos con limnómetro.

-(a) Niveles del canal Tipo C1. (b) Niveles del canal tipo C2. Los niveles inferiores corresponden a la parte interna de la curva y los superiores a la parte externa, medidos en el contacto entre la pared vertical del canal y la superficie del agua.

La diferencia entre las Figura 3-16 y Figura 3-17, es que en la primera se muestran los perfiles de la superficie del agua medidos en un recorrido paralelo a las paredes del canal pero alejado de estas a una distancia de 0.025m en el canal Tipo C1 y a una distancia de 0.05 m en el canal Tipo C2. Mientras la segunda figura (3.17) muestra los niveles de agua medidos en el contacto entre el agua y la pared del canal. (Ver planos del Anexo E donde se indican los recorridos de medición tomados con el sensor de niveles).

### 3.8.3 Medición de caudal

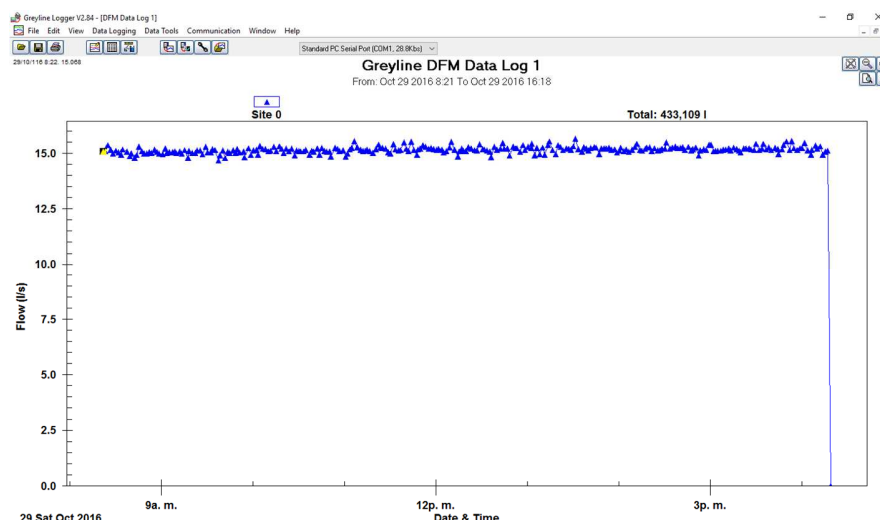
Los valores de caudal se procesaron como la media temporal para cada medición. En el canal Tipo C1 se realizó una medición comparativa, una en la tubería de 1,5" (pulgadas) y otra en la de 4". La variación temporal de las dos mediciones se muestra en la Figura 3-18, donde se observa una diferencia en la fluctuación, quizá debido a la estimación del diámetro interno de la tubería, el cual no es posible medirlo en el sitio de la conexión del dispositivo. Sin embargo, en su promedio, ambas mediciones producen un valor cercano a (5,1 L/s), que es el caudal de operación del canal Tipo C1.



**Figura 3-18:** Registro temporal de caudales para el canal Tipo C1.

El eje vertical de la figura indica el caudal en litros por segundo. El eje horizontal indica el número de datos medidos por el sensor acústico tomando 1 dato cada 10 segundos.

Para el caudal Tipo C2, se siguió el mismo protocolo establecido en el canal Tipo C1, donde para medición de los niveles se midió su respectivo caudal, proporcionando una variación temporal como la presentada en la Figura 3-19 donde se puede observar que la media temporal tiende a estabilizarse en 15 L/s, el cual es el caudal de operación de este canal.



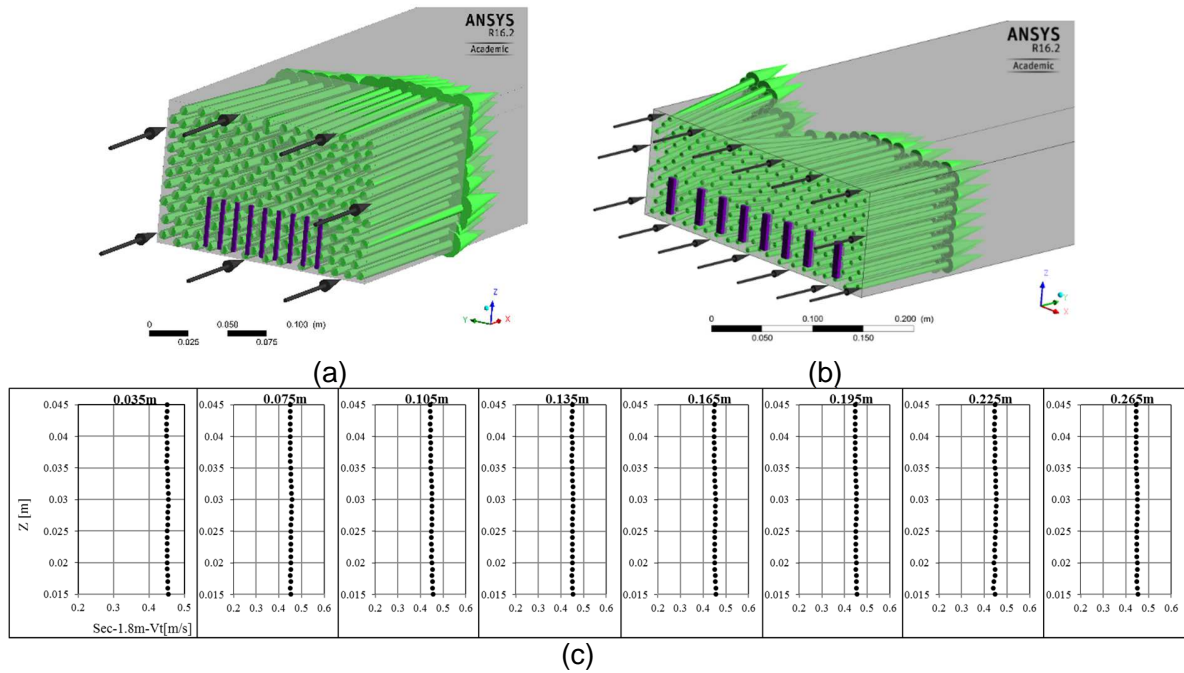
**Figura 3-19:** Registro temporal de caudales para el canal Tipo C2.

### 3.8.4 Medición de campos de velocidad

Como el ADVVP11 es un dispositivo relativamente nuevo, donde comercialmente se empezó a distribuir en el año 2011 y en la actualidad son muy pocas las investigaciones que reportan su uso en la obtención de campos de velocidad del flujo en canales abiertos, fue necesario realizar ensayos preliminares para establecer el orden de magnitud de los parámetros de entrada del ADVVP11 sobre los cuales no había recomendaciones de su valor. Para ello se realizó un trabajo paso a paso indicado en el Anexo D, donde se muestra el procedimiento detallado para la calibración del instrumento, su operación y el post procesamiento de los datos.

Adicionalmente a lo analizado en el Anexo D, también se contrastó la medición del caudal usando el ADVVP11 con el DFM. El método consiste en medir el campo de velocidades en una sección transversal en la entrada recta de los canales con el ADVVP11 y luego extrapolar los datos a toda la sección del canal e integrar la velocidad en función del delta de área (área aferente a cada punto de medición), para encontrar el caudal de entrada. Se encontró que el ADVVP11 proporciona un valor de caudal muy cercano al medido con el DFM, por lo tanto, se considera esta comparación como validación de que el ADVVP11 está midiendo correctamente las velocidades. El cálculo del caudal a partir del ADVVP11 se hizo con ayuda del software de Ansys-CFX, en el cual se importaron las velocidades medidas, y el software extrapola e interpola las velocidades en las áreas no medidas, integra las velocidades en el área y calcula el caudal.

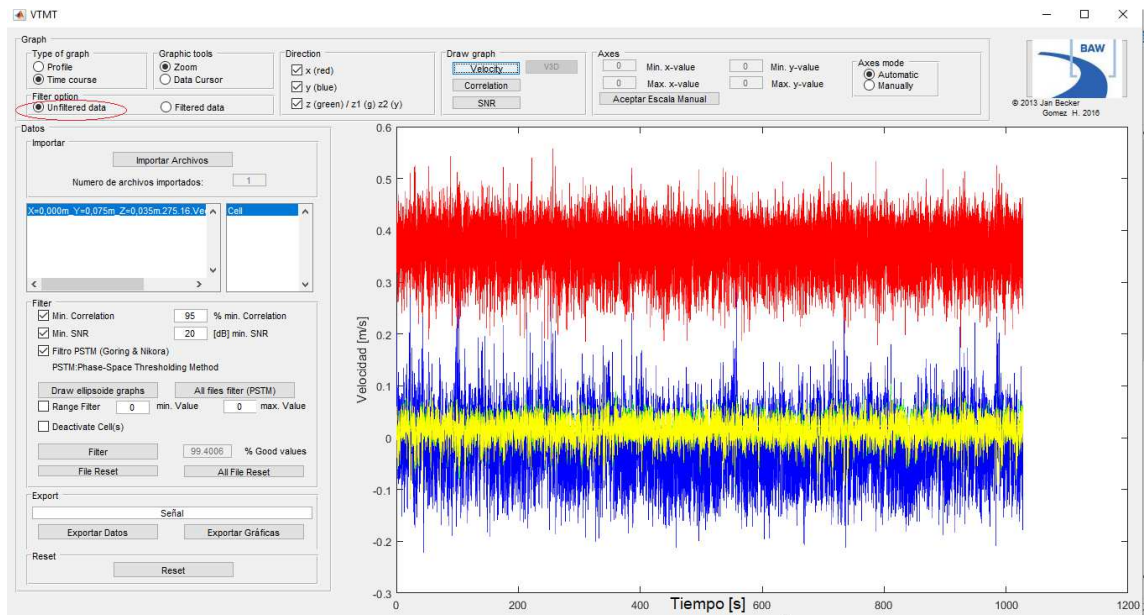
El caudal calculado para el canal Tipo C1 fue de 5.2 L/s, que comparado con el caudal medido con el DFM de 5.1L/s, se obtiene una diferencia del 1.96% con respecto al caudal medido con el DFM a una temperatura del agua de 25°C. El caudal calculado para el canal Tipo C2 fue de 14.76 L/s, que comparado con el caudal medido con el DFM de 15L/s, se obtiene una diferencia de 1.38% con respecto al caudal medido con el DFM, a una temperatura del agua de 25°C. La sección de medición con los vectores de velocidad para cada canal se muestra la Figura 3-20. En la **Figura 3-20(c)** se presentan los valores de velocidad para la dirección (y) o sentido del flujo principal para el canal Tipo C2.



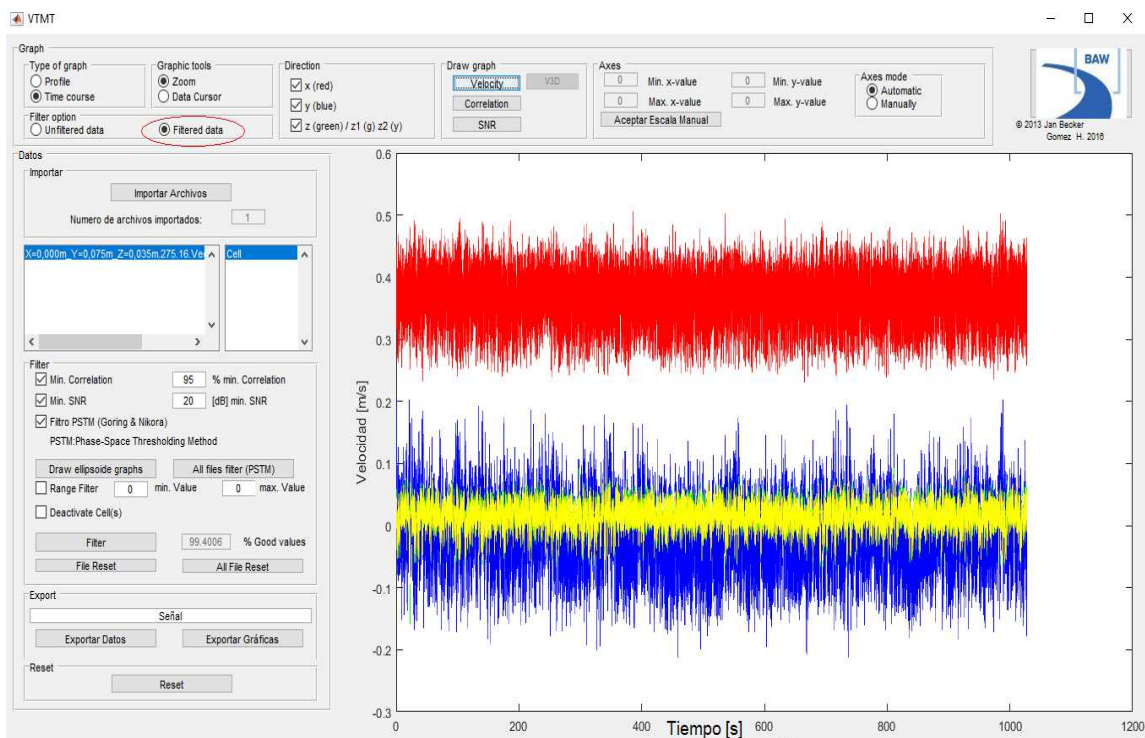
**Figura 3-20:** Representación gráfica de los vectores medidos con el ADVVP II distribuidos en la sección transversal del canal.

(a) Canal Tipo C1. (b) Canal Tipo C2. Las bandas oscuras en la sección muestran los perfiles verticales medidos. (c) Perfiles de velocidad tangencial medidos con el ADVVP II para el canal Tipo C2, donde la sección 0.035 corresponde al valor más alto en la dirección x, según sistema de referencia de la Figura (b).

En resumen, para el postproceso se realizó un filtrado de las señales originales, usando el algoritmo Phase-Space Thersholding Method (PSTM) dado por (Goring and Nikora, 2002), incorporado en el software en Matlab VTMT realizado por (Becker, 2014) y modificado en la presente investigación, software que también permite remover valores según la COR y SNR. Este software de postproceso proporciona los valores medios de las tres componentes de velocidad, la desviación estándar de cada velocidad, los índices COR y SNR en forma gráfica y en archivo numérico (.csv). En la Figura 3-21 se muestra la señal de velocidades instantáneas en un punto del perfil de velocidades antes y después del filtrado de la señal. Se observa que en la Figura 3-21 (a) aparecen unos “picos” de velocidad muy altos, los cuales son removidos de la señal con el filtrado como aparece en la Figura 3-21 (b).



-(a)



-(b)

**Figura 3-21:** Señal de velocidades instantáneas calculadas con el software VTMT. Rojo: velocidad tangencial, azul: velocidad radial, verde y amarillo: velocidad axial. (a) Señal de datos brutos. (b) Señal de datos filtrados. Figuras correspondientes a la celda superficial del perfil en la sección transversal cero grados ( $^{\circ}$ ), eje del canal, y altura máxima



0.035m del canal Tipo C1, ( $X=0,000^\circ$   $_Y=0,075m$   $_Z=0,035m$ .275.16.Vectrino-II.00000\_1.mat).

En el Anexo D se presenta un análisis más detallado del campo de velocidades que conforman el flujo secundario, pudiéndose cuantificar la ICS usando el criterio de helicidad (Moffatt and Tsinober, 1992), (Berger and Field, 1984), (Bai et al., 2014). También es posible analizar el flujo secundario según lo expuesto por (Han et al., 2011) y (Stranden, 2007).

### 3.9 Medición del flujo particulado

#### 3.9.1 Observación descriptiva del flujo

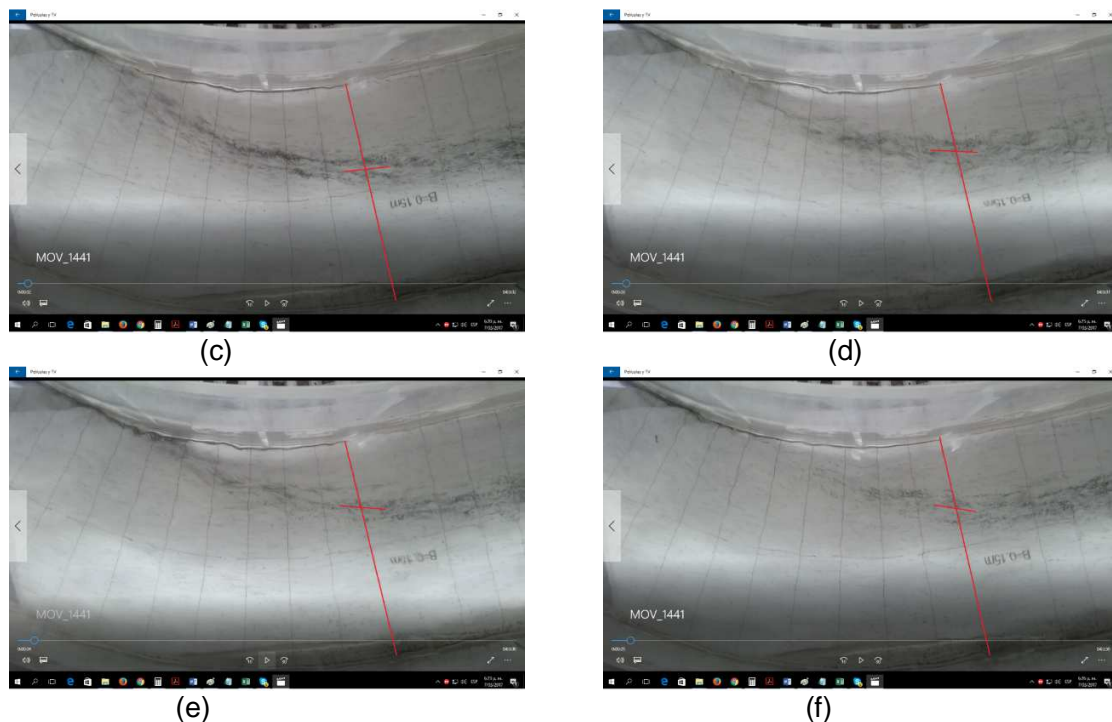
Se captó en video el movimiento de las partículas que viajan en modo de transporte de “sliding bed”, en el cual, las partículas se mueven en deslizamiento sobre el fondo del canal, sin formar depósito permanente y se pudo observar una corriente oscilatoria en sentido radial la cual mueve en masa los sedimentos desde el lado externo de la curva hacia el lado interno y viceversa. En la Figura 3-22 se muestra algunas fotografías parte del video, donde para un tiempo inicial ( $t_0=0s$ ), las partículas se encuentran en un posición cercana al eje del canal, al ir avanzando el tiempo, las partículas en conjunto se mueven hacia la parte interna y a los cinco y seis segundos, se detienen e inicia el retorno de la masa de partículas en dirección externa de la cura, repitiéndose este movimiento en el tiempo, insinuando que un ciclo puede durar entre 10 a 12 segundos. Este movimiento de las partículas hace inferir que existe una oscilación del vórtice helicoidal del flujo en sentido radial, lo que le suma un grado más de complejidad al fenómeno, ya que se esperaba que la corriente de sedimentos fuera estable, con fines de poder optimizar la separación. Desafortunadamente no es posible observar en laboratorio físico los movimientos helicoidales que suceden en la curva del canal.



(a)



(b)



**Figura 3-22:** Movimiento radial de la masa de sedimentos.

(a)  $T=1s$ . (b)  $T=1s$ , (c)  $T=2s$ . (d)  $T=3s$ , (e)  $T=4s$ . (f)  $T=5s$ .

En vista de lo observado anteriormente, se convierte en un reto medir simultáneamente el campo de flujo en las secciones transversales de la curva, a menos que se coloquen varios ADV simultáneamente y poder ver la evolución de los vórtices con el tiempo. Incluso, con un PIV sería muy dificultoso colocar la cámara ortogonal al plano formado por el láser, ya que las paredes curvas interfieren con la visual entre la hoja del láser y la visual de la cámara. Una herramienta de tecnología de punta como el PDA y PDPA miden el campo de velocidades en toda la sección punto a punto, pero no simultáneamente.

### 3.9.2 Velocidad crítica de depósito

Teniendo en cuenta que los movimientos de las partículas dentro del canal deben transportarse de tal manera que no produzcan depósito permanente, al menos en el tramo recto antes de la curva, se seleccionó el material por ensayo y error una vez se construyó el canal Tipo C1 con el criterio de la velocidad crítica de depósito ( $V_d$ ). En este sentido se ensayaron partículas de arena de cuarzo, pequeñas esferas de vidrio, baquelita y antracita, con diámetro máximo de 1.0mm. El procedimiento experimental fue el siguiente:

- *Recircular agua por el canal.* Se inició prendiendo la bomba de recirculación hasta lograr un flujo permanente y uniforme con caudal máximo.
- *Agregar el material particulado.* Para los materiales de arena y esferas de vidrio, por tener una densidad mayor, donde el sistema no las podía recircular, se agregaron con un dosificador de gravedad (similar a un reloj de arena) con un orificio calibrado; la baquelita y antracita se adicionaron al sistema recirculatorio.
- *Disminuir el caudal para lograr depósito de partículas.* Con una válvula de control de flujo, se inició la reducción lenta del caudal hasta lograr que las partículas iniciaran la formación de un depósito incipiente en el fondo.



- *Finalizar la reducción de caudal.* En este momento se detenía el movimiento de la válvula de control de flujo y se obtenía el registro de caudal del medidor DFM y la profundidad del agua  $h_e$ .
- *Calcular la velocidad límite de depósito.* Esta velocidad se calculó como  $V_d = Q/A$ , con  $Q = 0.0051 \text{ m}^3/\text{s}$  y  $H_e = 0.972 \text{ m}$ . Para la antracita se encontró una  $V_d = 0.35 \text{ m/s}$ . Para los materiales restante no fue posible encontrar datos consistentes ya que, incluso con el caudal máximo, las partículas una vez se inyectaban, llegaban al fondo, formando un depósito estacionario, cuyo movimiento estaba regido por modo de transporte de dunas y risos.

Según estos resultados el material seleccionado para realizar los experimentos físicos fue la antracita. Una vez conocido el tipo de material a utilizar, se realizaron pruebas de densidad en el laboratorio de geotecnia de la Facultad de Minas, obteniéndose una densidad de  $1.32 \text{ gr/cm}^3$ , valor que se corroboró con otra prueba de densidad real en el Laboratorio de Carbones de la Facultad de Minas produciendo una densidad de  $1.31 \text{ gr/cm}^3$ . En etapas posteriores se trabajó con la densidad de  $1.32 \text{ gr/cm}^3$ .

### 3.9.3 Medición de eficiencias de separación canal Tipo C1

Las eficiencias de separación se midieron de forma indirecta, midiendo el flujo másico de partículas en el canal bifurcado (Tipo C1) con el siguiente procedimiento:

- ***Procedimiento experimental en el canal bifurcado (Tipo C1)***
1. *Clasificar material particulado.* Se usó un arreglo de tamices de 8" de diámetro con tamaños de 1000, 500, 425, 355, 250, 150 y 63  $\mu\text{m}$ .
  2. *Preparar las muestras de antracita para cada ensayo.* Estas se prepararon con un peso de 500 gramos compuestas por 6 tamaños con igual peso entre el arreglo de tamices.
  3. *Recircular la masa de agua en el sistema bomba-canal.* Se realizó por un tiempo, hasta lograr el estado de flujo permanente y uniforme en el canal (verificando que el nivel del agua y el caudal sean constantes).
  4. *Calcular el tiempo de retención hidráulico en el sistema.* Para esta actividad se agregaron 50 gramos de sedimento para cada diámetro y se calculó el tiempo en dar un ciclo completo en el sistema. El tiempo promedio encontrado fue de 25 segundos.
  5. *Recircular las partículas de antracita.* Se adicionaron las muestras de sólidos de tamaño 500 gramos, al agua en recirculación, hasta que las partículas recirculen al menos 10 veces el tiempo de retención hidráulico en el sistema.
  6. *Recoger simultáneamente las partículas por la descarga y por el rebose.* Se utilizaron filtros de geotextil, norma 1600, para la recolección en un tiempo igual al tiempo de retención hidráulico promedio del sistema.
  7. *Secar los sólidos removidos por cada una de las salidas.* Se secaron al horno durante 12 horas a  $110^\circ\text{C}$ .

8. *Realizar granulometrías.* Se hizo el análisis granulométrico a cada muestra de partículas usando el arreglo de tamices de 3" (1.0, 0.71, 0.5, 0.425, 0.25, 0.18, 0.125, 0.09, 0.063mm) y de 8" (1.0, 0.50, 0.425, 0.355, 0.250, 0.150, 0.063mm).
9. *Calcular la eficiencia de separación (o reparto de sólidos)  $\eta_s$ .* La eficiencia se calculó con el flujo másico de partículas según la siguiente expresión:

$$\eta_s = \frac{Q_{SD}}{Q_{SR} + Q_{SD}} * 100 \quad (3.1)$$

Donde  $Q_{SD}$  es el flujo másico de partículas en la descarga y  $Q_{SR}$  es el flujo másico de partículas en el rebose. Con la ecuación anterior se calcula la eficiencia promedio para todo el conjunto de partículas y también para cada rango de partículas entre tamices, lo que permite estimar la variación de la eficiencia con respecto al  $Rp_m$ .

#### • **Análisis de Granulometrías**

Se realizaron 18 granulometrías correspondientes a un caudal de 0.0051 m<sup>3</sup>/s, para la posición del tabique de (+)5° (ver planos Anexo E), manteniendo constante la granulometría a la entrada (A), ajustada a la RRD. A las granulometrías de la descarga (D) y del rebose (R), se les estimó el valor de  $x'$  y  $n$  de la RRD y luego se realizó el promedio de estos parámetros, para definir una sola curva granulométrica como representativa de las salidas del canal. En la Tabla 3-3, se presentan los parámetros de RRD para la descarga y el rebose del canal Tipo C1, para las diferentes campañas de medición y los diferentes ensayos. Según los resultados, se observa que los valores son del mismo orden de magnitud en todos los ensayos experimentales, lo que justifica obtener el promedio de todos los datos medidos.

**Tabla 3-3:** Parámetros  $x'$  y  $n$  de la RRD.

Descarga (D) y rebose (R) de las campañas de medición del canal Tipo C1. ( $x'$  en mm), E1C1 ensayo 1 de campaña 1.

Pará_ Metro	E1C1		E2C1		E3C1		E4C1		E5C1	
	D	R	D	R	D	R	D	R	D	R
<b>n</b>	2.0996	1.7759	2.2570	1.8390	2.3367	1.8322	2.2570	1.8926	2.3093	2.0321
<b>b</b>	1.6336	2.1145	1.6469	2.2360	1.5759	2.1744	1.7405	2.4307	1.8031	2.5000
<b><math>x'</math></b>	0.4593	0.3040	0.4821	0.2965	0.5095	0.3052	0.4625	0.2768	0.4580	0.2922
<b>R<sup>2</sup></b>	0.9777	0.9876	0.9830	0.9818	0.9803	0.9878	0.9904	0.9824	0.9853	0.9693
Pará_ Metro	E1C2		E2C2		E3C2		E4C2		E5C2	
	D	R	D	R	D	R	D	R	D	R
<b>n</b>	2.1402	1.7565	2.2081	1.8473	2.1021	1.7134	2.0625	1.8453	2.1148	1.8312
<b>b</b>	1.5224	2.0891	1.5495	2.1839	1.4440	2.0883	1.5642	2.3177	1.6249	2.3512
<b><math>x'</math></b>	0.4910	0.3044	0.4957	0.3066	0.5031	0.2956	0.4684	0.2848	0.4638	0.2769

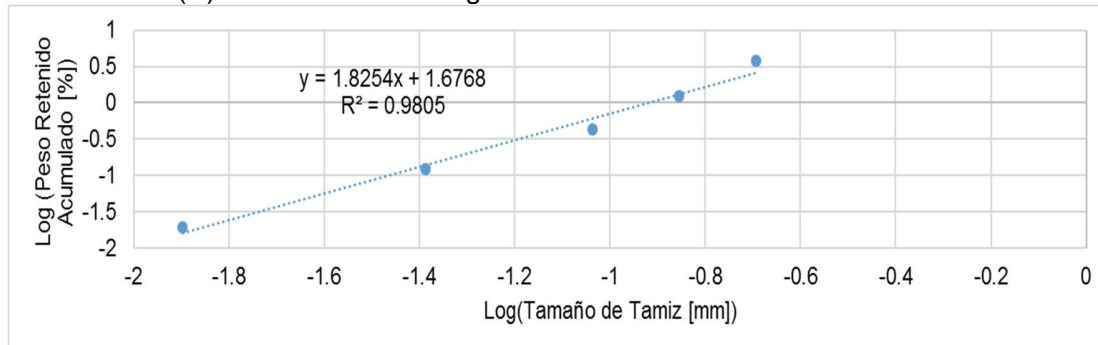
<b>R<sup>2</sup></b>	0.9699	0.9853	0.9738	0.9870	0.9732	0.9855	0.9835	0.9813	0.9870	0.9767
Pará_Metro	E1C3		E2C3		E3C4		E4C4		E5C4	
	D	R	D	R	D	R	D	R	D	R
<b>n</b>	3.1632	3.2189	3.1476	2.6139	2.2815	1.4393	1.6620	1.5074	1.6049	1.4269
<b>b</b>	2.2471	3.6129	2.4038	3.1074	1.7743	2.2147	1.2561	2.2707	1.1534	2.2227
<b>x'</b>	0.4915	0.3255	0.4659	0.3046	0.4595	0.2147	0.4697	0.2217	0.4874	0.2106
<b>R<sup>2</sup></b>	0.9970	0.9959	0.9980	0.9974	0.9272	0.9843	0.9911	0.9752	0.9967	0.9838
Pará_Metro	E1C5		E2C5							
	D	R	D	R						
<b>n</b>	2.6214	2.5014	2.2898	2.0924						
<b>b</b>	1.8942	2.8452	1.8487	2.6788						
<b>x'</b>	0.4855	0.3206	0.4460	0.2780						
<b>R<sup>2</sup></b>	0.9861	0.9817	0.9895	0.9848						

Los valores promedio del exponente  $n$  y del diámetro ( $x'$ ), se resumen en las siguientes expresiones:

*Alimentación:*

$$R_A = \exp \left[ - \left( \frac{x_i}{0.3991 [\text{mm}]} \right)^{1.8254} \right] \quad (3.2)$$

El diámetro  $x$  de partícula se da en mm. El ajuste de los datos de la granulometría en la alimentación (**A**) se observa en la Figura 3-23.



**Figura 3-23:** Ajuste de la distribución RRD a la granulometría usada en la alimentación del canal.

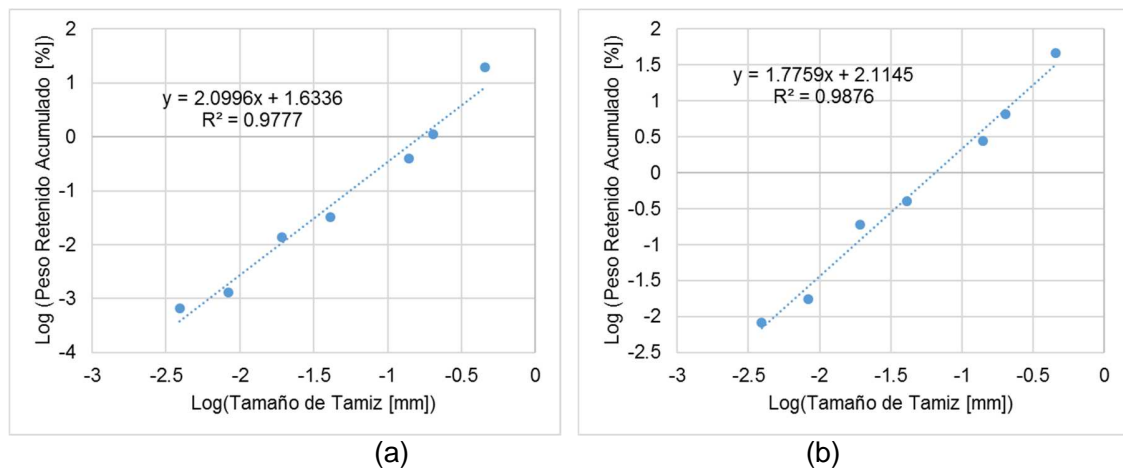
*Descarga:*

$$R_D = \exp \left[ - \left( \frac{x_i}{0.4658} \right)^{2.3675} \right] \quad (3.3)$$

*Rebose:*

$$R_R = \exp \left[ - \left( \frac{x_i}{0.2837} \right)^{2.0689} \right] \quad (3.4)$$

donde  $R$  es la fracción, en porcentaje, retenida de un tamaño de partícula  $x_i$ . Obsérvese que el valor  $x'$  en la descarga debe ser mucho mayor que en el rebose, ya que se espera que en la descarga existan tamaños de partícula más grandes, observándose coherencia en los resultados. Por otro lado, se espera un rango de tamaños más estrecho en la descarga que en el rebose y por lo tanto, el exponente  $n$  es más grande en la descarga. Los valores obtenidos de estos parámetros son una medida del efecto separador del canal curvo. El ajuste gráfico de la (RRD) a los datos de la granulometría para el ensayo No1 de la Campaña No1 (E1C1), se muestra en la Figura 3-24 para la descarga y el rebose. La pendiente de la recta ( $n$ ) en la Figura 3-24(a) es:  $n=2.0996$  y, el ( $y$ ) intersepto,  $b=1.6336$ , con el cual se calcula  $x'=\exp(-b/n)=0.4593$ .



**Figura 3-24:** Ajuste de la distribución RRD, a los datos de la granulometría para el ensayo No1 de la Campaña No1 (E1C1).

(a) Granulometría de la descarga. (b) Granulometría del rebose.

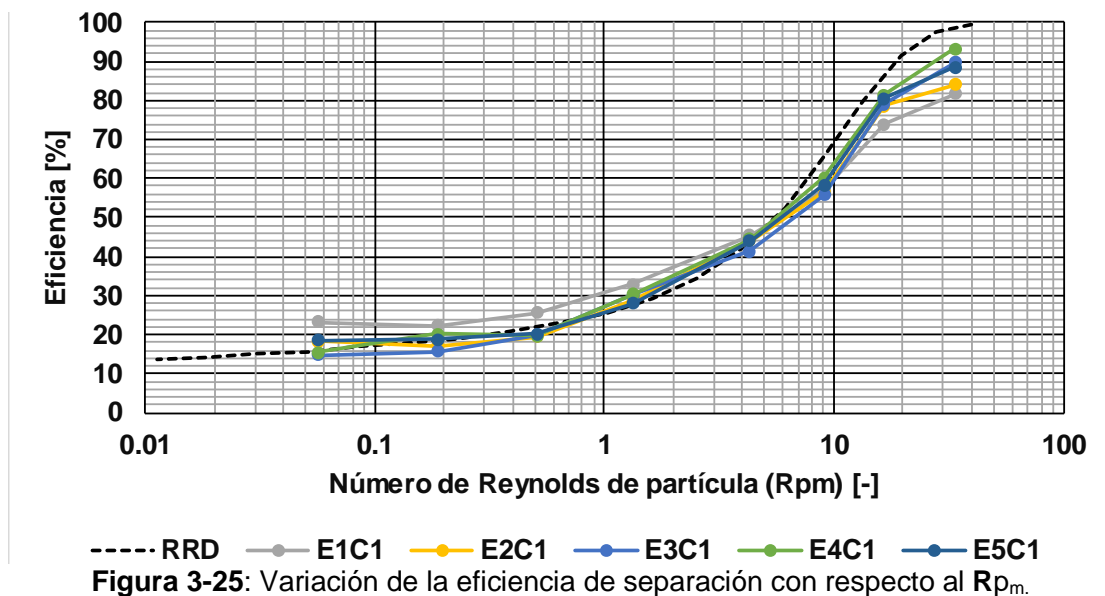
#### ▪ Cálculo de eficiencias

Con los valores de las granulometrías calculados con las expresiones de la RRD, se calculan las granulometrías para tamaños de tamices intermedios, desde el tamiz 500 al tamiz 18, tamices según la Norma ASTM E - 11/95. Esta nueva distribución de tamaños nos permite obtener la variación en la eficiencia de atrapamiento para tamaños de partícula no considerados en la etapa de experimentación. La eficiencia de separación ( $\eta_i$ ) para diferentes tamaños de partícula se calcula como:

$$\eta_i = \frac{W_{Di}}{W_{Di} + W_{Ri}} 100 \quad (3.5)$$

Donde,  $\eta_i$  es la eficiencia en porcentaje al tamaño de partícula  $i$ ,  $W_{Di}$  es el peso de sólidos correspondiente al tamaño de partícula  $i$  en la descarga,  $W_{Ri}$  es el peso de sólidos correspondiente al tamaño de partícula  $i$  en el rebose. El diámetro correspondiente a la partícula  $i$  es el diámetro promedio del rango entre tamices, dado como  $d_{mi} = (d_{inf} + d_{sup})/2$ , donde  $d_{inf}$  es el diámetro del tamiz inferior,  $d_{sup}$  es el diámetro del tamiz superior, del rango.

En la **Figura 3-25** se muestra la variación de la eficiencia con el número  $Rp_m$ , ajustada con la distribución RRD, como promedio de todas las mediciones, y se superpone a la misma curva los datos medidos directamente de la campaña C1 para los cinco ensayos y, como se puede observar la curva ajustada por RRD pasa por los datos experimentales con un buen ajuste, mostrando que es una buena representación de los datos medidos. El comportamiento de la curva de eficiencia muestra que es mucho más difícil remover partículas finas que gruesas y que, a partir del  $Rp_m$  de 39.4, se pueden remover las partículas con una eficiencia mayor al 97.50% para antracita de densidad (1.31-1.32) g/cm<sup>3</sup> y diámetro de 0.925mm. Esta curva es importante ya que se puede calcular la eficiencia de remoción de partículas de otras densidades usando el número  $Rp_m$  para hacer la transformación a un diámetro y densidad equivalente.



### 3.9.4 Medición de eficiencias de separación canal Tipo C2

Como el canal Tipo C2 tiene un sistema de operación y una geometría diferentes a las del canal Tipo C1, el procedimiento de medición del flujo particulado fue modificado. La preparación de la muestra de partículas necesaria para agregar al flujo fue la misma que para el Canal Tipo C1, pero el caudal es, ahora, 0.015 m<sup>3</sup>/s. Se realizaron 8 campañas de medición con 5 muestras cada una (5 salidas). Los datos en este canal tienen el objeto de cuantificar la variación de la distribución radial del tamaño de las partículas y del flujo másico de las mismas. Se obtuvo el flujo medio de partículas por cada salida y la curva granulométrica en cada una.

- **Procedimiento experimental en canal Tipo C2**

1. *Recircular la masa de agua en el sistema general de laboratorio.* Se realizó la circulación de agua por un tiempo, hasta lograr el estado de flujo permanente y uniforme en el canal (verificando que el nivel del agua y el caudal sean constantes).

2. *Agregar las partículas de antracita.* Se inyectó un peso de 1000 gramos de antracita al inicio del canal, usando un dosificador de sólidos de rodillo giratorio, el cual suministró un caudal sólido de 5.55 g/s, donde el experimento dura aproximadamente tres minutos.
3. *Recoger simultáneamente las partículas por las cinco salidas.* Para ello se usaron filtros de geotextil Norma 1600, recogidos en un tiempo igual al tiempo de suministro de los sólidos.
4. *Secado de los sedimentos.* Estos se secan al horno durante 12 horas a 110°C.
5. *Realizar las granulometrías en cada una de las salidas.* A las muestras de partículas capturadas por cada salida se les realizó la granulometría usando el arreglo de tamices de 3" (1.0, 0.71, 0.5, 0.425, 0.25, 0.18, 0.125, 0.09, 0.053mm) y de 8" (1.0, 0.50, 0.425, 0.355, 0.250, 0.150, 0.063mm).
6. *Calcular la eficiencia de separación (reparto de sólidos)  $\eta_s$ .* Se realizó de manera idéntica que para el canal Tipo C1.

- **Análisis de Granulometrías**

Se obtuvieron las siguientes distribuciones RRD para la descarga y el rebose. En este caso la descarga se toma como la salida más cercana a la curva interna del canal y el rebose como la suma de los cuatro restantes.

*Descarga:*

$$R_D = \exp \left[ - \left( \frac{x_i}{0.4964} \right)^{2.5396} \right] \quad (3.6)$$

*Rebose:*

$$R_R = \exp \left[ - \left( \frac{x_i}{0.2796} \right)^{1.8651} \right] \quad (3.7)$$

- **Cálculo de eficiencias**

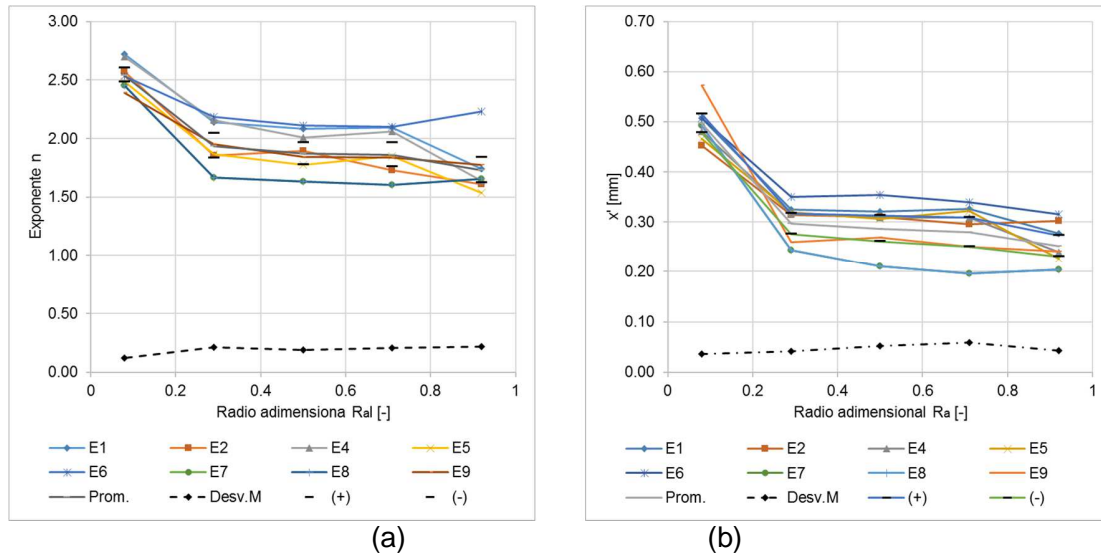
Con los valores de las granulometrías calculados con las expresiones de las distribuciones RRD, se puede calcular las granulometrías para tamaños de tamices intermedios, desde el tamiz 500 al tamiz 18 según tamices Norma ASTM E - 11/95, y conocer la eficiencia para tamaños de partícula que no fueron evaluados experimentalmente

- **Análisis de los parámetros de la RRD**

Para analizar la variación de estos parámetros en sentido radial, se retoma el concepto de radio adimensional ( $R_a$ ) presentado en el Capítulo 1, ec.(1.7).

Los perfiles de los parámetros de la distribución RRD, el diámetro  $x'$  y el exponente  $n$ , se muestran en la Figura 3-26 para los ocho experimentos físicos, junto con la desviación estándar en cada una de las salidas. Estos perfiles revelan algunas características de la distribución del flujo particulado: (1)  $x'$  logra valores altos para valores de  $R_a$  bajos (cerca de la parte interna de la curva), mostrando que existen partículas más grandes en esta zona del canal, las cuales son más fáciles de separar; (2) el exponente  $n$  logra valores un poco mayores cerca a la parte interna del canal, correspondiente a un rango de partículas

estrecho, mostrando que las partículas gruesas drenan a la parte interna sin mucho contenido de finos.



**Figura 3-26:** Curva de la variación de tamaños de partículas de antracita con respecto al radio adimensional en el canal tipo C2.

(a) Exponente  $n$ . (b) Parámetro de tamaño característico  $x'$ , Desv.M es la desviación estándar de los datos experimentales en cada salida, los símbolos (-) muestran los límites superior e inferior de la desviación estándar con referencia a la media, (E1...E9) indican el número de ensayos físicos.

## 3.10 Cometarios finales del capítulo

### 3.10.1 Conclusiones

Se construyeron dos canales curvos para la obtención de la eficiencia de atrapamiento de partículas a partir de mediciones de la superficie del agua y campos de velocidades en canales curvos y distribución de atrapamiento de partículas. Los campos de velocidad medidos con el ADVVP11 fueron validados con valores medios de caudal obtenidos con el medidor DFM.

Se estableció una nueva metodología para la medición del campo de velocidades mediante el uso de ADVVP11, usando criterios soportados con conceptos teóricos para la calibración y operación del ADV, metodología que proporcionó datos coherentes del campo de velocidades en comparación con algunos valores reportados en la literatura.

Se evaluó el criterio de la helicidad, para caracterizar la ICS, en las secciones transversales donde se midieron los vectores de velocidad, encontrando que esta magnitud es apropiada

para su cuantificación, mostrando un comportamiento típico, donde la ICS tiende a formar un valor máximo en una de las secciones transversales. Este comportamiento encontrado en la presente investigación es concordante con los reportados en la literatura.

Se obtuvieron valores de ( $\eta_s$ ) tanto para el canal bifurcado como para el canal con cinco salidas. Se evaluó la distribución granulométrica usando la RRD, encontrando que los parámetros que definen esta distribución, tienen un comportamiento esperado, demostrando que se pueden usar como criterio adicional para determinar propiedades de separación en el canal curvo.

### **3.10.2 Recomendaciones**

Para mejorar la presente investigación y continuar con investigaciones futuras, es recomendable tener al menos dos instrumentos diferentes de medición del campo de velocidades para poder establecer que las mediciones son consistentes. Dispositivos como el phase discrete particles analysis (PDPA) y el particle image velocimeter (PIV), junto con el ADV, pueden ser un buen complemento para obtener datos de campo de velocidades de alta calidad.

Con respecto a la medición de niveles de agua, los sensores usados, resultaron ser prácticos, pero se recomienda, actualizar la tecnología para que brinde menos variación en el rango medido, en lo posible de precisión de  $\pm 0.1\text{mm}$ , y dispositivos de menor dimensión para poderlos instalar en espacios reducidos.





## **4. Capítulo 4: Investigación Numérica Parte Uno: Calibración y Validación**

### **4.1 Introducción**

La investigación numérica ha sido concebida como complementaria y a veces alternativa a la experimentación física. En el presente trabajo la experimentación numérica ha sido utilizada para efectos de predicción donde la experimentación física no se puede aplicar. En el caso de estudiar el efecto de factores de tipo geométrico, como el efecto del radio de curvatura de un canal, sobre variables de respuesta como variación de la superficie del agua, los campos de velocidad y la eficiencia de separación, sería necesario construir varios montajes físicos, para obtener datos que permitan evaluar satisfactoriamente dicho efecto, haciendo la investigación física sumamente onerosa. Con la experimentación numérica, por un lado, es más económico evaluar dicho efecto y por otro nos proporciona mayor flexibilidad para variar dominios de estudio y condiciones de forzadores.

En este trabajo se evaluaron dos modelos matemáticos para estimar los campos de velocidades, uno correspondiente a la aproximación “rigid Lid” (RLA) y el otro el modelo multifásico (EEH), definidos en capítulos precedentes; para su solución numérica se usaron códigos de fluidodinámica computacional comerciales, como el Fluent y CFX de Ansys Inc., respectivamente. Para la predicción se utilizó el modelo EEH debido a que tiene menos limitantes para su aplicación.

Una de las desventajas del modelo numérico es que es necesario calibrar y validar, su configuración y resultados para demostrar que éste reproduce los datos observados dentro de un margen de error aceptable. Este proceso se siguió en el presente trabajo de acuerdo con metodologías propuestas con base al diseño estadístico de experimentos (DEE) en el Capítulo 2 y desarrolladas en este capítulo en los Anexos A y B.

El objeto de este capítulo es el de demostrar la capacidad que tiene el modelo numérico implementado para reproducir los datos “patrón” de las variables de respuesta y estudiar el efecto que tiene los factores independientes sobre ellas.

### **4.2 Calibración del modelo EEH con respecto a la superficie del agua**

Esta calibración se realizó aplicando una nueva metodología propuesta en este trabajo para usarla en investigación numérica, el planteamiento de la metodología y su aplicación se muestran en el Anexo A, Para la calibración y validación, se obtuvieron valores de nivel de agua en canales curvos reportados en la literatura. Se usaron los datos de uno de los canales para realizar la calibración del modelo y encontrar su respectiva configuración “óptima” y los datos de los canales restantes se usaron para la etapa de validación. Se evaluaron cualitativa y cuantitativamente las diferencias entre los valores observados y los

predichos, logrando valores de los estadísticos de bondad de ajuste en la validación similares a los encontrados en la calibración. Se pudo demostrar que la metodología conduce sistemáticamente a encontrar la configuración “óptima” del modelo numérico, de tal manera que los valores predichos de nivel del agua sean lo suficientemente cercanos a los valores observados.

### 4.3 Calibración de la aproximación RLA para el campo de velocidades

El modelo matemático usado para el cálculo de los campos de velocidad está compuesto por las ecuaciones de conservación de masa y de conservación de cantidad de movimiento con promedios de Reynolds (RANS), acoplado con el modelo de turbulencia RNG  $\kappa$ - $\epsilon$ . En canales abiertos este modelo se puede solucionar aplicando la aproximación (RLA), en casos en que la sobreelevación del agua en la curva del canal no sea mayor al 10% con respecto a la profundidad media antes de la curva ; lo que supone una superficie del agua paralela al fondo del canal, (y otras restricciones explicadas en el Capítulo 2). La gran desventaja de la aproximación RLA es que se debe conocer previamente el comportamiento de la superficie del agua, usándose por lo general, para reproducir numéricamente datos provenientes de experimentación física, donde la superficie del agua puede ser medida, la ventaja es que el costo computacional es menor y produce muy buena convergencia. La aproximación EEH tiene menos restricciones ya que calcula simultáneamente el nivel de la superficie del agua y los campos de velocidad, pero el esfuerzo computacional es mucho mayor y tiene un comportamiento en la convergencia más complejo.

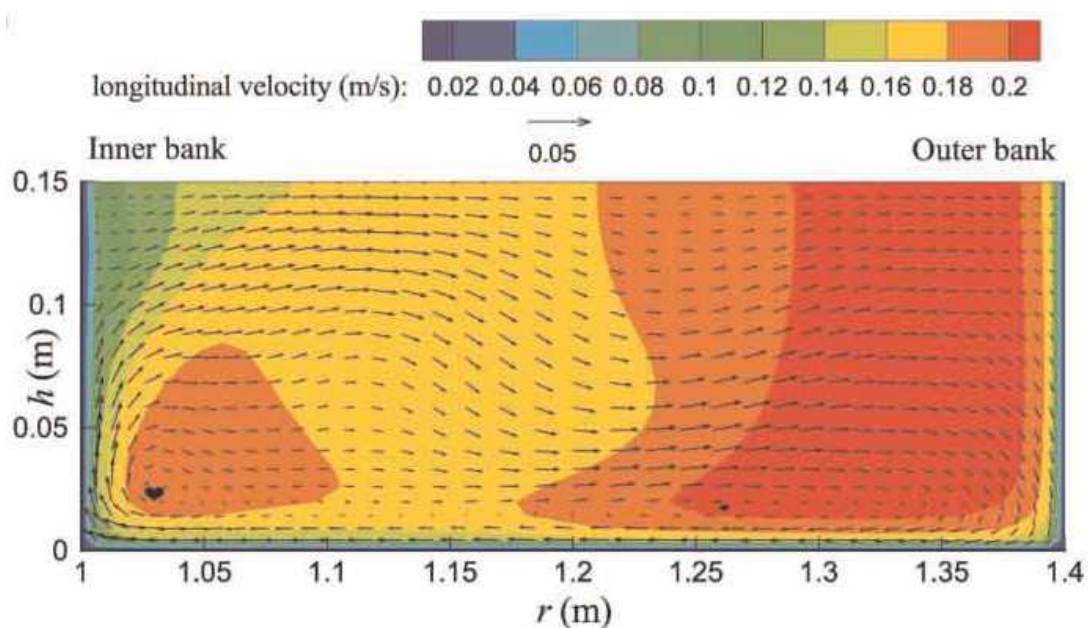
El modelo numérico se calibró inicialmente usando datos del campo de velocidades reportados en la literatura, tanto simulados como experimentales (Bai et al., 2014). Se aplicó la metodología similar a la propuesta para encontrar el nivel de la superficie del agua, la cual se detalla en el Anexo B. Al aplicar dicha metodología se encontró la configuración óptima del modelo numérico el cual reproduce adecuadamente los campos de velocidad.

Complementariamente al Anexo B, se realiza una comparación cualitativa de los patrones de flujo secundario, usando magnitud y dirección de los vectores, junto con las líneas de corriente, para las secciones 0, 30°, 60°, 90°, 120°, 150° y 180° de la curva.

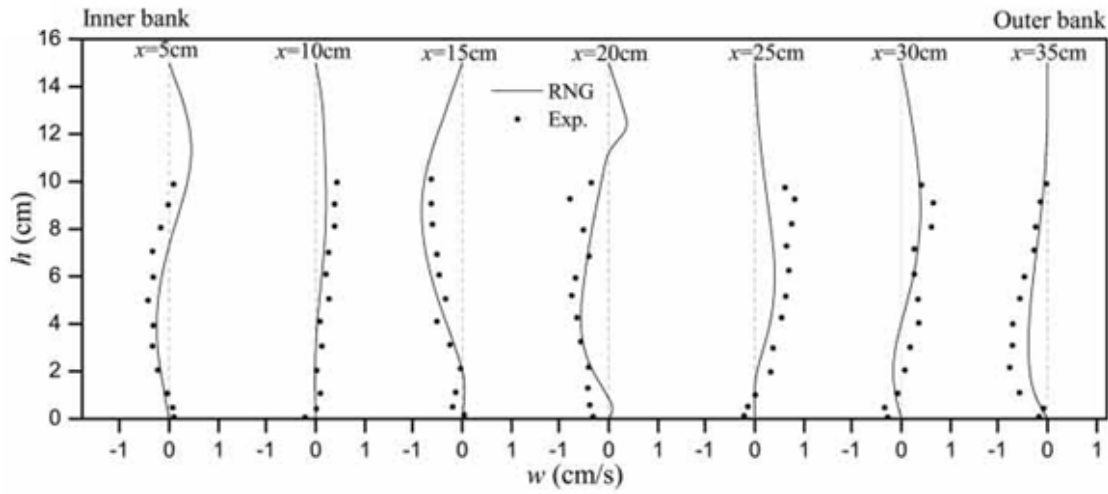
Los datos reportados gráficamente por (Bai et al., 2014), tanto medidos como simulados, se encuentran en dos formatos. Uno como se indica en la Figura 4-1 (a), en la cual se muestra los vectores de velocidad proyectados en el plano correspondiente a las sección transversal de 180°, y los contornos de velocidad principal del flujo (o velocidad tangencial); obsérvese en esta figura, que los vectores cerca al fondo, hasta una altura de 0.045m aproximadamente, en el eje de la sección (1.2m), se observan horizontales, lo que indica que la componente de velocidad vertical ( $w$ ), en esta región es cero. El otro formato de datos se muestra en la Figura 4-1 (b), (sección 180°) con datos experimentales y simulados en cada perfil vertical, obsérvese el perfil del eje de la sección ( $x=20\text{cm}$ ), que para los datos experimentales la componente de velocidad ( $w$ ) en  $z$  es negativa para todos los valores, y

para los valores simulados, a excepción de los dos primeros datos cercanos al fondo, también tienen componente negativa. La incoherencia con la Figura 4-1 (b) es que no concuerda con los datos simulados de la Figura 4-1 (a), en el perfil vertical localizado en el eje del canal. En este sentido al graficar las líneas de corriente con los dos grupos de datos reportados en la literatura, se obtiene patrones de flujo ligeramente diferentes, como los observados en la Figura 4-1 (c,d), donde los patrones de flujo secundario Figura 4-1 (c) con base a la Figura 4-1 (a) no muestran el tercer vórtice en la sección  $180^\circ$  cerca al fondo a 0.15 m de la pared interna del canal, el cual si es observado en los patrones de flujo secundario de la figura Figura 4-1 (d) con base a los datos de la Figura 4-1 (b).

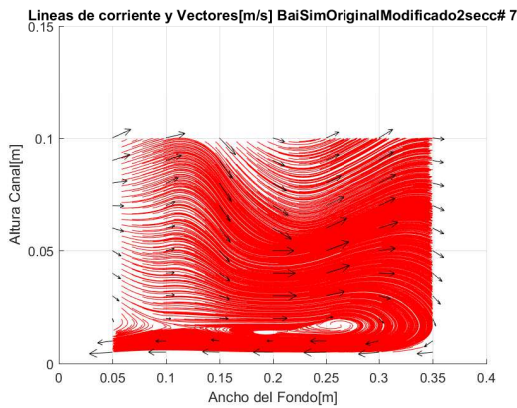
El origen de la formación del tercer vórtice en la sección de  $180^\circ$  con base a los datos de la Figura 4-1 (b), es debido a la componente negativa de velocidad vertical ( $w$ ) en las posiciones del eje de la sección, en los primeros 0.05m de profundidad cerca al fondo, las cuales hacen que las líneas de corriente se deflecten hacia el lado interno de la curva. Mientras que, si esta componente es muy pequeña o de un valor cero, la línea de corriente continúa como parte del vórtice formado hacia el lado externo de la curva. El modelo configurado en la presente investigación reproduce los valores simulados en la literatura con respecto a los datos obtenidos en el formato de la Figura 4-1 (a), pero no reproduce fielmente la componente vertical de velocidad en el eje de la sección con respecto a los vectores medidos y simulados obtenidos de la Figura 4-1 (b); al parecer los datos reportados de la Figura 4-1 (a) no corresponden a la misma simulación que los reportados en la Figura 4-1 (b), ya que proporciona patrones de flujo un poco diferentes.



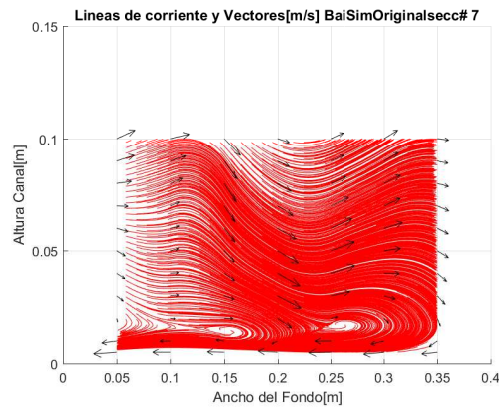
-(a)



-(b)



-(c)



-(d)

**Figura 4-1:** Valores de componentes de velocidad reportados en la literatura para la sección 180° (Bai et al., 2014).

(a) Contornos de velocidad tangencial y vectores de velocidad. (b) Perfiles de velocidad vertical ( $w$ ), experimentales (puntos) y simulados (línea continua). (c) Patrones de flujo secundario con base a datos de la Figura 4-1 (a). (d) Patrones de flujo secundario con base a datos de la Figura 4-1 (b).

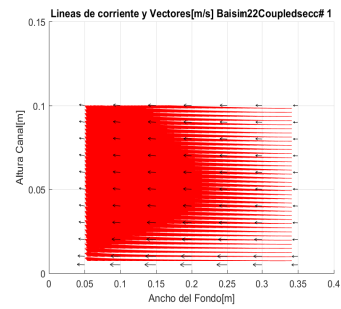
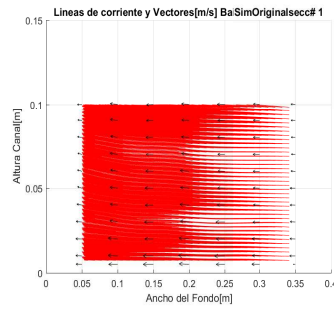
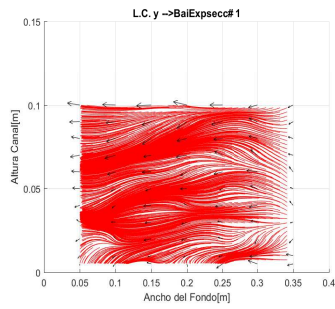
En la Figura 4-2 se realiza la comparación de patrones de flujo secundario, entre los valores medidos (paneles izquierdos), los datos simulados por Bai con base a la Figura 4-1 (b) (paneles centrales) y los datos simulados en la presente investigación (paneles derechos). Obsérvese que cualitativamente se observa una gran similitud entre las figuras de datos simulados y con cierta diferencia con los datos medidos. En la localización de los vórtices existe buena correspondencia entre los observados y simulados.

Con respecto a los datos experimentales del campo de velocidades en todo el dominio del canal, se observa diferencias similares, con lo simulado tanto en la presente investigación como lo simulado en la literatura. Esto tiene posibles causas que seguramente se pueden mejorar adelantando investigaciones más puntuales, para explicar las diferencias. Quizá una de las preguntas a resolver en trabajos futuros es: ¿Por qué el modelo numérico no reproduce la componente vertical de velocidad en el eje en la sección 180°, en comparación con los datos experimentales?.

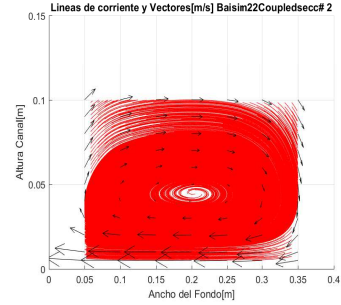
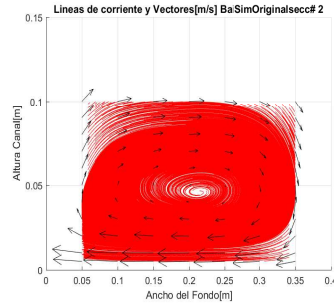
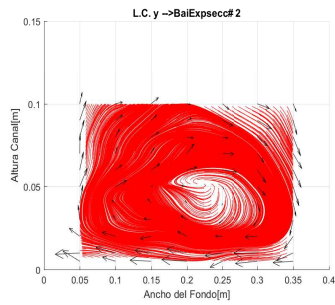
Estas diferencias entre lo observado y simulado se puede atribuir en primera instancia factores numéricos: se sabe que mallas refinadas pueden atrapar vórtices más pequeños, como se demostró en el análisis realizado en el Capítulo 2, Figura 2.29, en la cual se observa que la Figura 2.29 (a) para un mallado deficiente, solo atrapa un solo vórtice, mientras que en la Figura 2.29 (b) para un mallado muy fino, se logra modelar un vórtice adicional, con una mayor correspondencia con los datos experimentales. Adicionalmente, en la presente investigación no se pudo realizar un mallado muy refinado cerca de las fronteras rígidas que permita usar el tratamiento de pared (opción “*Enhanced Wall-Function*”), debido al gran costo computacional, y solamente se utilizaron las opciones “*scalable Wall-function*” y “*Standar Wall-function*”, restricción que puede derivar ciertas diferencias a nivel local del flujo entre los valores comparados. Desafortunadamente, (Bai et al., 2014) no muestra las dimensiones exactas del mallado usado, por lo tanto, no es posible la comparación en este sentido. Lo que se recomienda en este caso, si se desea profundizar en explicar pequeñas diferencias, es hacer un análisis local de independencia de malla por ensayo y error que permita ir identificando dichas diferencias.

En términos generales, las posibles diferencias entre lo observado y lo modelado numéricamente, tienen causas combinadas provenientes de la experimentación física y numérica. En la experimentación física, las imperfecciones derivadas de procesos constructivos y de montaje, especialmente aquellas no medibles, pueden generar vórtices aguas abajo, originados especialmente en la unión entre el tramo recto del canal y la curva, efecto descrito por (Bai et al., 2014). La operación del sistema también introduce fluctuaciones en el campo de velocidades, especialmente si se realiza con sistemas de bombeo directo hacia el canal. En la experimentación numérica, la inclusión de imperfecciones físicas al modelo es una tarea bastante difícil y el costo computacional, que aún sigue siendo una actividad no resuelta, limita los experimentos numéricos. El modelo RNG  $k-\epsilon$  es bastante eficiente, pero ciertamente no es el mejor; un nuevo modelo que podría superar las limitaciones de los modelos RANS y adoptar las ventajas del modelo Large Eddy Simulations (LES) podría mejorar la capacidad de la investigación numérica (Bai et al., 2014). El mejorar estos aspectos tanto físicos como numéricos, seguramente se convertirá en un reto importante de la investigación futura.

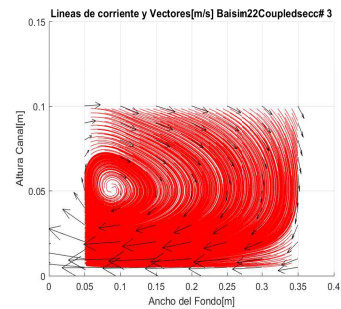
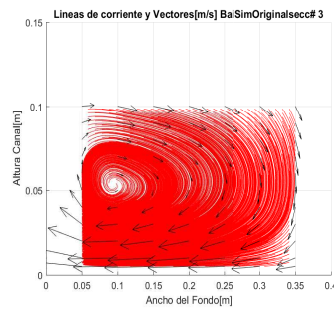
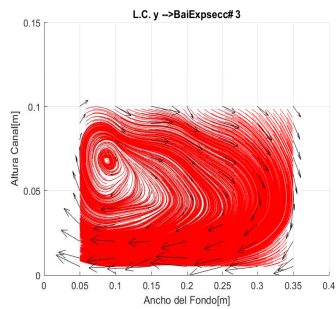
Obsérvese que al comparar los datos de la sección de entrada a la curva (cero grados), que en los datos simulados son líneas de corriente horizontales muy uniformes y en los datos medidos, poseen ondulaciones y la dirección de los vectores no es tan horizontal, esto repercutirá en la formación de las estructuras del flujo aguas abajo.



Sección 0°

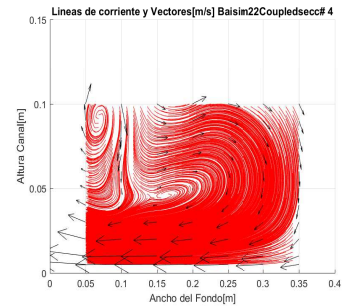
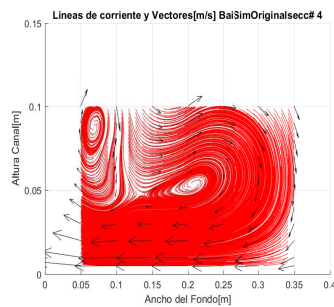
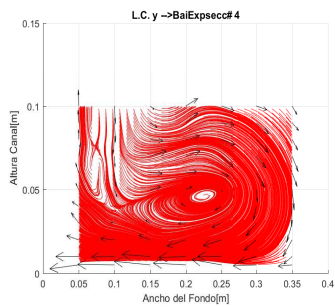


Sección 30°

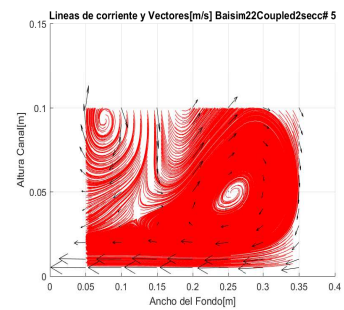
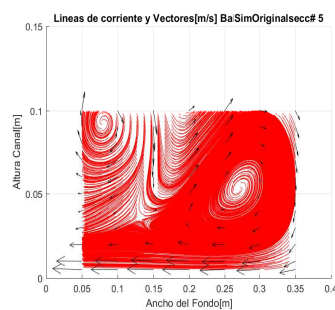
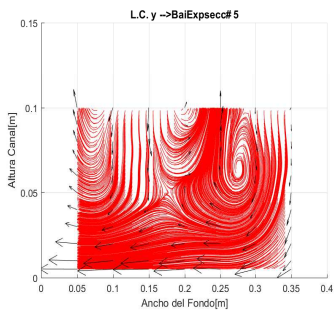


Sección 60°

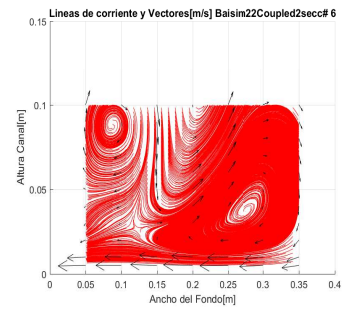
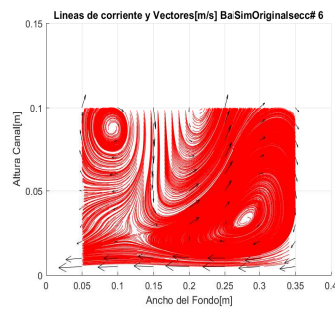
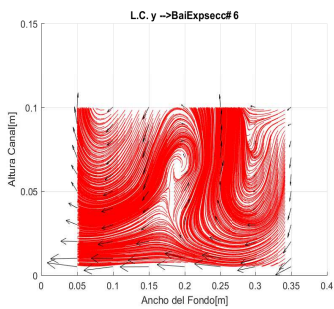




### Sección 90°

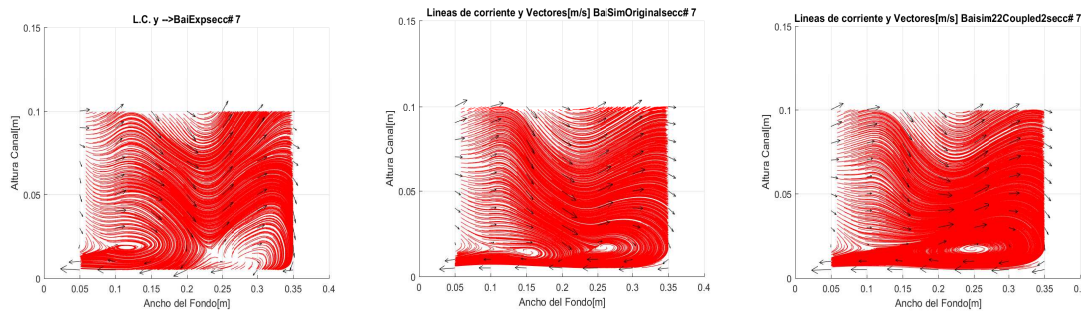


### Sección 120°



### Sección 150°



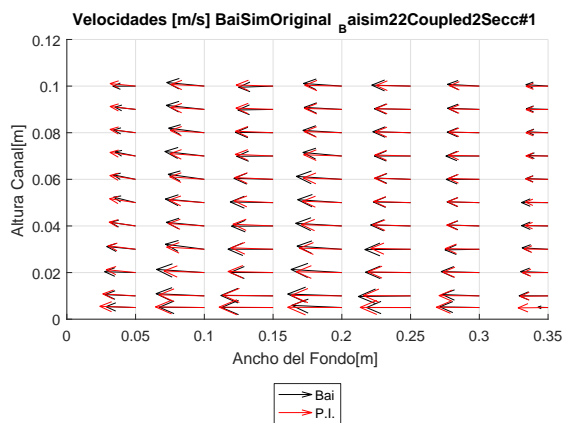


## Sección 180°

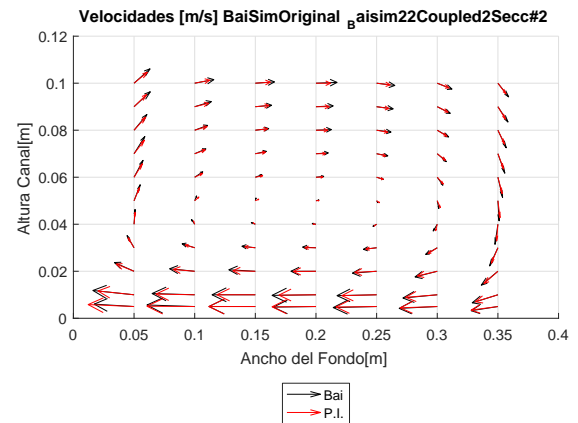
**Figura 4-2:** Comparación de patrones de flujo secundario entre valores observados y simulados.

Valores observados (paneles izquierdos), valores simulados en el estado del arte (paneles centrales) (Bai et al., 2014). y simulados en la presente investigación (paneles derechos). La margen izquierda de cada figura es la parte interna de la curva. Los vectores de velocidad tienen una escala equivalente geométrica de 1:1, los cuales pueden ser extraídos con herramientas Cad.

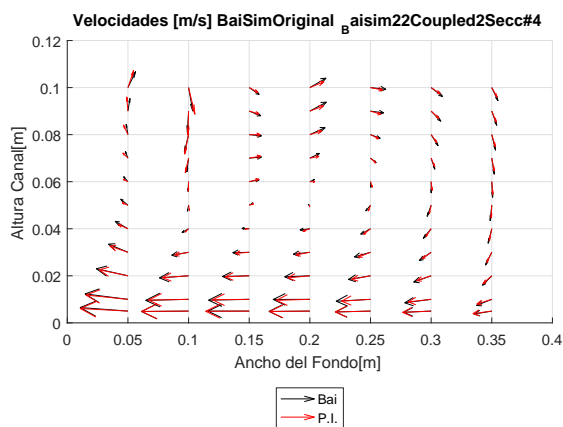
En la Figura 4-3 se indica los vectores de velocidad superpuestos en cada sección transversal, para los datos simulados en la presente investigación (P.I.) y los simulados por (Bai et al., 2014). Se puede observar que el comportamiento de los vectores es muy similar, en cada una de las secciones. Obsérvese la diferencia del comportamiento de los vectores en el eje de la sección a 180°, en el eje del canal, en los cinco primeros vectores cerca al fondo, donde la simulación de la (P.I.) reproduce valores positivos de la componente vertical de la velocidad, mientras que los obtenidos en la literatura, reproduce la componente negativa, lo que marca la sutil diferencia en los patrones de flujo secundario (vectores dentro de elipse de color verde).



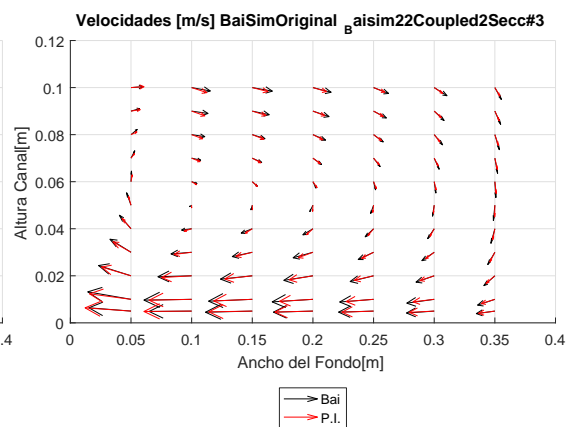
0°



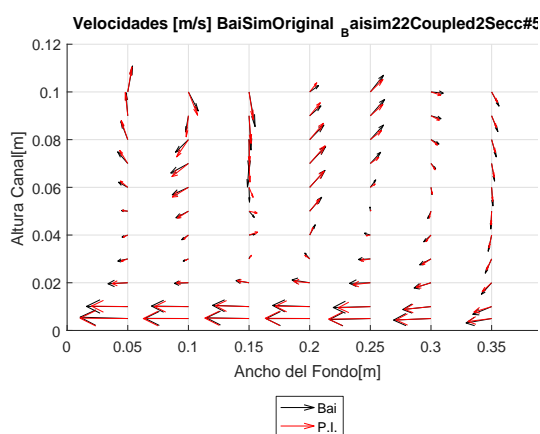
30°



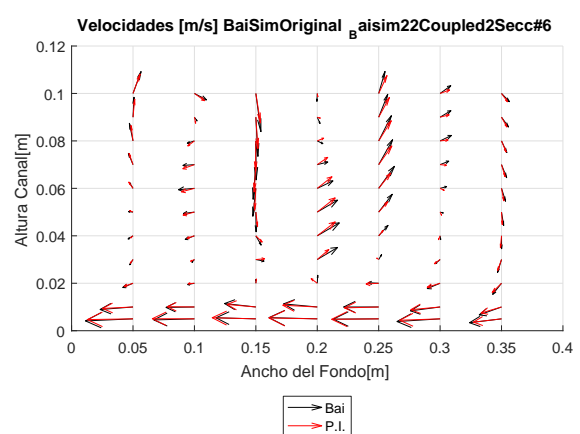
60°



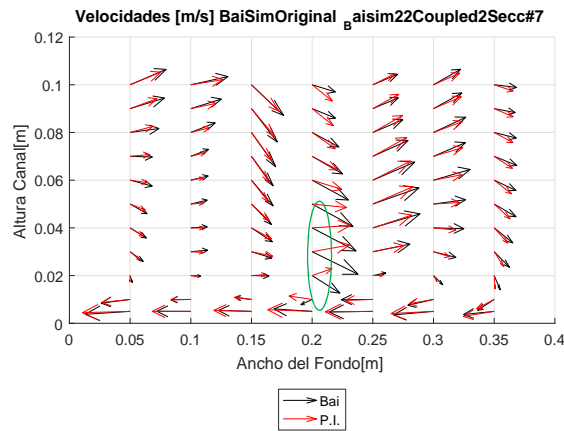
90°



120°



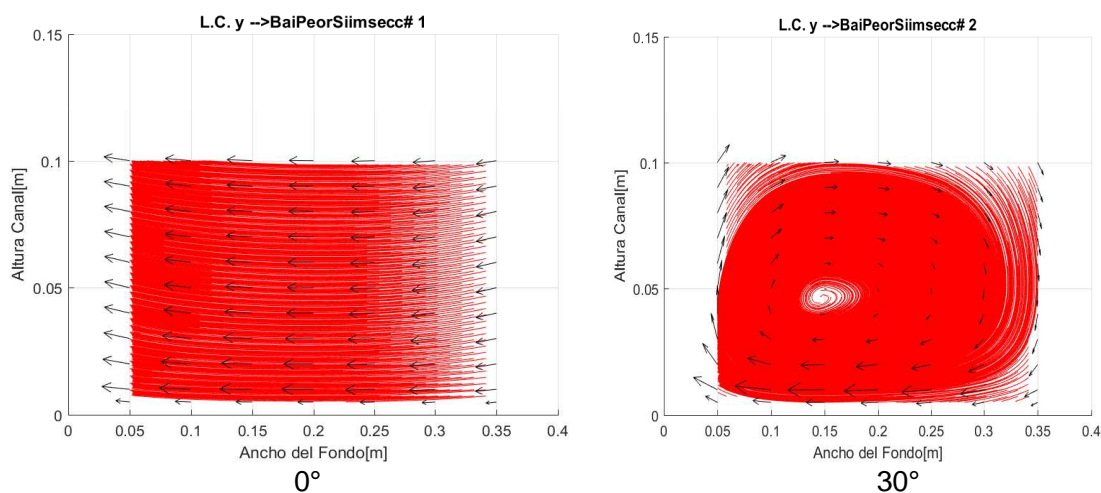
150°

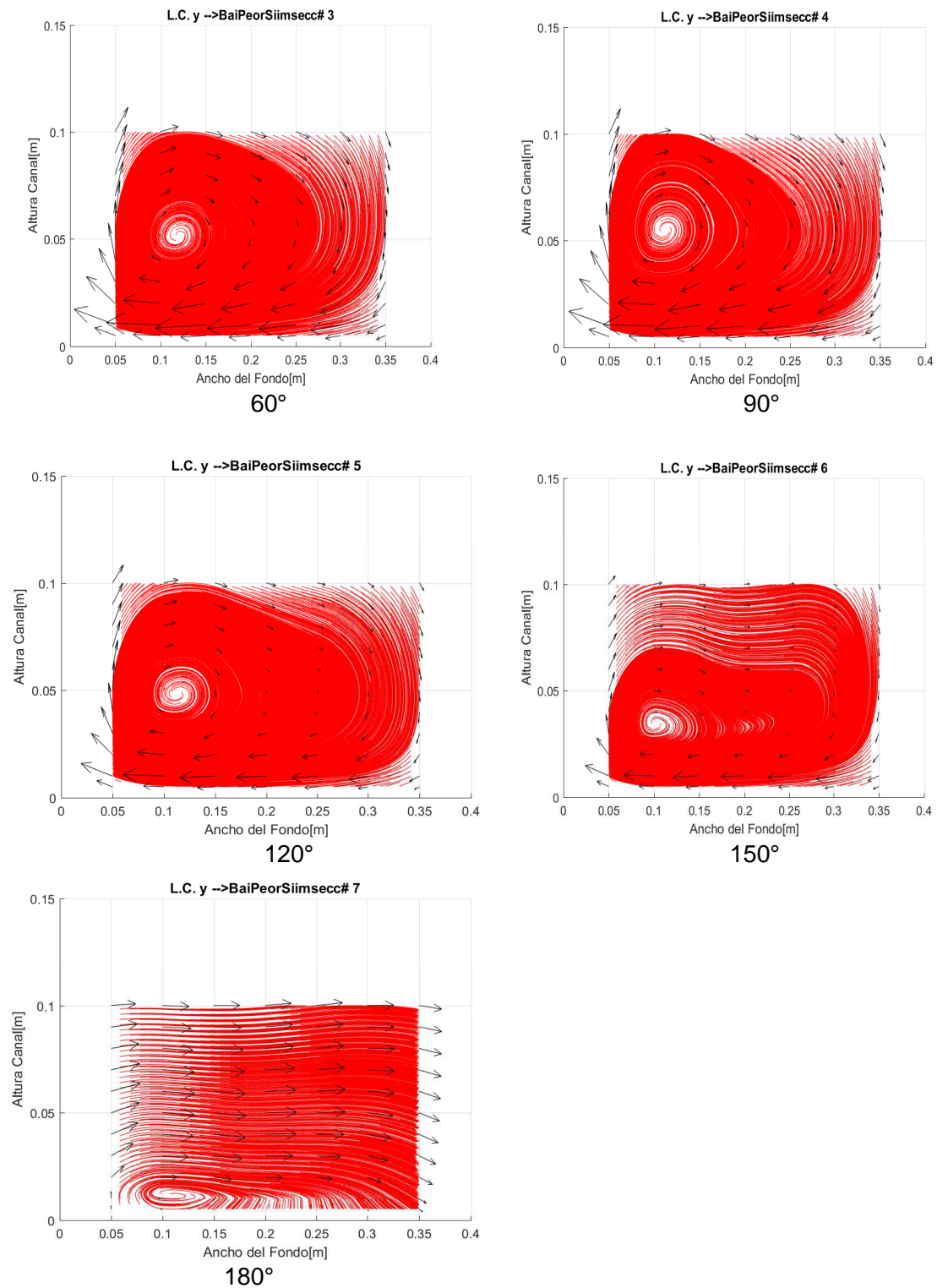


180°

**Figura 4-3:** Comparación de vectores en cada sección transversal simulados en la literatura por (Bai et al., 2014) y simulados en la presente investigación (P.I.). El margen izquierdo de cada figura es la parte interna de la curva. Los paneles, de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo corresponden a secciones cada 30° desde la entrada a la curva.

Para ilustrar el efecto del mallado sobre los patrones de flujo, se realizó una simulación numérica con un mallado deficiente, colocando solamente nodos del mallado en los puntos de medición física, como se muestra en la Figura 4-4, comparable con las secciones de la Figura 4-2, de lo que se puede inferir que los patrones de flujo son bastante diferentes entre las dos figuras. Un mallado pobre solo reproduce un vórtice en cada sección transversal. Este resultado lleva a recomendar que los efectos de los factores correspondientes al mallado se deben analizar cuidadosamente, para lograr una solución deseada.





**Figura 4-4:** Patrones de flujo secundario con mallado deficiente, colocando nodos de la malla solamente en los puntos de medición reportados por (Bai et al., 2014).

La metodología de calibración se detalla en el Anexo C, en el cual se realiza la comparación cualitativa y cuantitativa usando criterios de bondad de ajuste con indicadores estadísticos. La bondad de ajuste usando los estadísticos RMSE y NSE para los datos predichos en la presente investigación son similares a los encontrados para casos similares en la literatura.

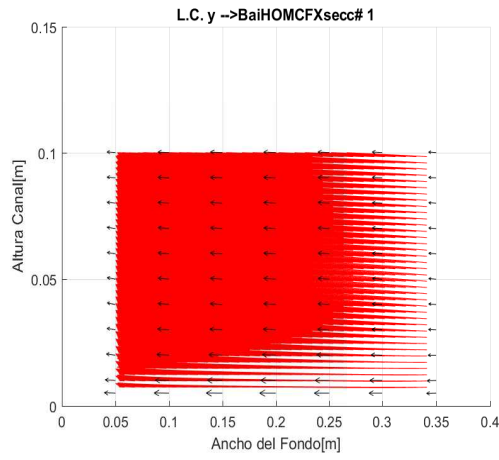
## **4.4 Calibración del modelo EEH para el campo de velocidades**

Teniendo en cuenta las limitaciones que ofrece el modelo numérico con la aproximación RLA, en el caso de que la superficie del agua no es conocida, se optó como segunda instancia evaluar el modelo EEH, para dos fases agua-aire, el cual proporciona como variables de respuesta de nuestro interés los campos de velocidad y la variación de la superficie del agua. Esto pensando en las etapas de predicción en la cual las variables de respuesta son totalmente desconocidas, lo que impediría usar la RLA, a no ser que se ejecute primero el modelo EEH, según la metodología del Anexo A, para conocer inicialmente el nivel del agua y verificar si cumple las condiciones para aplicar la RLA.

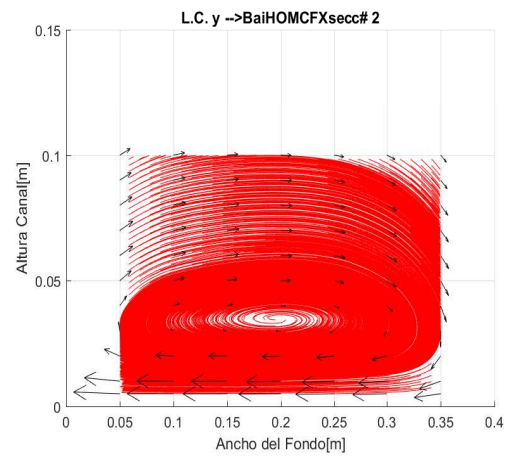
Para la calibración del modelo EEH se usa los datos del campo de velocidades del canal de (Bai et al., 2014) y se aplica la metodología del Anexo B. El nivel del agua predicho en la presente investigación se compara con el nivel de agua constante a lo largo del canal de 0.15m.

### **4.4.1 Comparación cualitativa**

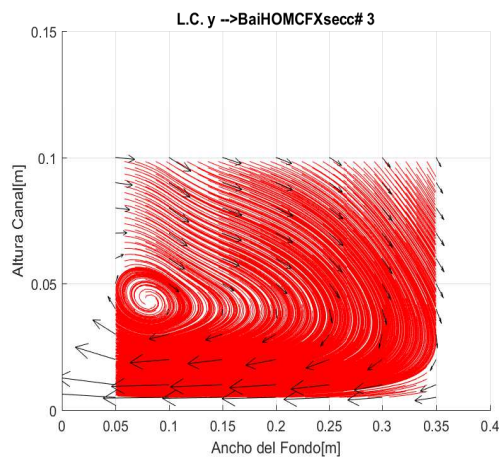
En la Figura 4-5, se muestran los patrones de velocidad obtenidos con el modelo EEH, patrones similares a los mostrados en las figuras correspondientes a datos observados y simulados con RLA (Figura 4-2). Obsérvese que en la sección a 90° el vórtice simulado con el modelo EEH está más corrido hacia la parte interna de la curva, mostrando en principio que el modelo reproduce los patrones de flujo con algunas diferencias en aquellos obtenidos con los valores observados de los campos de velocidad.



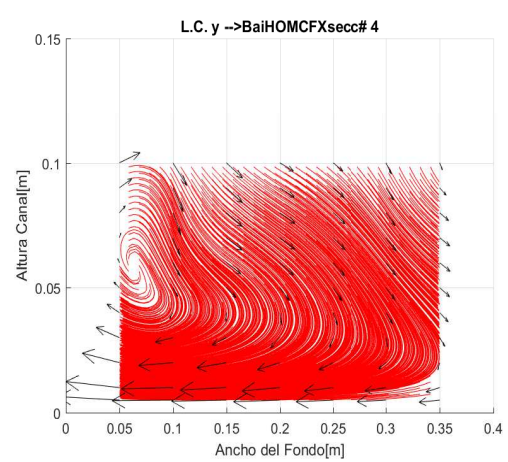
0°



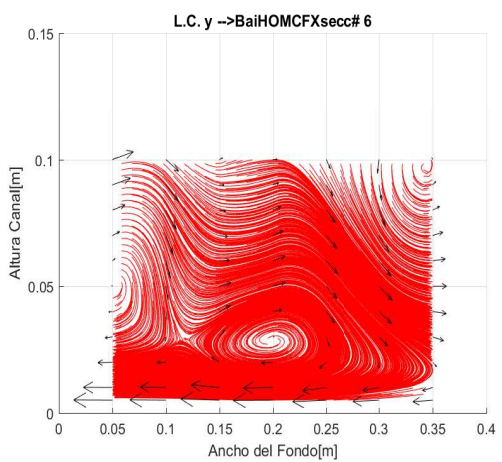
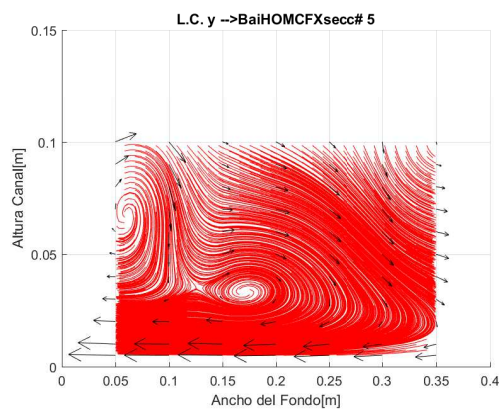
30°



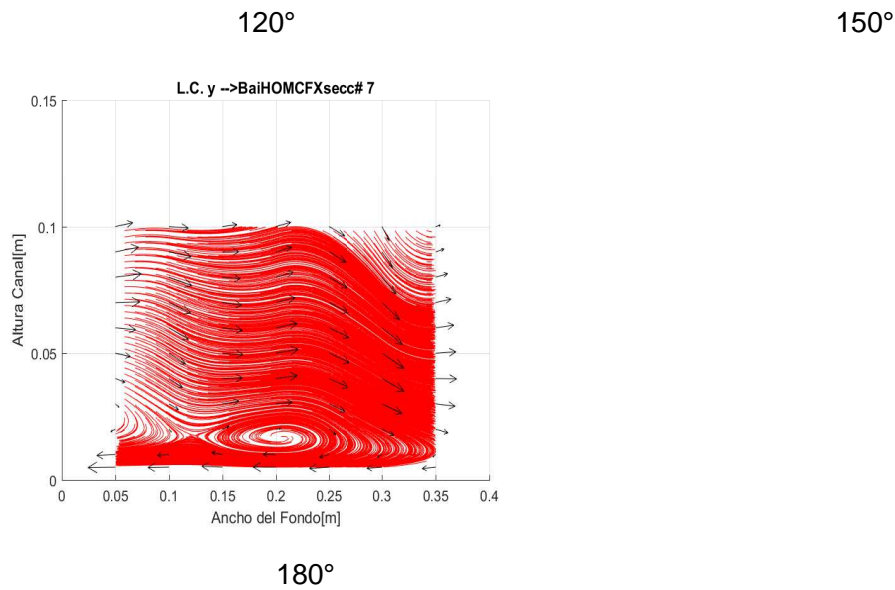
60°



90°



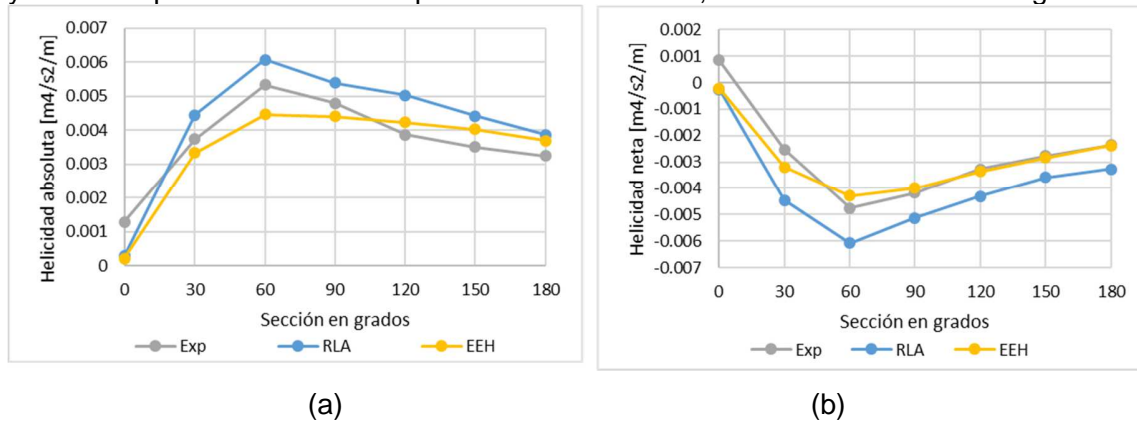


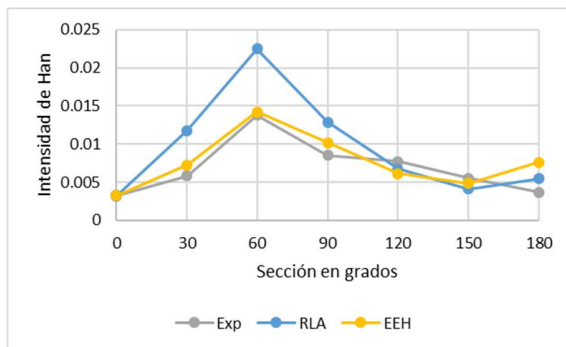


**Figura 4-5:** Patrones de flujo secundario con mallado óptimo para el modelo EEH.

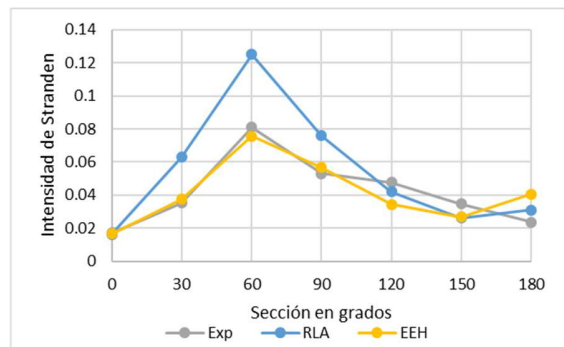
La margen izquierda de cada figura es la parte interna de la curva. Los vectores de velocidad tienen una escala equivalente geométrica de 1:1, los cuales pueden ser extraídos con herramientas Cad.

Al realizar la comparación con valores de la helicidad ( $I_{Ha}$ ,  $I_{Hn}$ ), intensidad de Han ( $I_H$ ) e intensidad de stranden ( $I_{SG}$ ), se observa que el modelo EEH, reproduce valores con la misma tendencia de los experimentales, mostrando un valor máximo en la sección de 60° y con una aproximación similar que el modelo con RLA, como se muestra en la Figura 4-6.





(c)



(d)

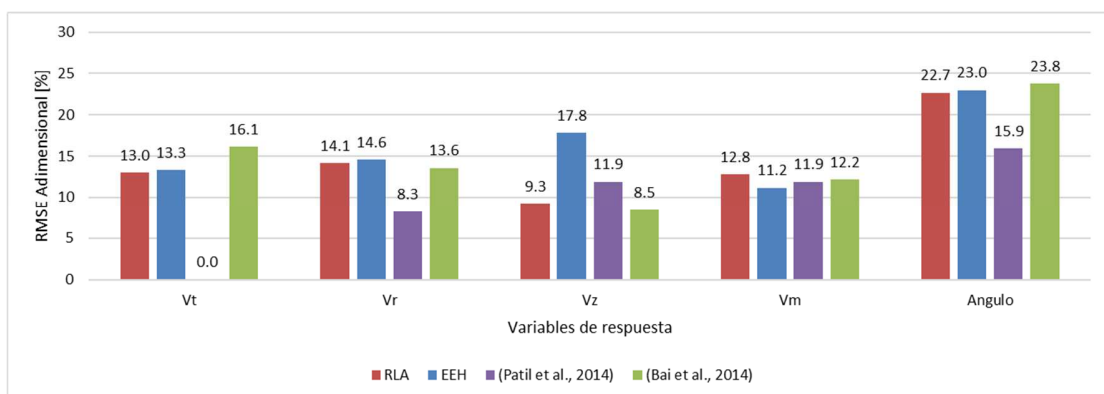
**Figura 4-6:** Variación de la ICS para cada sección transversal en grados.

(a) helicidad absoluta. (b) helicidad neta (c) Intensidad de Han (d) Intensidad de Stranden. (Exp=valores observados).

#### 4.4.2 Comparación cuantitativa

- **Media cuadrática.**

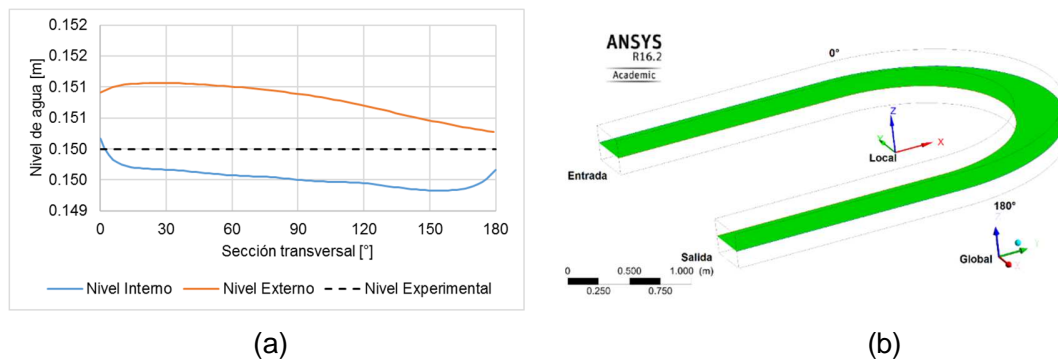
Para la comparación cuantitativa entre los valores observados y predichos, se usa el criterio de la raíz media cuadrática del error (RMSE) y se compara con los valores obtenidos a partir de los datos observados y predichos por (Bai et al., 2014) y con los datos de (Patil et al., 2014), que aunque no son de un flujo en un canal, usa el mismo modelo matemático para la estimación del campo de velocidades en un flujo en medio poroso. La comparación se muestra en la Figura 4-7 de la cual se puede observar que el modelo EEH predice con un valor de RMSE mayor que los históricos, solamente para la velocidad axial ( $V_z$ ), pero para las demás velocidades el RMSE es del mismo orden de magnitud.

**Figura 4-7:** Variación del RMSE



Para cada variable de respuesta y cada modelación. HOM=EEH,  $V_t$ = velocidad tangencial,  $V_r$ = velocidad radial,  $V_z$ =velocidad axial,  $V_m$ =velocidad meridional, Angulo= ángulo entre el vector velocidad observado y predicho de  $V_m$ .

En la Figura 4-8 se muestran los resultados del modelo EEH para la superficie libre (a) niveles procesados en la curva y (b) isometría de los niveles de agua a lo largo del canal. Los niveles de la superficie del agua predichos se comparan con el nivel constante de 0.15m, esto debido a que (Bai et al., 2014) no reporta variación del nivel del agua a lo largo del canal y asume una profundidad constante en todo el canal. Se observa que en la curva, el nivel externo y el nivel interno del agua están ligeramente por encima y por debajo, respectivamente, del nivel de 0.15m, en aproximadamente  $\pm 1$ mm, que en porcentaje de la profundidad experimental representa el 0.4%, lo cual es un indicativo de que el modelo reproduce bien los datos de dicha superficie para las condiciones experimentales. El uso de la aproximación RLA, fue adecuado ya que el porcentaje del sobrealtura del agua en la curva fue menor al 10% con respecto a la profundidad antes de la curva, además cumple también la condición ( $Fr < 0.4$ ). Lo cual se puede concluir que la aproximación RLA fue suficiente para modelar el fenómeno de flujo en canal abierto curvado. El problema se genera cuando se quiere hacer predicción, por ejemplo, variando el caudal de entrada sobre la misma geometría, el cual modifica la superficie del agua, tanto en profundidad como el peralte en la curva, lo cual hace incierta su utilización.



**Figura 4-8:** Variación del nivel del agua del canal de (Bai et al., 2014).

(a) variación cuantitativa observada (Nivel Experimental) y predicha con el modelo EEH (Nivel Interno, Nivel Externo) a lo largo de la curva del canal. (b) Isometría del nivel del agua.

#### 4.4.3 Efecto de los modelos de turbulencia sobre el campo de velocidades

Se evalúa el efecto que tienen los modelos de turbulencia ( RNG  $\kappa$ - $\epsilon$  ,  $\kappa$ - $\epsilon$ , RSM y  $\kappa$ - $\omega$ ), en la modelación numérica de los campos de velocidad, representados por los indicadores estadísticos definidos en el Anexo C, para los modelos RLA y EEH.

## ▪ RLA

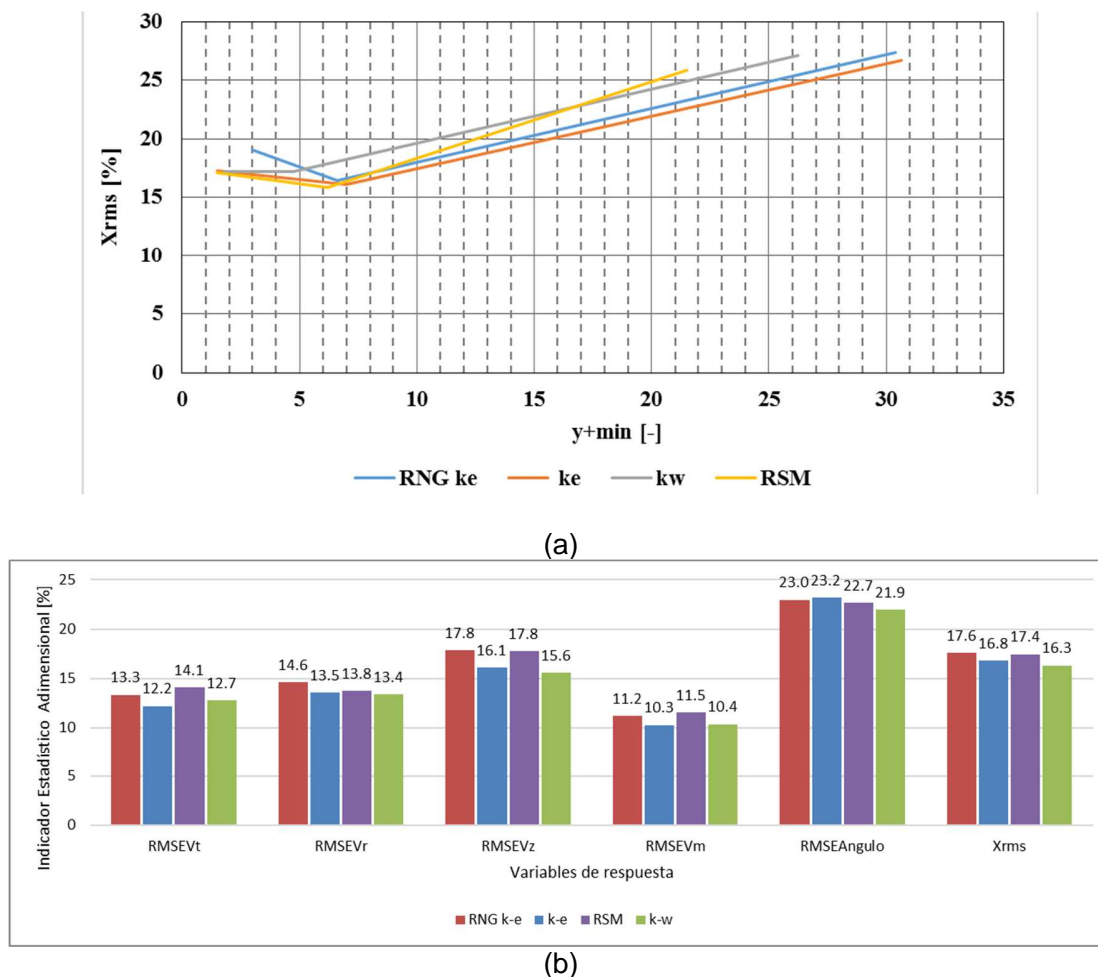
Ansys Fluent proporciona dos métodos generales para el tratamiento de pared, uno es usando Wall Function Approach (WFA) y el otro con Enhanced Wall Treatment (EWT); para el primero el centroide de la primera celda adyacente a la pared se podría colocar dentro de la capa de ley logarítmica ( $y^+ \approx 30-300$ ), para el segundo método se podría localizar dentro de la subcapa viscosa ( $y^+ \approx 1.0$ ) (Eggenspieler, 2012). Además el tratamiento WFA admite el tratamiento estándar Wall Function (StWF) o Scalable Wall Function (SWF), si  $y^+ > 11$  ( $y_{star}$ ), las dos funciones producen resultados idénticos (Fluent Theory Guide, sección 4.14.3. Ansys. Versión 16.2), ( $y^*$  es un número adimensional de pared similar al  $y^+$ , usado en *Fluent*, como criterio para aplicar el tratamiento en la pared).

En esta sección se hace una evaluación del efecto de los modelos de turbulencia sobre el indicador estadístico raíz cuadrática media  $X_{rms}$  definido en el Anexo C entre el campo de velocidad predicho y observado, ajustándose a las capacidades computacionales disponibles. En este sentido se tomó como base la configuración para el modelo de turbulencia RNG  $\kappa$ - $\epsilon$  y se modificó la distribución de los elementos de la malla cerca de las fronteras, para lograr varios valores de  $y^+$  ( $y^+$  es un parámetro adimensional que representa un número de Reynolds de fricción, dado como  $y^+ = U\Delta y/\nu$ ;  $U$  es la velocidad de fricción de la pared,  $\Delta y$  es la distancia desde la pared al centroide del elemento más cercano,  $\nu$  es la viscosidad cinemática del agua a 25°C), para poder evaluar los modelos de turbulencia según este parámetro adimensional. En la Figura 4-9 (a), se muestra la variación del  $X_{rms}$ , tal como se definió en el Anexo C, con respecto al ( $y^+_{min} = y^+$  mínimo) detectado en el dominio computacional del canal para cada modelo de turbulencia. Se observa que los modelos de turbulencia tienen un efecto similar en las condiciones de experimentación numérica sobre  $X_{rms}$ . Es de anotar que  $y^+_{min}$  solo se presenta puntualmente en el inicio de la curva en la pared externa del canal y la gran mayoría de valores de  $y^+$ , cumplen la condición para poder usar el tratamiento StWF (Fluent Theory Guide, sección 4.14.3. Ansys. Versión 16.2). Para la construcción de las curvas de la Figura 4-9 (a), se usó tratamiento SWF para  $y^+ < 11$  y (StWF) para valores de  $y^+ > 11$ , aunque en este rango se encontró que los dos tratamientos producen resultados idénticos, esto se debe a que la zona de las fronteras sólidas donde el  $y^*$ , es menor de 11, es una zona muy pequeña, y en la mayoría de las superficies sólidas el valor de  $y^*$  es mayor a 11.

Las desventajas de esta evaluación es que a cada modelo de turbulencia se le asigna el mismo tipo de mallado, lo cual se subestima su potencial, ya que algunos modelos de turbulencia, requieren de un mallado mucho más refinado cerca de las fronteras, por ejemplo según lo expuesto por (Eggenspieler, 2012) para el modelo RMS, se puede inferir que si se modela usando (EWT), el valor de  $y^+$  debe ser aproximadamente igual a la unidad ( $y^+ \approx 1.0$ ), pero realizar un refinamiento de la malla para lograr dicho valor no es posible debido a limitaciones computacionales, por ejemplo para los datos del canal C1, según (<http://www.pointwise.com/yplus/>), para un valor de  $y^+ = 1$ , se obtiene un valor del espesor de la primera capa cerca a la pared de  $\Delta y = 0.0000448$  m al inicio de la placa con  $x = 0.05$  m, lo cual no es posible obtener un mallado tan refinado ya que el costo computacional es inmanejable, en cambio para el modelo de turbulencia  $\kappa$ - $\epsilon$  junto con el tratamiento de pared (WFA), es admisible un valor de  $y^+ \leq 300$ , lo que proporciona un  $\Delta y = 0.0134$  m para  $y^+ = 300$ , lo cual es más factible de modelar.

## ▪ EEH

Para el modelo EEH se verificaron los cuatro modelos de turbulencia, con el mallado “óptimo” logrado para el modelo RNG  $\kappa$ - $\epsilon$ . Se encontró que, para esta configuración del modelo numérico, los modelos de turbulencia restantes tienen un efecto similar sobre los parámetros estadísticos calculados con base a los valores observados y predichos de los campos de velocidad, como lo muestra la Figura 4-9 (b), donde se observa que el valor del RMSE para cada una de las variables de los campos de velocidad son ligeramente diferentes. En este sentido se opta por continuar en adelante con el modelo de turbulencia RNG y  $\kappa$ - $\epsilon$ , por un lado, porque el costo computacional es bajo, y por otro, como se destacó en el Capítulo 1, ha sido usado con éxito por otros investigadores en la modelación de flujo en canales curvos.



**Figura 4-9:** Efecto de los modelos de turbulencia.

(a) Para el modelo RLA con base al indicador estadístico  $X_{rms}$  en función de  $Y^{+}$  mínimo del canal de Bai. (b) Para el modelo EEH del canal de Bai con base a los estadísticos propuestos en el Anexo C; RMSE Angulo=RMSE $\theta$ .

## 4.5 Validación del modelo EEH para velocidades y nivel de agua

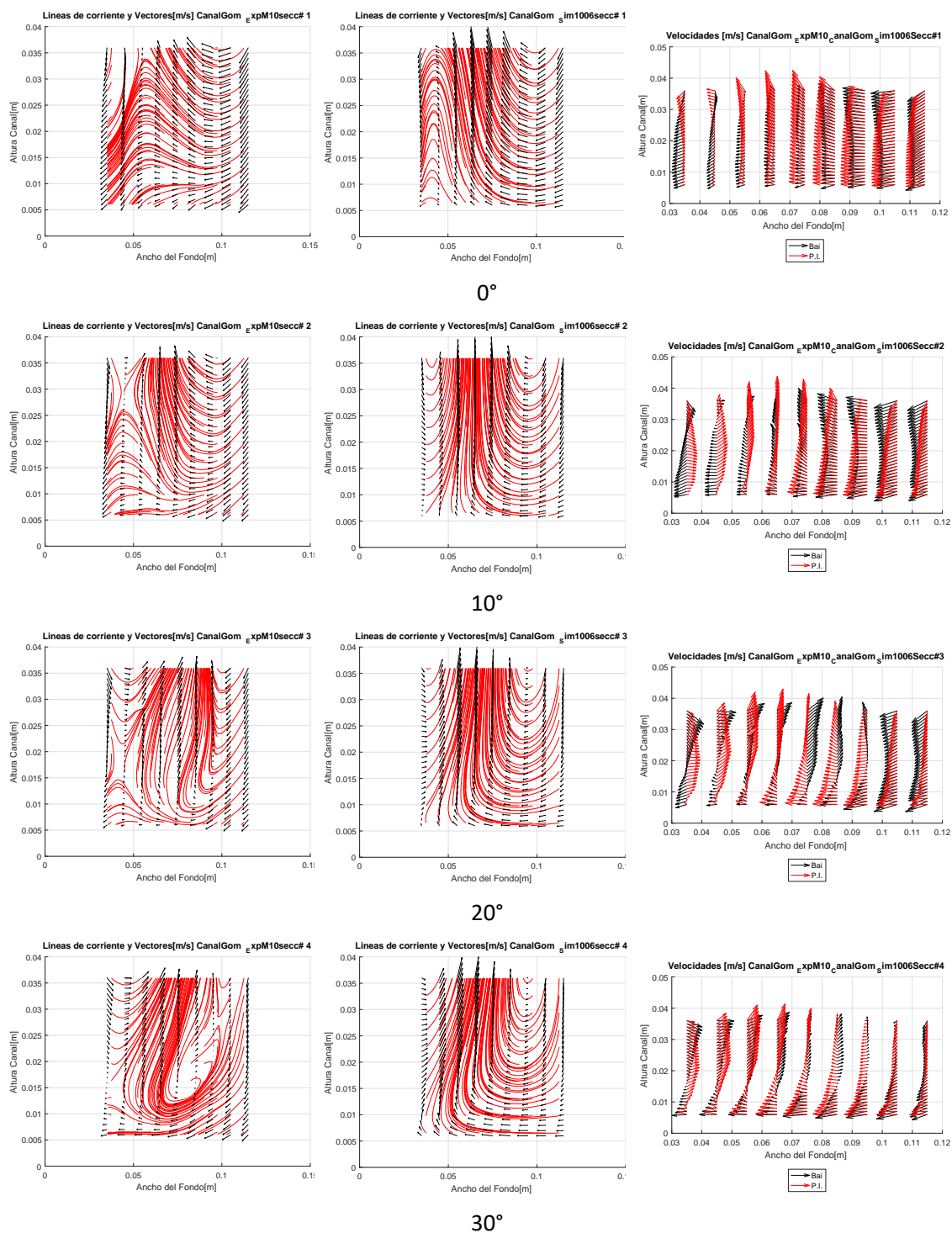
Como el objeto de la validación es verificar si la configuración realizada del modelo numérico en la etapa de calibración es válida para otros dominios de estudio, se construyeron dos canales curvos, con el primero se validaron los campos de velocidad y los niveles de agua y con el segundo se validaron los niveles de agua. Para configurar el modelo numérico para estos canales se utilizó la configuración resultante de la calibración del canal de (Bai et al., 2014), en cuanto a las características del mallado, modelo matemático y modelo de turbulencia. A pesar de que los canales construidos en laboratorio son de una geometría mucho más compleja, se logró un mallado hexaédrico similar al usado en la calibración. La geometría de los canales se muestra más adelante en la Figura 4-12 y Figura 4-13, para canales Tipo C1 y Tipo C2, respectivamente.

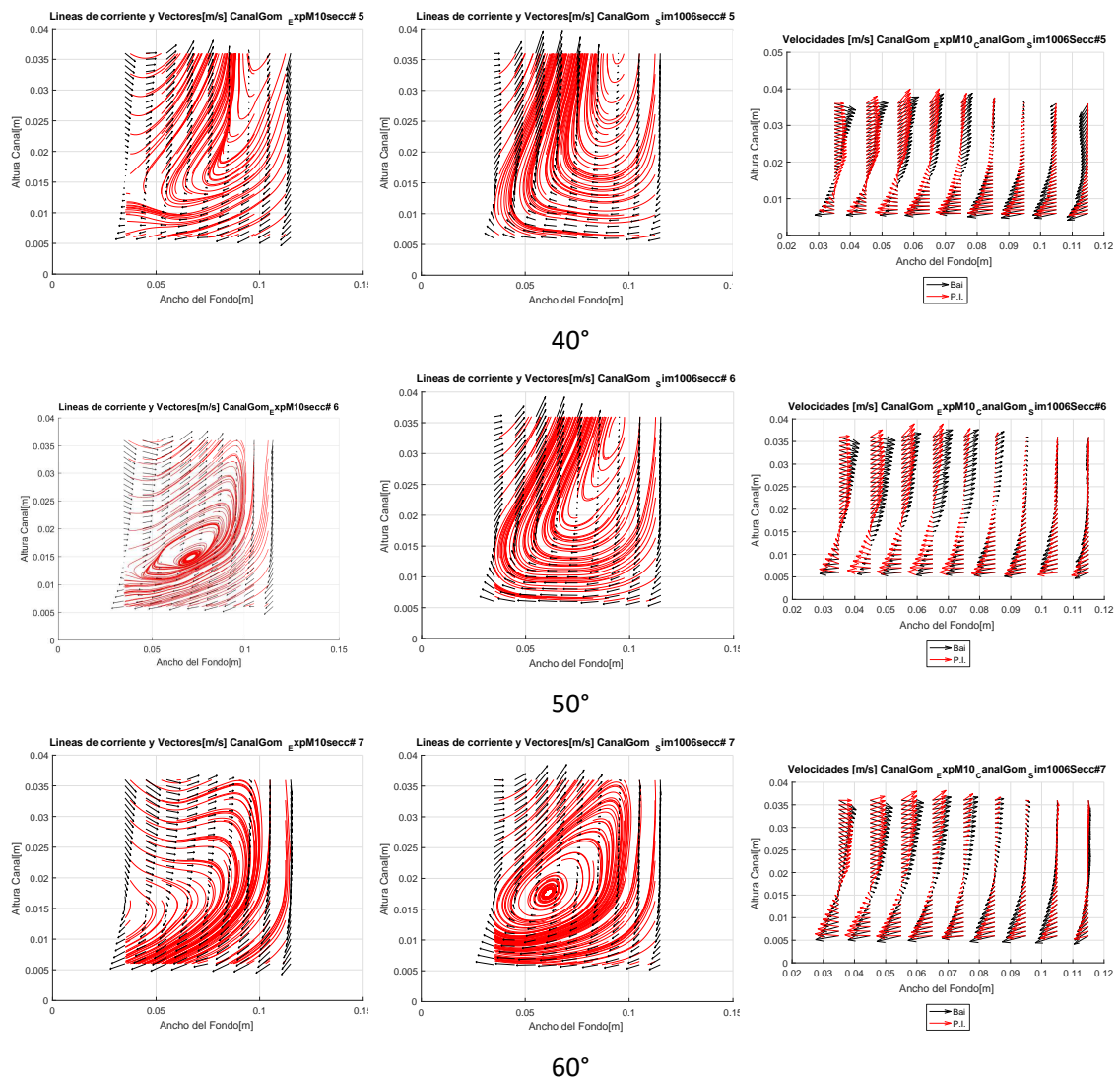
### 4.5.1 Comparación cualitativa

#### ▪ Comparación de campos de velocidad en el canal C1

Se comparan los patrones de flujo predichos con el modelo numérico con aquellos obtenidos usando el ADVVP11. Estos patrones se muestran en la Figura 4-10 (a,b), donde se observa que la curvatura de las líneas de corriente es similar en los dos figuras para cada una de las secciones transversales respectivas, con un ligero desplazamiento del centro de los vórtices. En la sección 60° de curvatura los datos experimentales tienden a formar un vórtice más cercano a la pared el cual aparece en los datos simulados pero desplazado a hacia la pared externa del canal (se considera que es el mismo vórtice, que por limitaciones físicas en el canal no se pueden tomar mediciones en perfiles próximos a la pared, las cuales ayudarían a definir el vórtice completo), y seguramente al completarse con mediciones (usando otro dispositivo) del campo de flujo, se observaría el vórtice completo.

El hecho que se presente el vórtice más corrido hacia la pared externa de la curva, se debe a que el modelo numérico predice una componente positiva de la velocidad vertical, en los dos perfiles más cercanos a la pared interna de la curva, a diferencia de los datos medidos, donde la componente vertical de velocidad es negativa, haciendo que las líneas de corriente en estos últimos, continúen sin formar un vórtice en dicha región de la sección transversal, por falta de mediciones cerca a la pared. En el caso de flujo secundario en canales curvos, la componente vertical de la velocidad proyectada en el plano de la sección transversal, influye en la localización del centro del vórtice. Esto se puede observar en la Figura 4-10, panel derecho inferior, sección 60°, donde se indica los vectores superpuestos en la misma figura, (observados y simulados) como se puede observar los vectores tienen tendencia similar con una pequeña variación en la dirección, lo cual influirá en la localización del vórtice en esta sección transversal del canal.



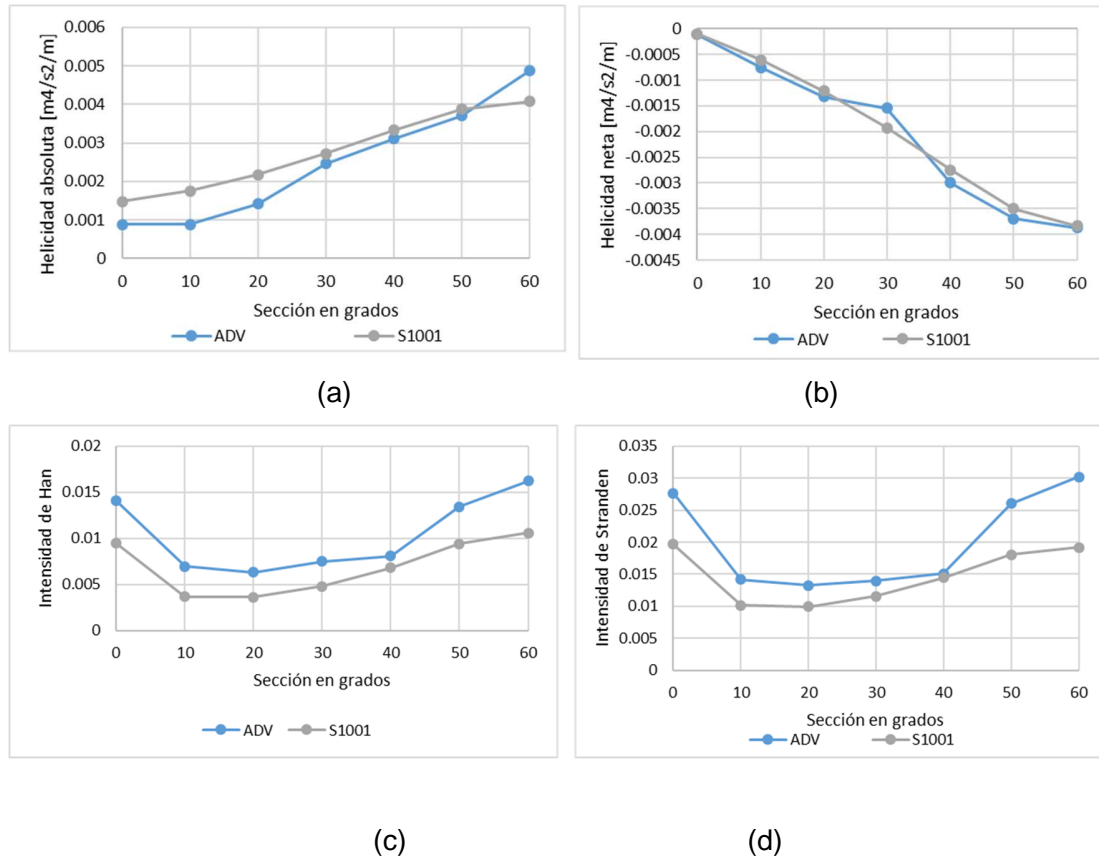


**Figura 4-10:** Patrones de flujo secundario del canal bifurcado (Tipo C1).

La margen izquierda de cada figura es la parte interna de la curva. Los paneles de la izquierda son medidos, los paneles del centro son simulados y los paneles de la derecha son los vectores medidos y simulados superpuestos en la misma figura. Los paneles de arriba hacia abajo varían cada 10°. Escala geometría de los vectores de velocidad es de 1:10, o que indica que el valor geométrico se afecta por 0.1.

Al realizar la comparación con valores de la helicidad absoluta, helicidad neta, intensidad de Han e intensidad de Stranden, se observa que la validación, produce valores con la misma tendencia de los experimentales, como se muestra en la Figura 4-11. El modelo numérico sobrestima los valores de helicidad, excepto en la sección 60°, y sobreestima los valores de intensidad en todas las secciones. Esto tiene su posible fuente en que la helicidad se evalúa con los gradientes de velocidad en sentido transversal al flujo ( $\partial V_r / \partial z$ ,  $\partial V_z / \partial r$ ), mientras que la intensidad se evalúa con la energía cinética en sentido radial, proporcional a la velocidad radial ( $V_r^2$ ). Una justificación de por qué existe subestimación

y sobreestimación de los datos por parte del modelo numérico, se presenta en el Anexo H, como aplicación del índice estadístico BIAS.



**Figura 4-11:** Variación de la helicidad e intensidad del flujo secundario con respecto a la sección transversal en grados.

(a) helicidad absoluta. (b) helicidad neta (c) Intensidad de Han (d) Intensidad de Stranden. (ADV: observado, S1001: Simulado).

Es de anotar que los datos obtenidos por medio de investigación numérica son producto de simulaciones en estado permanente. Sería conveniente en trabajos futuros evaluar el efecto que tendría sobre los campos de velocidad, si las simulaciones se realizan en estado transitorio y en consecuencia, encontrar una posible fluctuación temporal de los vórtices en sentido radial.

Otra consideración a tener en cuenta, es que la configuración del modelo en esta etapa de validación, es igual a la encontrada en la calibración para otro canal de diferente geometría, insinuando que la extrapolación de la configuración de la etapa de calibración a la validación reproduce los campos de velocidades con algunas diferencias. Para descartar posibles causas sería necesario hacer una “re-calibración” aplicando la metodología de calibración al nuevo canal y observar si los resultados numéricos mejoran.



La diferencia entre lo observado y simulado numéricamente para este canal, tendrá causas similares que lo analizado para las diferencias encontradas con los datos del canal de (Bai et al., 2014) ya que no fue posible implementar un procedimiento perfecto para la construcción y montaje del canal. Adicionalmente, el suministro del caudal es difícil en una condición permanente pura durante todo el tiempo de medición, lo que repercute en la medición de los perfiles de velocidad con el ADVVP11. Se observó que para campañas de medición que se hicieron diferentes a la reportada en la Figura 4-10 (a), el patrón de flujo es ligeramente diferente, lo que indica que la medición es responsable, en parte, de la diferencia observada al comparar lo observado con lo simulado numéricamente. Las velocidades de magnitud pequeñas menores o iguales a 1mm/s, especialmente en la componente radial ( $V_r$ ) y la componente axial ( $V_z$ ), pueden producir errores altos en la comparación con lo simulado ya que la precisión del ADVVP11 es de dicha magnitud. En este sentido para minimizar estas diferencias, es necesario avanzar en el perfeccionamiento tanto de la experimentación física como numérica.

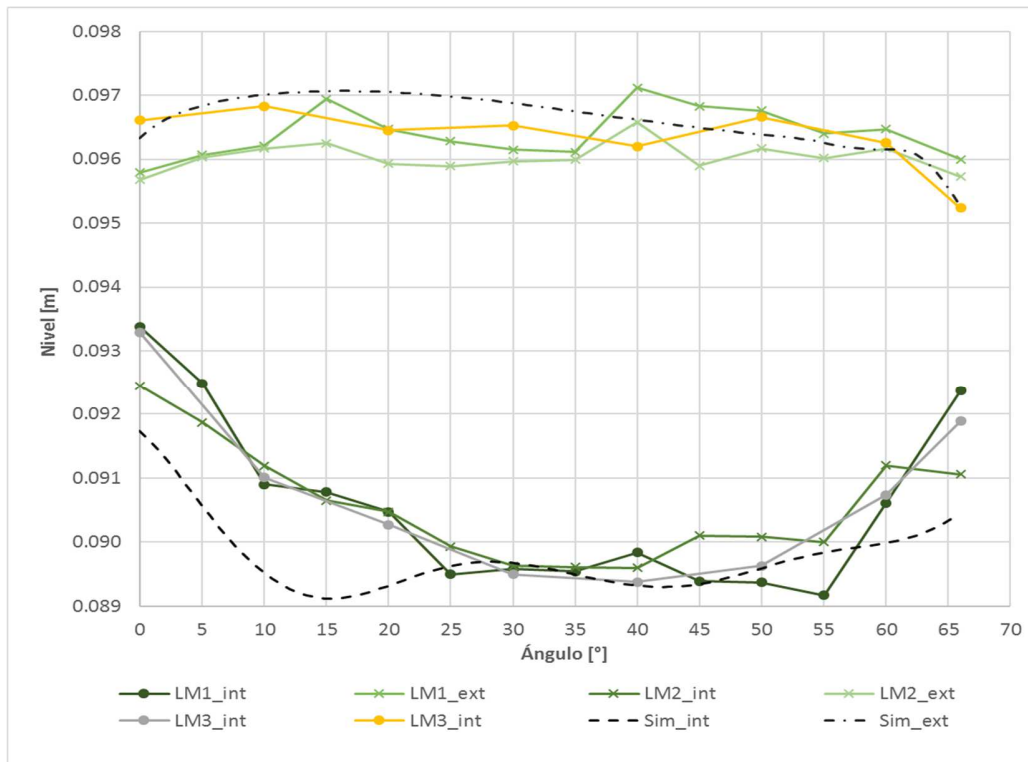
Como el reto es lograr reducir tanto los valores subestimados como los sobreestimados, se puede enfocar el trabajo futuro a estudiar la relación que existe entre los gradientes de velocidad y los valores de la velocidad, para establecer cuál de estas variables puede tener mayor influencia en las diferencias encontradas entre lo medido y lo simulado.

- **Comparación de profundidades de agua canal C1**

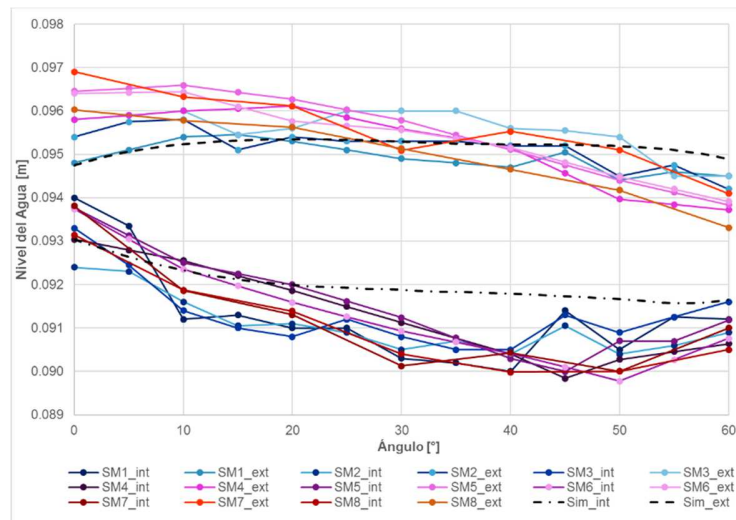
Los perfiles de la superficie del agua predichos por el modelo numérico, se pueden presentar de dos maneras. Una usando la fracción de volumen agua - aire, donde el CFD-Post del software Ansys exporta directamente esta interfaz, pero solo entre el contacto de la frontera del canal y la iso-superficie, para puntos interiores de la superficie del agua carece de esta herramienta y es necesario crear líneas verticales y graficar la fracción de volumen de agua (FVA) en dicha línea, y la profundidad del agua es la correspondiente a la fracción (FVA=0.5). Otra manera es usando la presión hidrostática en el fondo del canal y despejando la profundidad del agua de la ecuación  $h=P/\gamma$ , donde  $h$  es la profundidad del agua en [m],  $P$  es la presión hidrostática calculada por el modelo numérico en Pa y  $\gamma$  es el peso específico del agua en [N/m<sup>3</sup>]. La profundidad del agua en puntos en el interior de la superficie del agua se calculó con la segunda opción y los puntos en contacto entre el agua y la pared del canal con la primera opción.

En la Figura 4-12 (a) se muestran los resultados del nivel del agua predichos (línea punteada) con respecto a los medidos con el limnómetro digital en el contacto del agua con las paredes del canal. En la Figura 4-12 (b) se muestran los niveles de la superficie del agua predichos (línea punteada) comparados con los datos obtenidos con un sensor acústico localizado a una distancia de 0.030m desde la pared del canal, tanto interna como externamente. En la Figura 4-12 (c) se muestra la variación tridimensional del nivel del agua en todo el canal (C1), en la cual se muestra la interacción de la superficie del agua con el tabique o “splitter” separador y con la rejilla de barras verticales para el control de flujo aguas arriba.

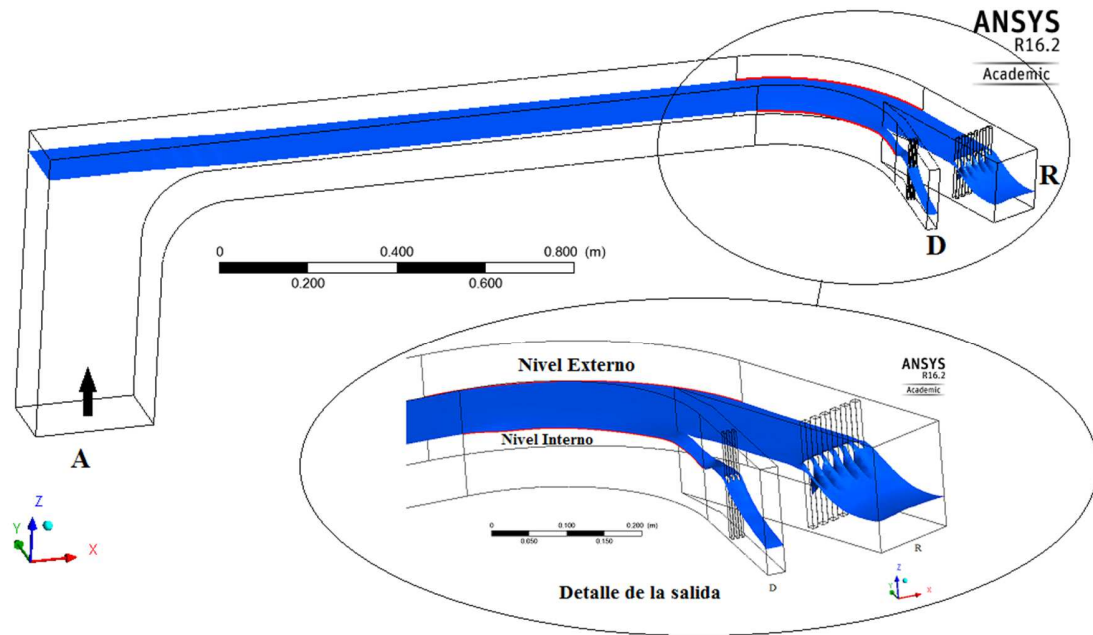




(a)



(b)



(c)

**Figura 4-12:** Variación del nivel del agua en la curva del canal Tipo C1.

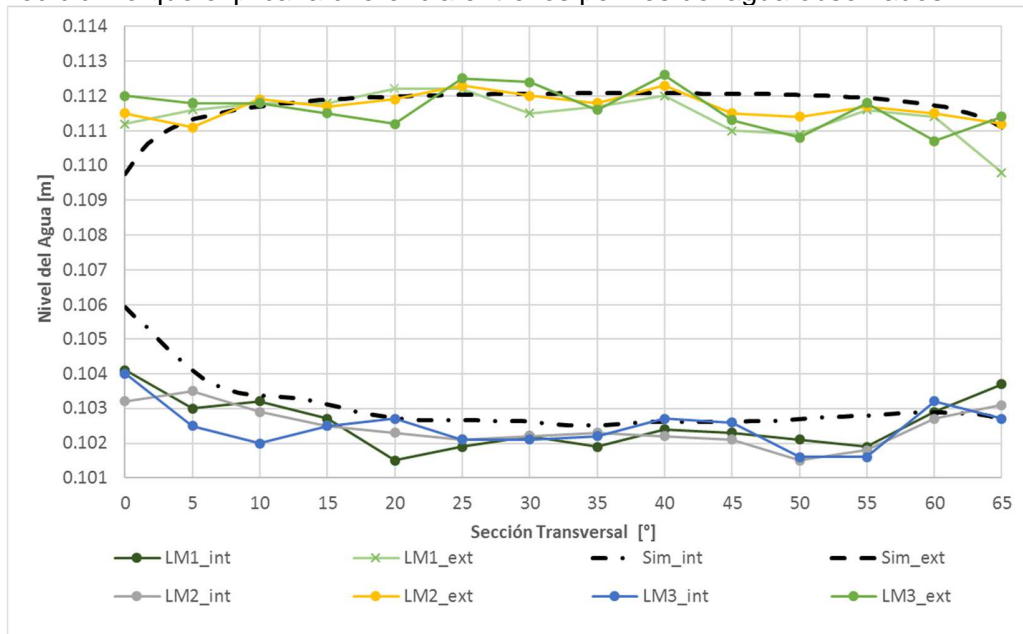
-(a) Variación comparativa de los datos observados con el limnómetro digital y los niveles predichos (líneas punteadas) en el contacto entre pared del canal y superficie del agua. (b) variación comparativa de los datos observados con el sensor acústico de distancia y los niveles predichos (líneas punteadas). (c) vista isométrica del canal y la superficie del agua. A significa alimentación, R salida por el rebose y D la salida por la descarga. (LM1= L de limnómetro, M de medición, 1 de # de campaña de medición; int=lado interno de la curva, ext=lado externo de la curva, Sim=simulado o predicho; SM1= S de sensor acústico, M de Medición y 1de # de campaña de medición).

#### ▪ Comparación de los niveles de la superficie del agua del canal C2

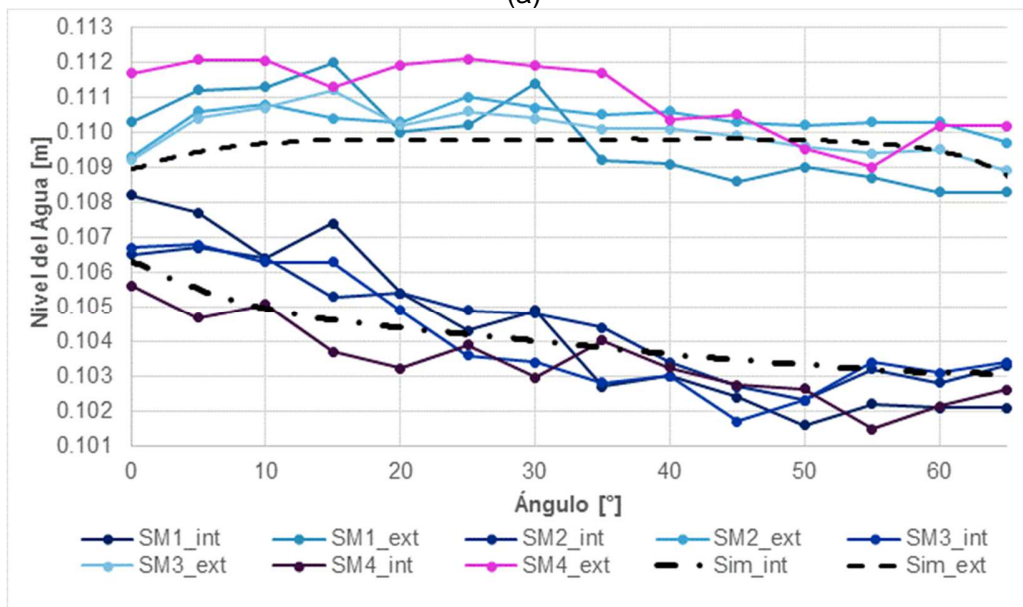
Con el objeto de una segunda validación en una geometría diferente a la usada en la calibración con igual configuración, se construyó un segundo canal denominado Tipo C2, (ver Anexo E), en el cual se realizaron mediciones de nivel usando los sensores acústicos para mediciones en la parte interna del canal y el limnómetro mecánico con precisión de 0.0002m para las mediciones en el contacto entre la superficie del agua y las paredes del canal.

La configuración del modelo numérico se estableció de manera idéntica que en la calibración con el canal Tipo C1. Los datos generales para realizar la simulación hidrodinámica son: Ancho del canal  $B=0.30\text{m}$ , profundidad del agua a la entrada  $H=0.111\text{m}$ , área mojada ( $A_m$ ) =  $0.033\text{m}^2$ , perímetro mojado ( $P_e$ ) =  $0.52\text{m}$ , radio hidráulico ( $R_H$ ) =  $0.063\text{m}$ ; tamaño del elemento  $Te = 0.0275\text{m}$  y se aproxima a  $0.025\text{m}$ ; altura del dominio computacional ( $Hd$ ) =  $0.20\text{m}$ . La comparación entre los niveles de agua simulados y los experimentales se muestran en la Figura 4-13. Se puede observar que los niveles

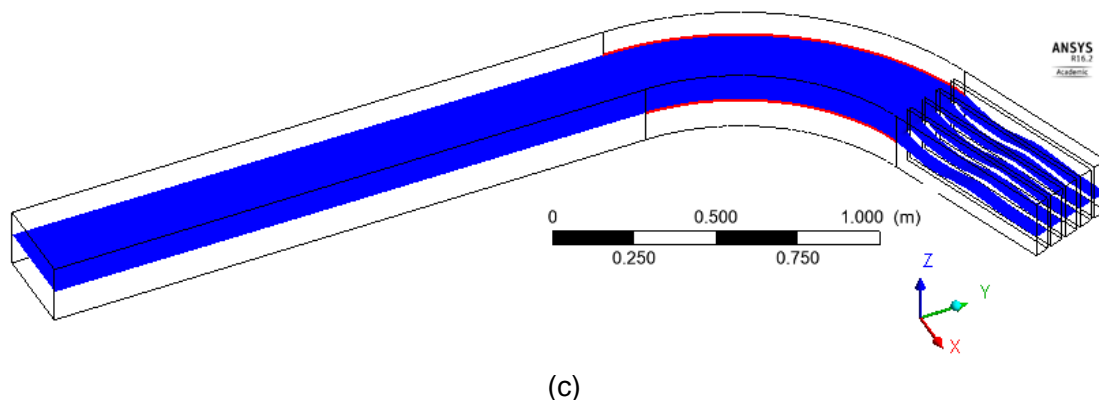
predichos están dentro del mismo rango que los observados, es de considerar que los risis de la superficie del agua tienen una fluctuación de aproximadamente  $\pm 0.002\text{m}$ , lo que impide medir con mayor precisión dicha fluctuación del nivel, tanto en el contacto con las paredes como en la parte interior de la superficie del agua, dada la precisión de los equipos de medición lo que explica la diferencia entre los perfiles del agua observados.



(a)



(b)



**Figura 4-13:** Variación del nivel del agua en la curva del canal Tipo C2.

(a) variación comparativa de los datos observados con el limnómetro digital y los niveles predichos (líneas punteadas). (b) Variación comparativa de los datos observados con el sensor acústico de distancia y los niveles predichos (líneas punteadas). (c) Vista isométrica de la superficie del agua en el canal con detalle de la salida. (LM1=medición con limnómetro en la campaña No 1; SM1= medición con sensor acústico en la campaña No 1; int=lado interno de la curva, ext=lado externo de la curva, Sim=simulado o predicho).

La comparación cualitativa produce buenos resultados, observándose una tendencia similar de los niveles de agua observados y predichos con respecto al ángulo de curvatura del canal, con el mismo orden de magnitud en la profundidad del agua.

Los niveles de agua fueron medidos una vez el sistema alcanzó un en tiempo prudencial, garantizando que el sistema proporcione un caudal permanente en el flujo medio, para que la variación de los niveles de agua tienda también a ser permanente. Un flujo permanente absoluto no es posible en un sistema por bombeo, por tal motivo las variaciones observadas entre una campaña de medición y otra presentan la variación indicadas gráficamente. Por lo tanto, se asume que el flujo promedio es permanente, y los niveles medidos se podrían promediar entre las diferentes campañas de medición, para obtener un solo perfil de comparación. Se colocaron los datos de todas las campañas de medición para mostrar la dispersión de los datos entre ellas, como se muestra en la Figura 4-12 (a,b).

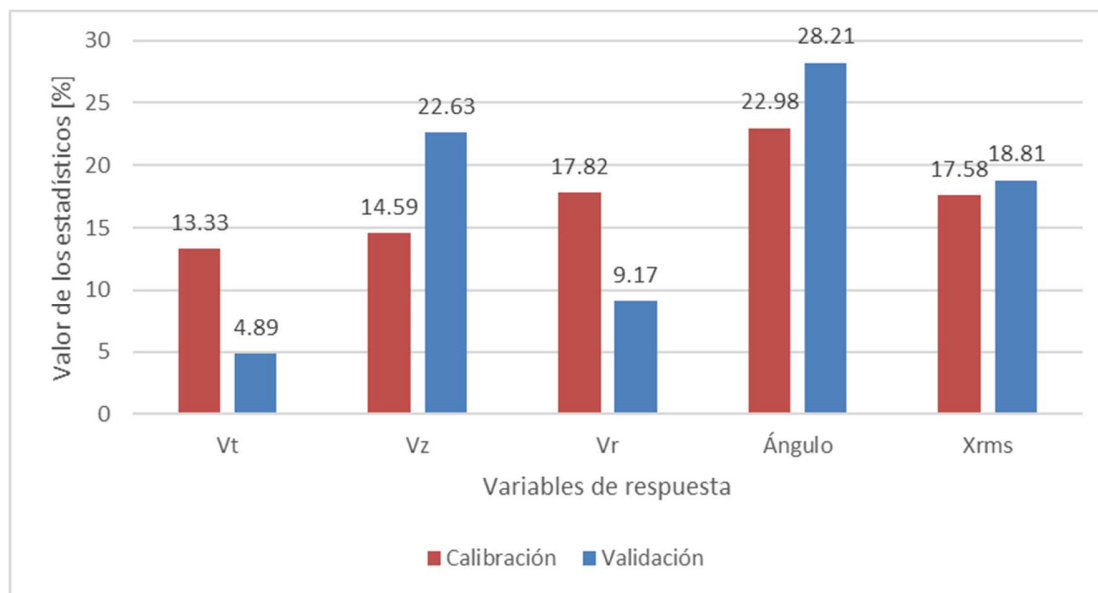
#### 4.5.2 Comparación cuantitativa entre calibración y validación

##### ▪ **Comparación cuantitativa entre campos de velocidad**

Para la comparación cuantitativa de los campos de velocidad, se utilizan los indicadores estadísticos descritos en el Anexo C.

Los valores de los índices estadísticos de la comparación entre la calibración y validación se muestran en la Figura 4-14, de la cual se puede observar que la validación produce valores de los indicadores estadísticos del mismo orden de magnitud que los encontrados en la calibración, con valores ligeramente más bajos para la velocidad circunferencial ( $V_t$ ) y velocidad radial ( $V_r$ ), pero con un incremento en la predicción de la velocidad axial ( $V_z$ ) y

la dirección del vector de velocidad meridional ( $V_m$ ) cuantificada en la variable (Ángulo); el indicador estadístico ( $X_{rms}$ ) que estima el modelo numérico a nivel general para todas las variables de respuesta, presenta un valor similar al encontrado en la calibración. Es de recordar que la calibración y validación se hicieron en canales completamente diferentes en su geometría y en condiciones del flujo, por lo tanto, se considera que estas dos etapas se realizaron satisfactoriamente, ya que la bondad de ajuste es del mismo orden de magnitud entre calibración y validación y a la vez los datos de estas dos etapas son del mismo orden que los datos históricos reportados por otros autores. Resaltando que la diferencia entre lo predicho y lo observado tiene su origen tanto en la calidad de los datos medidos como en los datos predichos por el modelo numérico.



**Figura 4-14:** Comparación de los estadísticos entre calibración (canal Bai) y validación (canal Tipo C1).

El indicador estadístico para las variables  $V_t$ ,  $V_r$ ,  $V_z$  y el ángulo ( $\theta$ ) es el RMSE. Calibración con datos de la literatura reportados por (Bai et al., 2014) y validación con datos del canal Tipo C1, de la presente investigación.

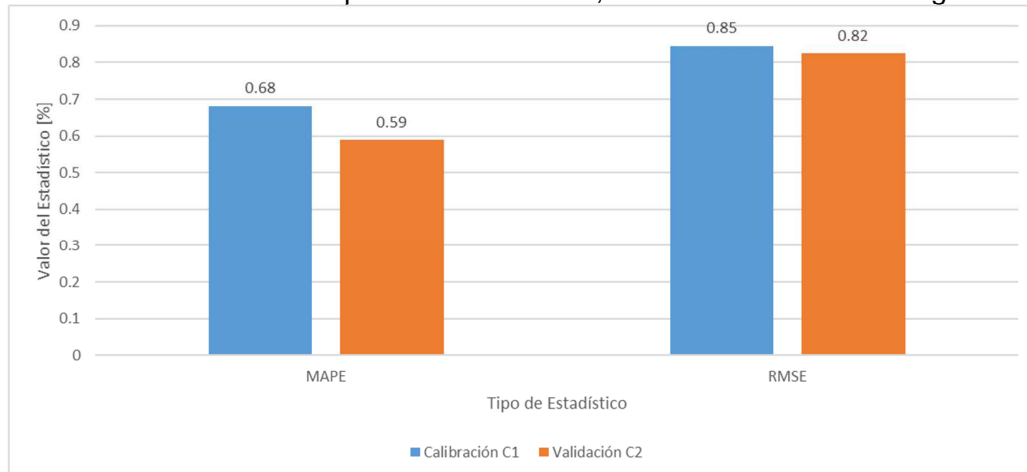
#### ▪ **Comparación cuantitativa entre Profundidades de agua**

##### **1. Canal Tipo C1**

Para realizar la bondad de ajuste entre los niveles de agua observados y predichos, se utilizan los indicadores estadísticos, mean average percent error (MAPE) y RMSE, definidos en el Anexo H. Se puede observar que los valores de MAPE Y RMSE son bajos con valores de 0.68% y 0.81%, respectivamente, normalizados con el nivel de agua promedio observado en la curva.

## 2. Canal Tipo C2

Para verificar si la configuración del modelo numérico realizada en la calibración, es la adecuada para ser aplicada en otras geometrías se comparan los valores de los indicadores estadísticos obtenidos en la calibración usando datos del canal Tipo C1 con aquellos obtenidos en el canal Tipo C2 para la validación. Del análisis estadístico se obtiene que los valores de los indicadores estadísticos utilizados, MAPE, RMSE, son del mismo orden en la validación que en la calibración, como se observa en la Figura 4-15.



**Figura 4-15:** Indicadores estadísticos en la bondad de ajuste.

Entre valores observados y predichos para niveles de agua en el canal Tipo C1 y canal Tipo C2.

## 4.6 Calibración modelo Euleriano – Lagrangiano

Una vez realizada la calibración del modelo EEH para hallar la interface agua-aire y el campo de velocidades, se procede a calibrar el modelo (E-L), ya que existen factores inherentes a este modelo, que tiene que ver con las propiedades de la partícula, interacción fluido partícula e interacción pared partícula.

El modelo E-L incluido en el código computacional CFX de Ansys Inc., tiene varios parámetros que pueden ser calibrados y diferentes opciones de cálculo, algunas de ellas se pueden configurar con base a experiencias en la literatura de investigaciones previas y otros será necesario calibrarlos por procedimientos de ensayo y error. Por ejemplo el modelo presenta factores que tienen que ver con coeficientes empíricos relacionados con las propiedades de las partículas, como factores de forma, coeficientes de arrastre y coeficiente de masa virtual y otros con la interacción entre las diferentes fases las cuales se manejan como acoplamientos de una, dos y cuatro direcciones, si se activan las opciones superiores es posible activar las opciones de coaliciones cinéticas de partículas.

La presente investigación está enfocada en el modelamiento con acoplamiento en un sentido (one way), ya que solo se estudia el fenómeno físico con muy bajas concentraciones menores a 0.01% en volumen y menores a 0.2% en relación de masa.

En la literatura se reportan valores de concentración de partículas en volumen <1.0% para usar acoplamiento en un sentido (Widera, 2011), (Papoulia and Lo, 2015), (Peralta, 2016). Oros autores han tomado como criterio para usar acoplamiento en un sentido, la concentración calculada como la relación de masa entre partícula y fluido, para un valor menor a 1% (Kuan et al., 2003), (Duarte, 2015). Otro criterio está basado en la relación de masa de partículas por unidad de volumen del flujo sobre la masa del fluido por unidad de volumen del flujo, con un valor umbral de 0.2 entre el acoplamiento de uno y dos sentidos (Brown, 2006), (Abid and Noon, 2010). Para la presente investigación se tienen los siguientes datos, para el canal Tipo C1, con caudal de agua igual a 0.0051m<sup>3</sup>/s y un caudal sólido promedio de antracita de 0.010 kg/s con densidad de 1320 kg/m<sup>3</sup>, lo cual proporciona una relación de masa de 0.00195 k<sub>gp</sub>/k<sub>gf</sub> (kilogramos de partículas sobre kilogramos de fluido), y para el canal Tipo C2 con un caudal líquido de 0.015m<sup>3</sup>/s y un caudal sólido promedio de 0.0053 kg/s, se obtiene una relación de masa de 0.00035 k<sub>gp</sub>/k<sub>gf</sub>. Como se verá más adelante, las curvas de eficiencias obtenidos mediante simulación tienen una bondad de ajuste muy buena con respecto a los datos experimentales, lo que indica en este sentido que el acoplamiento en un sentido es satisfactorio para modelar el fenómeno físico. La investigación experimental en la etapa de predicción se realizó en su totalidad con acoplamiento en un sentido, por lo tanto, los resultados obtenidos, no tienen ningún efecto de la concentración de las partículas, ni efecto de factores numéricos como el acoplamiento en dos sentidos.

Para la calibración del modelo (E-L) se aplica la metodología propuesta en el Capítulo 2 tal como se presenta a continuación.

#### 4.6.1 Solución analítica del modelo Euleriano-Lagrangiano

El modelo E-L planteado en el Capítulo 1, se puede solucionar para un caso unidimensional de flujo ascendente cargado de partículas en el rango de la ley de Stokes, esto es número de Reynolds de partícula individual menor a la unidad ( $Re_p < 1$ ). El planteamiento matemático para encontrar la solución analítica, está compuesta por la segunda ley de Newton aplicado a una partícula transportada dentro de un fluido en movimiento, el cual está compuesto por la fuerza de boyamiento ( $F_B$ ), la fuerza de arrastre ( $F_D$ ) y la fuerza de masa virtual ( $F_{MV}$ ). El modelo matemático se plantea en la siguiente ecuación.

$$m_p \frac{d\vec{U}_p}{dt} = \vec{F}_D + \vec{F}_B + \vec{F}_{MV} \quad (4.1)$$

Remplazando cada una de las fuerzas se obtiene la siguiente ecuación:

$$m_p \frac{d\vec{U}_p}{dt} = \frac{C_D \rho_f A}{2} |\vec{U}_f - \vec{U}_p| (\vec{U}_f - \vec{U}_p) - m_p g \left( 1 - \frac{\rho_f}{\rho_p} \right) + C_{VM} m_f \frac{d}{dt} (\vec{U}_f - \vec{U}_p) \quad (4.2)$$

Se realizó el proceso de integración y se obtuvo una solución analítica (ver Anexo F) dada en la siguiente expresión.

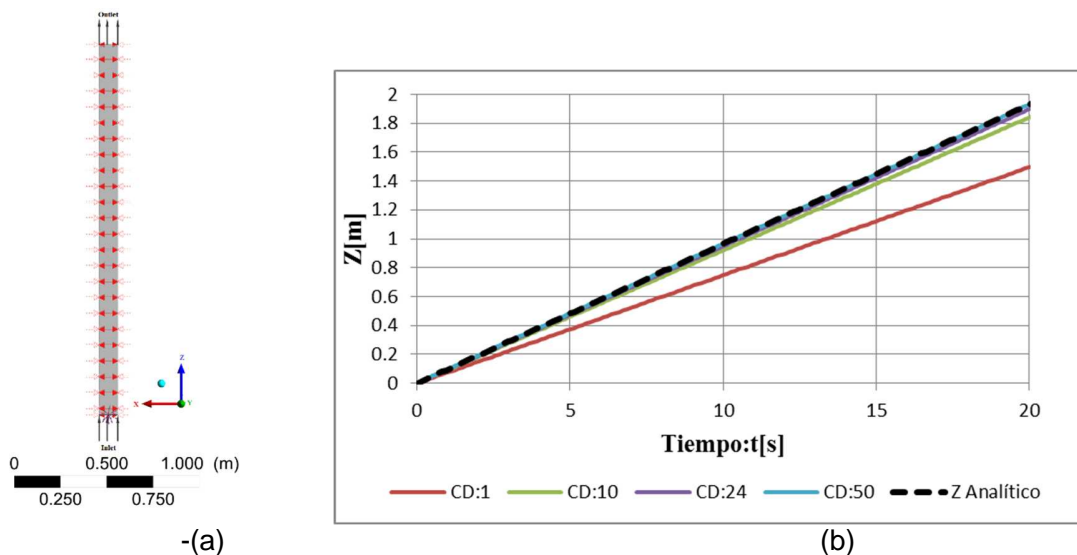
$$Z_p = (U_{fz} - U_{sk})t - t_v U_{sk} \left( e^{\frac{t}{t_v}} - 1 \right) \quad (4.3)$$



$U_z$  es la velocidad en magnitud ascendente del fluido. Como ejemplo de calibración se utiliza la solución analítica, con el supuesto de que el coeficiente de arrastre ( $C_D$ ) es desconocido.  $U_{sk}$  y  $t_v$  son definidos en el Anexo F.

Se planteó un flujo ascendente uniforme y permanente, en un tanque con altura finita de 2 m, en el cual se inyectó una partícula de antracita de densidad  $1320 \text{ kg/m}^3$ , en la base del tanque, con temperatura del agua de  $25^\circ\text{C}$  y se encontró la distancia recorrida en función del tiempo, usando la ec. (4.3), en la cual se asumió una velocidad del flujo de  $0.1 \text{ m/s}$ . El mismo fenómeno se simuló en CFX, colocando las paredes con deslizamiento, entrada constante de velocidad (Inlet) y salida superior (Outlet) con presión cero, ver Figura 4-16 (a).

En este sentido se utiliza la solución numérica para encontrar por ensayo y error el valor del coeficiente de arrastre usando el software CFX. En la Figura 4-16 (b), se muestra la variación de la trayectoria de la partícula en dirección unidimensional ascendente del flujo en función del tiempo de viaje, tanto para la solución analítica como numérica para diferentes coeficientes de arrastre.



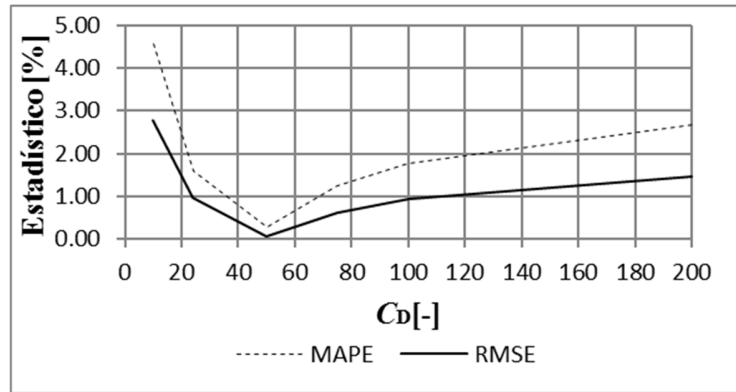
**Figura 4-16:** Variación de la trayectoria en Z de una partícula de antracita en función del tiempo.

(a) Dominio computacional modelado en cfx. (b) Variación de la altura Z alcanzada por la partícula en función del tiempo para la solución analítica y las diferentes soluciones numéricas con diferentes valores de  $C_D$ . Diámetro  $150 \mu\text{m}$  con un número de Reynold de 0.4862, temperatura  $25^\circ\text{C}$ .

Para calibrar el coeficiente de arrastre se utilizan los indicadores estadísticos MAPE Y RMSE, tal como se definen en el Anexo H, calculados entre los valores de Z numéricos y analíticos, este es un típico caso de calibración por el método OFAT, ya que se deja otros factores constantes y se varía un solo parámetro. Se realizan cinco simulaciones asignando a cada una un valor de  $C_D$  diferente y se grafica el valor de los estadísticos con respecto al coeficiente de arrastre, seleccionado el valor  $C_D$  para el mínimo valor de MAPE o RMSE. Los resultados se muestran en la Figura 4-17, de la cual se puede inferir un valor



de  $C_D = 50$ , muy cercano al valor teórico calculado con ec. De Schiller-Naumman de  $C_D = 49.35$ , lo que comprueba que la calibración es la correcta. Es de notar que se necesitan bastantes simulaciones para encontrar el valor de  $C_D$  correcto, lo que comprueba la desventaja de usar el método OFAT, para la calibración.



**Figura 4-17:** Efecto del coeficiente de arrastre ( $C_D$ ) sobre los indicadores estadísticos.

#### 4.6.2 Calibración del modelo E-L con eficiencias medidas

Se toman los valores de eficiencia medidos en el canal tipo C1, para el caudal de  $0.0051 \text{ m}^3/\text{s}$ , con la posición del tabique separador del canal en  $+5^\circ$ . Los factores de calibración fueron el factor de forma de la partícula ( $F_f$ ), el coeficiente de restitución ( $Cr$ ), el número de trayectorias lagrangianas ( $N_t$ ) y el coeficiente de arrastre ( $C_D$ ). En este sentido se siguió la metodología descrita en el Capítulo 2, obteniendo así los valores óptimos de estos factores para que el modelo E-L, reproduzca adecuadamente los valores observados. A diferencia del modelo usado para encontrar la solución analítica unidimensional de la trayectoria de la partícula, en la calibración del modelo E-L se incorporó el efecto de cinco fuerzas como son la fuerza de boyamiento ( $F_B$ ), la fuerza de arrastre ( $F_D$ ) y la fuerza de masa virtual ( $F_{MV}$ ), la fuerza de dispersión turbulenta ( $F_{DT}$ ) y la fuerza de gradiente de presión ( $F_P$ ). La fuerza de Basset ( $F_B$ ) y la fuerza de Saffman ( $F_S$ ) no fueron incluidas en el análisis.

#### 4.6.3 Definición de los factores

Algunos factores fueron estudiados por (Patel, 2007), pero como el sistema de captación investigado en el presente trabajo es diferente, no se puede asegurar que el efecto antes evaluado sea aplicable en la presente investigación, por ello es necesario realizar nuevamente la evaluación de su efecto. Los factores se describen a continuación:

- **Número de trayectorias ( $N_t$ ).** Como en el modelo E-L la inyección de las partículas se realiza por medio de trayectorias en una posición determinada dentro del dominio computacional, su número tendrá efecto en la distribución de las partículas en las salidas del canal. Si se introduce pocas trayectorias, estas pueden resultar no significativas en la evaluación de la eficiencia de separación, si se introducen muchas, estas pueden requerir de gran esfuerzo computacional. Seguramente habrá un número adecuado de trayectorias de tal manera que la eficiencia no se vea afectada.

- **Factor de forma de las partículas ( $F_f$ ).** El código CFX incorpora dos factores de forma, uno es el “cross sectional area factor (CSAF)” y el otro es el “surface area factor(SAF)”. El primero modifica la sección transversal esférica asumida por defecto (igual a uno) para tener en cuenta la no esfericidad de una partícula; el factor es multiplicado por el área proyectada de una partícula esférica; este factor afecta la fuerza de arrastre de la partícula, calculada por Ansys CFX (Ansys Inc. CFX, 2016b); como este es un valor desconocido ya que las partículas de antracita no son esféricas, es necesario evaluarlo por ensayo y error; este factor de forma se define como  $F_f = A_p/A_e$ , donde  $A_p$  es el área proyectada de la partícula y  $A_e$  es el área de la esfera proyectada con igual volumen que la partícula, este factor puede tomar valores menores, iguales o mayores que uno, dependiendo la rotación de la partícula dentro del flujo, así por ejemplo un cubo rotando con dos lados paralelos, el coeficiente de forma puede variar entre valores de 0.82 y 1.17. El segundo factor es la relación del área superficial de la partícula y el área superficial de una esfera con el mismo diámetro equivalente, afecta tanto las correlaciones de transferencia de masa como de calor; este factor no se evalúa, ya que en evaluaciones preliminares no tiene efecto sobre las variables de respuesta estudiadas.
- **Coeficiente de restitución ( $C_r$ ).** Éste relaciona la velocidad antes y después del choque de la partícula con una frontera sólida, como se muestra en la Figura 4-18 donde  $\phi$  es el ángulo de impacto. CFX incluye un coeficiente de restitución paralelo y ortogonal a la superficie, de la Figura 4-18 se obtiene que el  $C_r$  paralelo =  $(9.6\text{ m/s})/12.8\text{ (m/s)}=0.75$  y el  $C_r$  ortogonal es  $(4.6\text{ m/s})/(9.2\text{ m/s})=0.5$ . En la mayoría de los casos el valor de  $C_r$  puede ser uno (1.0), en el cual se impone una colisión elástica de la partícula en la pared, para valores menores a uno (1.0) la colisión es inelástica. Si  $C_r=0$ , la partícula termina su trayectoria cuando golpea la pared.

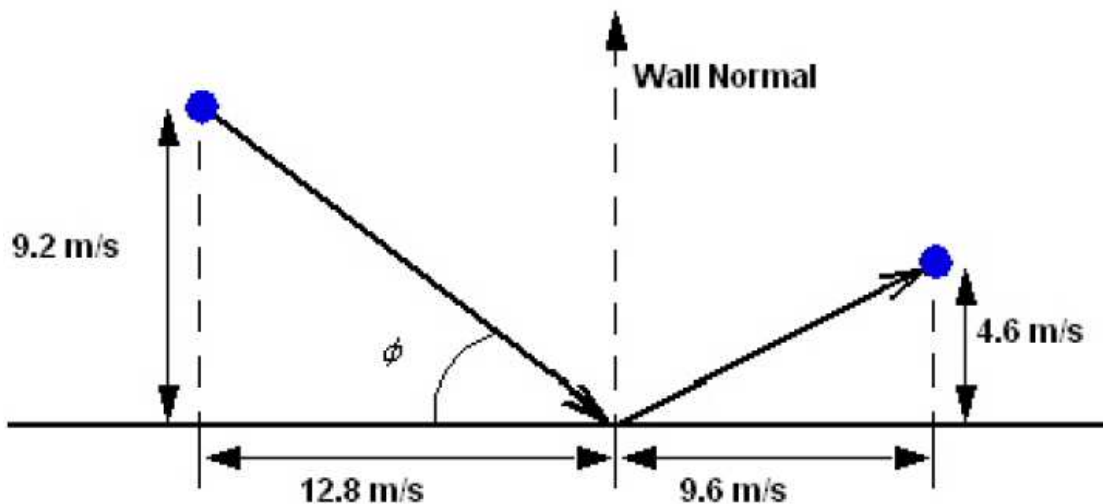


Figura 4-18: Esquema para definir el coeficiente de restitución.

- **Coeficiente de arrastre de partículas ( $C_D$ ),** en el CFX se puede establecer su valor en función del número de Reynolds de partícula ( $Re_p$ ) a través de la ecuación de Schiller-Naumman o se puede incluir como un valor numérico directamente. Para el rango de la ley de Stokes  $C_D=24/ Re_p$ , para  $Re_p \ll 1$ ; para el rango de régimen de Newton  $C_D$  se

vuelve independiente de  $Re_p$  y es dado como  $C_D=0.44$  para  $1000 \leq Re_p \leq 1 \cdot 10^5$ ; en la zona de transición entre régimen viscoso e inercial,  $0.1 \leq Re_p \leq 1000$ , para partículas esféricas, tanto los efectos viscosos como inerciales son importantes; por lo tanto, el  $C_D$  es una función compleja de  $Re_p$  y su valor debe ser establecido a partir de funciones empíricas. En la Tabla 4-1 se muestran algunas ecuaciones para el cálculo de  $C_D$ , las cuales son incluidas en el código computacional CFX (Ochieng and Onyango, 2008). La ecuación de Schiller-Naumman es válida para ( $Re_p < 1000$ ) (Karimi et al., 2012). En el modelo de Gidaspow, las correlaciones de Wen-Yu y Ergun definidas en el manual de usuario de CFX (Ansys Inc., 2015c), se utilizan para sistemas con fracciones bajas de sólidos ( $r_s < 0.2$ ) y fracciones altas de sólidos ( $r_s > 0.2$ ), respectivamente; con  $r_L$  como la fracción de volumen de la fase continua. (Ochieng and Onyango, 2008).

**Tabla 4-1:** Ecuaciones para calcular el coeficiente de arrastre ( $C_D$ ).

(Ochieng and Onyango, 2008), (Ansys Inc., 2015c).

Ecuación	Referencia	No. Ec.
$C_D = \frac{24}{Re_p} (1 + 0.15 Re_p^{0.687})$	$Re_p = U_r d_p / \nu$ ; válida para $Re_p < 1000$	(4.4)
$C_D = r_L^{-1.65} \text{Max} \left( \frac{24}{Re'_p} (1 + 0.15 Re'^{0.687}_p), 0.44 \right)$	$Re'_p = r_L Re_p$ . $Re_p < 1000$ . Para $r_s < 0.2$ .	(4.5)
$C_D = 150 \frac{r_s^2 \mu}{(1 - r_s) d_p^2} + 7 / 4 \frac{r_s \rho  U_r }{d_p}$	Válida para $r_s > 0.2$ .	(4.6)

Una vez se realice la etapa de cribado estos se fijan en su nivel óptimo y se dejan constante en las etapas posteriores, para la validación y predicción.

#### 4.6.4 Diseño experimental

Para realizar la calibración usando diseño estadístico de experimentos (DEE), los factores susceptibles a ser calibrados son cuatro factores de los anteriormente descritos, a saber ( $N_t$ ,  $f_r$ ,  $C_r$ ,  $C_D$ ). Teniendo en cuenta que el  $C_D$  depende del número de Reynolds de partícula ( $Re_p$ ), lo más conveniente es usar las ecuaciones para su estimación y no calibrarlo por ensayo y error, como se hace para los demás factores. Por lo tanto, se incluyen solamente tres factores ( $N_t$ ,  $f_r$ ,  $C_r$ ), para un diseño factorial  $2^k$  con  $k=3$ , con el cual se obtienen ocho simulaciones. En la Tabla 4-2, se muestra el DEE correspondiente a los tres factores. Es de anotar que las simulaciones se hicieron con la combinación de las fuerzas ( $F_g + F_D + F_{dt}$ ), combinación que produjo mejor resultado en comparación con los datos observados de la eficiencia.

**Tabla 4-2:** Diseño del factorial  $2^3$  en valores codificados

No de Experimento	$N_t$	$F_f$	$C_r$
1	-1	-1	-1
2	1	-1	-1
3	-1	1	-1
4	1	1	-1
5	-1	-1	1
6	1	-1	1
7	-1	1	1
8	1	1	1
9	0	0	0

Para configurar el modelo numérico es necesario conocer los valores reales (niveles) de los factores, para ello se asignan a cada factor los niveles presentados en la Tabla 4-3.

**Tabla 4-3:** Niveles reales para cada uno de los factores

	Niveles codificados			Niveles reales		
Niveles	$N_{pn}$	$F_f$	$C_r$	$N_{pn}$	$F_f$	$C_r$
Min	-1	-1	-1	500	0.6	0.5
Med	0	0	0	1000	0.8	0.75
Max	1	1	1	2000	1	1

#### 4.6.5 Ejecución y resultados de las simulaciones

Para la calibración del modelo E-L se usa el mismo archivo de la simulación en el cual se calibró la hidrodinámica del canal, dejando constante el campo de velocidades y el nivel de agua del canal. Luego se inyectan las trayectorias de las partículas cambiando en cada simulación del diseño experimental los factores a calibrar. Al final se obtiene el valor de la eficiencia como variable de respuesta, presentada en la Tabla 4-4, las cuales corresponden al DEE donde se coloca un punto al centro en el diseño factorial. La eficiencia usada para la calibración es la eficiencia de cada una de las partículas ( $\eta_p$ ), la cual se calcula usando el flujo de masa de partículas por las dos salidas, calculada como  $\eta_p = m_D / (m_D + m_R)$ ,  $m_R$  es la masa en el rebose y  $m_D$  es la masa por la descarga. Como el objeto de la calibración en este caso es que las eficiencias predichas se acerquen a las observadas, para seleccionar la configuración del modelo numérico que proporcione menor diferencia. Para estimar la bondad de ajuste se usa el indicador estadístico MAPE. Las eficiencias observadas corresponden al promedio de todas las 18 granulometrías, promediadas con la RRD, y también son el promedio con respecto al tamaño de las partículas, por lo tanto, se obtiene un solo valor de eficiencia igual a 42.87% para comparar con las simulaciones.

**Tabla 4-4:** Valores de eficiencia promedio observada (O) y predicha (P)

No de Experimento	$\eta_p$ (P)	$\eta_p$ (O)	MAPE
1	45.92	42.87	7.13
2	45.43	42.87	5.98
3	41.08	42.87	4.16
4	40.89	42.87	4.61
5	45.85	42.87	6.96
6	45.19	42.87	5.42
7	41.00	42.87	4.34
8	40.93	42.87	4.51
PC9	42.48	42.87	0.89

#### 4.6.6 Cálculo de vecinos cercanos

El valor del MSE es necesario para calcular los niveles de los factores de los puntos vecinos cercanos, se puede proceder a realizar el ANOVA con los datos de la Tabla 4-4, (se realiza con niveles reales de los factores), como se muestra en la Tabla 4-5.

**Tabla 4-5:** ANOVA para estimar el MSE.

##### Análisis de Varianza para mape

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
A:Nt	0.5314	1	0.5314	0.14	0.7271
B:Ff	7.72702	1	7.72702	1.98	0.2183
C:Cr	0.054194	1	0.054194	0.01	0.9107
Error total	19.4988	5	<b>3.89975</b>		
Total (corr.)	27.8114	8			

Donde el MSE es el valor del error total en la columna “cuadrado medio”, MSE=3.89975.

Otra opción es con los datos de la Tabla 4-4, calcular una regresión lineal múltiple (RLM) y el ANOVA de todo el modelo como se muestra en la Tabla 4-6.

**Tabla 4-6:** RLM del diseño experimental (realizada en Excel).

	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F		Valor crítico de F
Regresión	3	8.3126162	2.77087207	0.71052489		0.586121856
Residuos	5	19.4987685	3.8997537			
Total	8	27.8113847				

Donde el MSE por sus siglas en inglés, es el valor de los residuos en la columna “Promedio de los cuadrados”, conocido como “cuadrado medio residual” MSE=3.8997537. Se obtiene también el modelo de regresión que explica los datos, dado como:  $MAPE = 9.49749 - 0.000343641 N_t - 4.91395 F_f - 0.329223 C_r$ . Los valores de los factores en la expresión anterior son en niveles reales. En este caso solo se varía los niveles del factor más

significativo, que corresponde a  $F_i$ , el procedimiento es asignar unos niveles tentativos y comprobar que el valor estadístico  $D_{ii}^2$  (ver capítulo 2) no sea muy grande  $\gg 1.0$ , un valor  $< 1.0$  es aceptable. En este sentido se obtuvo los siguientes niveles para los factores en puntos vecinos cercanos (Tabla 4-7). Los niveles de los factores  $C_r$  y  $N_t$  se dejan constantes en su valor medio.

**Tabla 4-7:** Niveles de los vecinos cercanos.

	Niveles codificados			Niveles reales		
Niveles	$N_{pn}$	$F_f$	$C_r$	$N_{pn}$	$F_f$	$C_r$
Vc1	0	0.25	0	1250	0.85	0.75
Vc2	0	- 0.05	0	1250	0.78	0.75
Vc3	0	0.1	0	1250	0.82	0.75
Vc4	0	0.5	0	1250	0.90	0.75

Se hace la verificación para que se cumpla la condición de  $D_{ii}^2$ , entre todos los puntos vecinos cercanos, como se muestra en la Tabla 4-8, en la cual se compara los pares de vecinos cercanos incluyendo el punto al centro (PC) con cada vecino cercano.

**Tabla 4-8:** Valores  $D_{ii}^2$  para cada par de puntos vecinos cercanos.

VC inicial	VC final	$D_{ii}^2$	Aceptación
PC	Vc1	0.0155	SI
PC	Vc2	0.0006	SI
PC	Vc3	0.0025	SI
PC	Vc4	0.0619	SI
Vc1	Vc2	0.0223	SI
Vc2	Vc3	0.0056	SI
Vc3	Vc4	0.0396	SI
Vc1	Vc3	0.0056	SI
Vc2	Vc4	0.0749	SI
Vc1	Vc4	0.0155	SI

Con los niveles establecidos de las configuraciones, se realizan las simulaciones para estos puntos y se encuentra el valor del MAPE (Tabla 4-9). Los cuales se adicionan al arreglo experimental inicial, para continuar con la etapa de falta de ajuste.

**Tabla 4-9:** Valores de eficiencia promedio observada (O) y predicha (P) para los puntos vecinos cercanos (Vc)

No de Experimento	$N_t$	$F_f$	$C_r$	$\eta_p$ (P)	$\eta_p$ (O)	MAPE
Vc1	1250	0.85	0.75	42.34	42.87	1.22
Vc2	1250	0.75	0.75	42.91	42.87	0.11
Vc3	1250	0.7	0.75	42.50	42.87	0.85
Vc4	1250	0.9	0.75	41.99	42.87	2.03

#### 4.6.7 Prueba de falta de ajuste

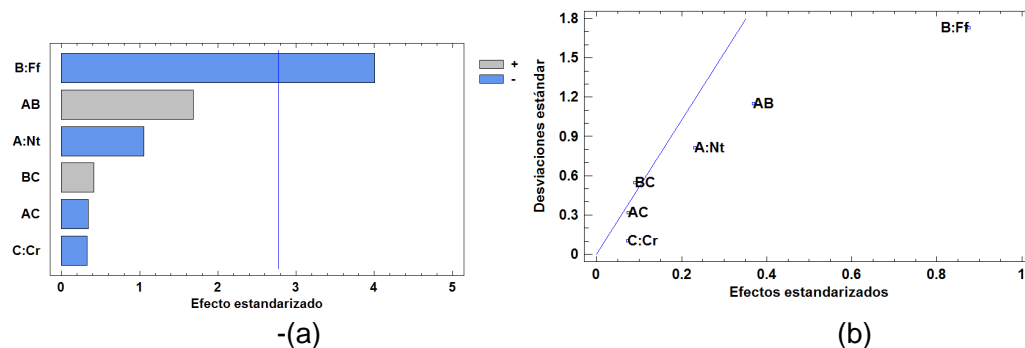
Se analizan los datos de la **Tabla 4-4** y **Tabla 4-9** mediante la técnica ANOVA (**Tabla 4-10**), se detecta fuerte presencia de efectos de curvatura pura, con un  $\text{lack-of-fit} = 0.001$ , lo que muestra que los términos cuadráticos de alguno o todos los factores, tiene influencia sobre la variable de respuesta. La curvatura se puede confirmar examinando la gráfica de residuos contra los niveles de los factores (**Figura 4-19 (c,d)**), los puntos al centro tienen unos residuos más bajos que los puntos extremos y son negativos ya que el modelo de regresión lineal múltiple (RLM), sobreestima el valor del MAPE, en estos puntos al centro (Gutiérrez, 2008,pg.215).

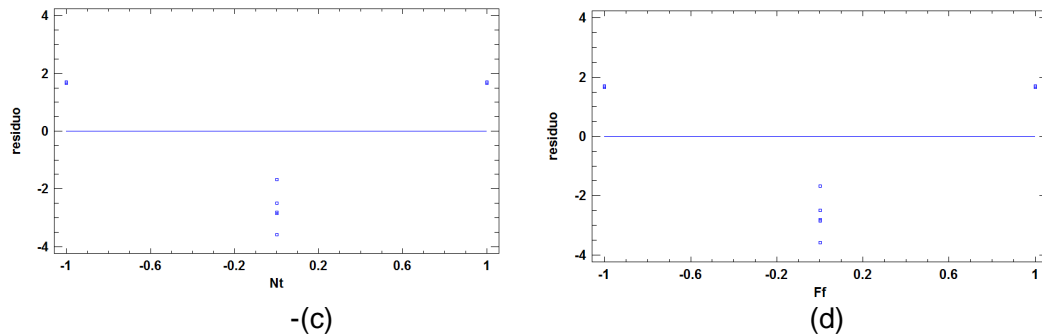
Se observa que los factores  $F_t$  y  $N_t$  son significativos (por tener un  $P\text{-Value} < 0.05$ ) para un nivel de confianza de 95% y se descartó el  $C_r$  por ser no significativo, como lo confirma el diagrama de Pareto y la gráfica mitad normal (**Figura 4-19 (a,b)**), en esta última los puntos más a la izquierda son los que tienen efectos (en valor absoluto) más bajos.

**Tabla 4-10:** ANOVA de la calibración del modelo E-L.

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F
A:Nt	0.535612	1	0.535612	1.11
B:Ff	7.74211	1	7.74211	16.01
C:Cr	0.0528125	1	0.0528125	0.11
AB	1.36951	1	1.36951	2.83
AC	0.0561125	1	0.0561125	0.12
BC	0.0820125	1	0.0820125	0.17
Falta de ajuste	58.7276	2	29.3638	60.73
Error puro	1.934	4	0.4835	
Total (corr.)	70.4998	12		

R-cuadrada = 13.9549 porciento





**Figura 4-19:** Resultados del ANOVA con modelo de primer orden.

(a) Diagrama de Pareto. (b) Gráfico de mitad normal. (c) Residuos vs factor  $N_t$ . (d) Residuos vs factor  $F_f$ .

Una vez se depura el modelo se obtiene el mejor ANOVA (Tabla 4-11), con el cual se obtiene el modelo de regresión definitivo, para esta etapa.

**Tabla 4-11:** Mejor ANOVA de la calibración del modelo E-L para el indicador MAPE.

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
A: $N_t$	0.535612	1	0.535612	2.02	0.1935
B: $F_f$	7.74211	1	7.74211	29.13	0.0006
AB	1.36951	1	1.36951	5.15	0.0529
Falta de ajuste	58.7261	1	58.7261	220.94	0.0000
Error puro	2.12645	8	0.265806		
Total (corr.)	70.4998	12			

El modelo de regresión es dado como:  $MAPE = 3.70846 - 0.25875 N_t - 0.98375 F_f$ ,  $R^2$ -cuadrada = 13.6841 por ciento. Este modelo no es el mejor, ya que se está tratando de explicar el comportamiento del MAPE, con un modelo lineal o de primer orden, y según el comportamiento de los datos experimentales muestran que existe curvatura, por lo tanto, los datos se explicarían mejor con un modelo de segundo orden o cuadrático.

#### 4.6.8 Modelo de segundo orden

Para encontrar un punto óptimo de la configuración del modelo E-L, mejor que el encontrado con el análisis de primer orden; se realiza un diseño de segundo orden, descartando el factor  $C_f$  el cual se deja en su nivel óptimo de uno (se podría colocar en cualquier nivel ya que no tiene efecto sobre la eficiencia), el cual resultó ser no significativo, con los dos factores principales. En este caso se puede *colapsar* el diseño factorial  $2^3$  en un diseño  $2^2$ , y adicionar puntos estrella en las *caras*, para lograr un diseño central compuesto, (o un Dripper Lin), sin descartar los valores de las simulaciones iniciales. Los valores de los puntos estrella se indica en la Tabla 4-12.



**Tabla 4-12:** Valores de los puntos estrella (PE) con cara centrada del diseño factorial 2<sup>2</sup>.

No de Experimento	$N_t$	$F_f$	$N_t$	$F_f$	$\eta_p (P)$	$\eta_p (O)$	MAPE
PE1	500	0.8	-1	0.0	42.62	42.87	0.57
PE2	2000	0.8	1	0.0	42.32	42.87	1.27
PE3	1250	0.6	0.0	-1	42.34	42.87	1.22
PE4	1250	1.0	0.0	1	41.27	42.87	3.73

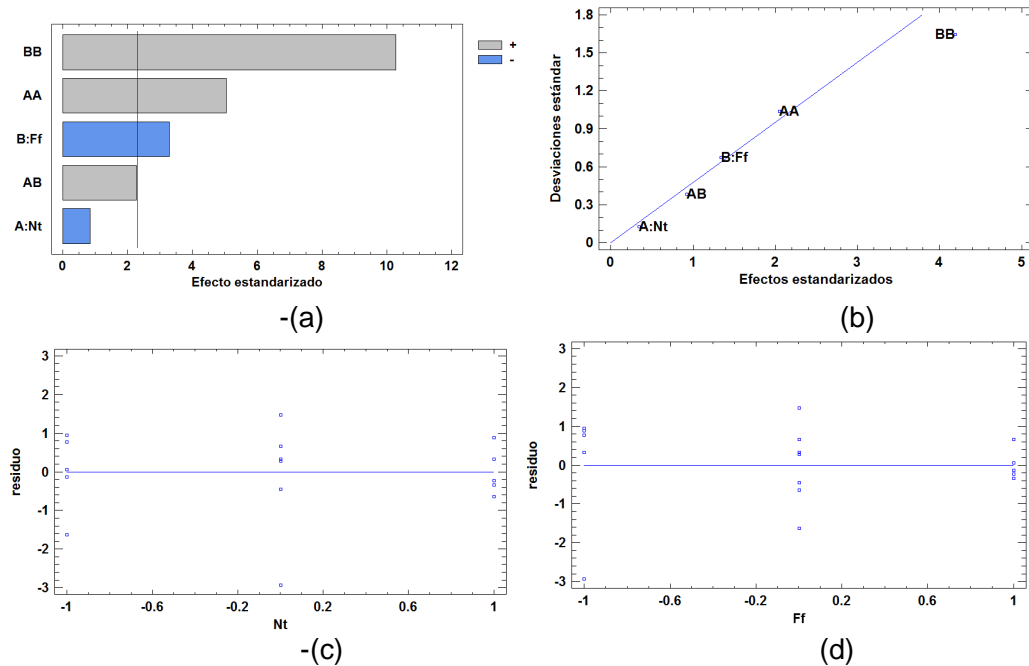
Se obtiene el ANOVA, (Tabla 4-13), el modelo de regresión y el punto óptimo, el cual coincide con los valores observados de la eficiencia, se calcula el MAPE con la ecuación de regresión y el MAPE real con la simulación del modelo E-L en el óptimo. Se observa estos valores son bastante cercanos y corresponde al menor MAPE entre todos los valores experimentados numéricamente, lo que muestra que la metodología usada fue efectiva en encontrar la configuración del modelo E-L para que reproduzca correctamente los valores de eficiencia observado en la experimentación física. Es de notar la diferencia entre la R-cuadrada del modelo de primer orden y el de segundo orden, los cuales muestran que la metodología usada mejoró sistemáticamente en este aspecto.

**Tabla 4-13:** ANOVA para modelo de segundo orden.

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
A: $N_t$	0.18769	1	0.18769	0.12	0.7384
B: $F_f$	2.87296	1	2.87296	1.80	0.2072
AA	6.74333	1	6.74333	4.22	0.0646
AB	1.36951	1	1.36951	0.86	0.3746
BB	28.121	1	28.121	17.58	0.0015
Error total	17.5934	11	1.5994		
Total (corr.)	88.6826	16			

R-cuadrada = 80.1614 por ciento; R-cuadrada (ajustada por Gl.) = 71.1438 por ciento; error estándar del est. = 1.26468; error absoluto medio = 0.748228; estadístico Durbin-Watson = 1.97306 (P=0.4149); autocorrelación residual de Lag 1 = -0.0237217

La significancia de los dos factores en el modelo de segundo orden se puede observar en la Figura 4-20 (a,b), en este caso el cuadrado del factor  $F_f$  es el más significativo, seguido por el cuadrado del factor  $N_t$ ,  $F_f$ ,  $N_t F_f$  y  $N_t$ . En la Figura 4-20 (c,d) se observa que los puntos al centro están al mismo nivel de los residuos de los puntos extremos, indicador de buen ajuste del modelo a los datos experimentales, en contraste con los presentados en la Figura 4-20 para el modelo de primer orden.



**Figura 4-20:** Resultados del ANOVA con modelo de segundo orden.

(a) Diagrama de Pareto. (b) Gráfico de mitad normal. (c) Residuos vs factor  $N_t$ . (d) Residuos vs factor  $F_f$ .

- **Modelo de regresión:**

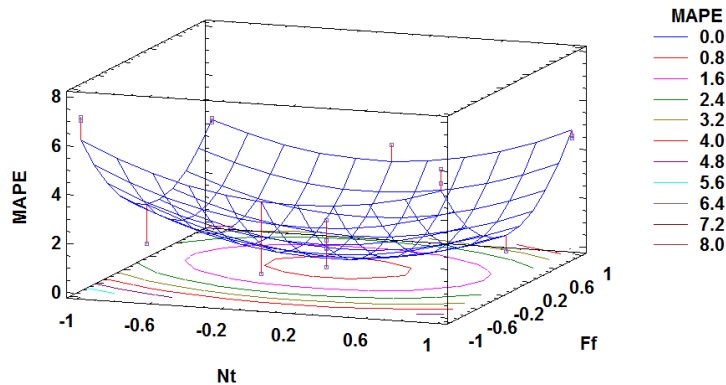
El modelo de regresión que explica el error MAPE, en función de los factores es dado como:  $MAPE = 0.565094 - 0.137 N_t - 0.536 F_f + 1.49217 N_t^2 + 0.41375 N_t F_f + 3.04717 F_f^2$ . Los niveles de los coeficientes en la regresión anterior son en valores codificados. El potencial de la ecuación de regresión es que, si el usuario requiere que los valores de eficiencia observados y predichos estén alrededor del error MAPE de 5%, se usa la ecuación de regresión para configurar el modelo numérico, para llegar a tal valor objetivo, a priori de iniciar la simulación.

- **Punto Óptimo:** Con base al modelo de regresión se obtiene que el punto óptimo de configuración en niveles codificados predice un Valor óptimo del MAPE = 0.539812%, con  $N_t = 0.03403$  y un  $F_f = 0.08560$ , en valores codificados.

Factor	Bajo	Alto	Óptimo
$N_t$	-1.0	1.0	0.0340308
$F_f$	-1.0	1.0	0.0856073

Como el análisis estadístico se corrió con niveles codificados, es necesario convertir los valores de los factores en el óptimo a valores reales, usando la expresión dada en el Capítulo 2. De este modo se obtiene  $X_2 = X_0 + \alpha DX$ , donde  $\alpha$  es el valor codificado,  $X_0$  es el punto al centro,  $DX$  es la diferencia entre el centro y el valor máximo. Para  $N_t$  se tiene:  $DX = (2000 - 1250) = 750$  trayectorias;  $N_t = 1250 + 0.0340308 (750) = 1275$  trayectorias. Para  $F_f$  se tiene:  $DX = (1 - 0.8) = 0.2$ ,  $F_f = 0.8 + 0.0856073 * 0.2 = 0.8171$ . En la Figura 4-21 se muestra gráficamente los puntos experimentales y la superficie de respuesta estimada, con base al

modelo de regresión, obsérvese la curvatura alrededor de los puntos al centro, lo que muestra que la región de ensayo seleccionada inicialmente fue correcta.

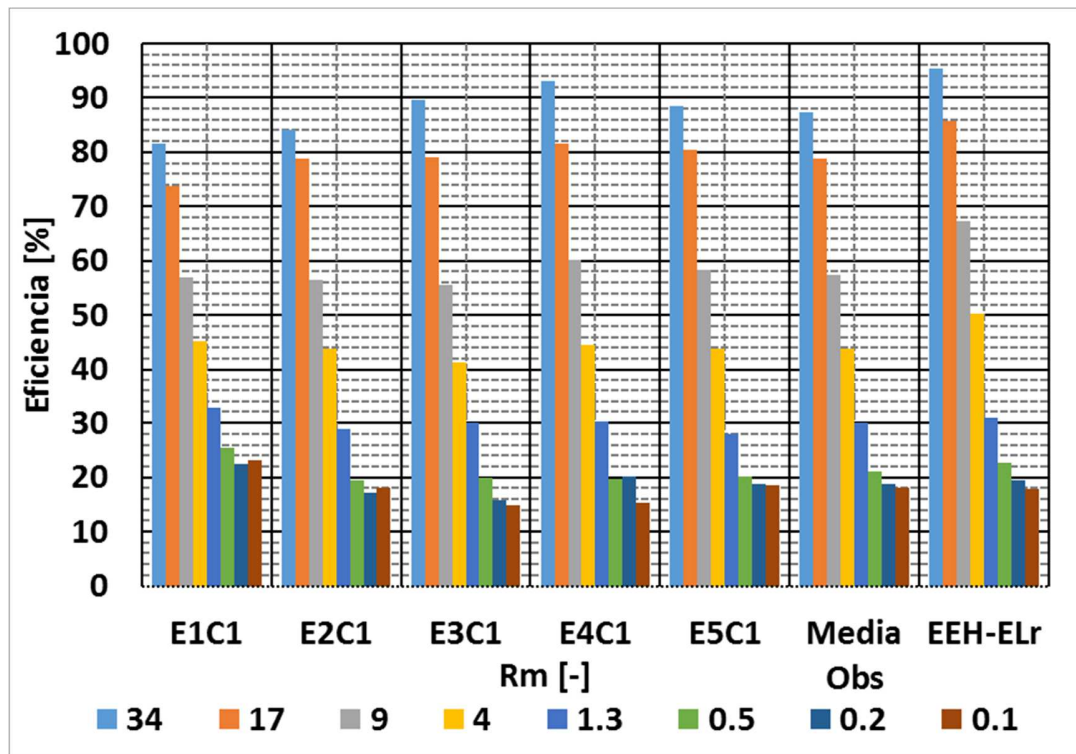


**Figura 4-21:** Superficie de respuesta estimada a partir de los valores obtenidos mediante simulación numérica.

#### 4.6.9 Verificación de la calibración en el punto óptimo

Al realizar una simulación confirmatoria en el punto óptimo, para comparar con el valor del MAPE óptimo según la regresión, se obtiene un valor de MAPE= 0.91%, valor ligeramente mayor que el estimado por regresión, esto se debe a que el modelo de regresión no se ajusta en el 100% a los datos experimentados numéricamente, ya que el R-cuadrada=80%. Seguramente el modelo de RLM se pueda mejorar transformando los datos con una función logarítmica u otro tipo de transformación para aumentar la correlación.

En la Figura 4-22 se observa la comparación entre la eficiencia simulada para el canal tipo C1 y la eficiencia experimental para los datos de campaña de medición C1 y los ensayos de 1...5, la eficiencia varía con respecto al número de Reynods de partícula calculado según la metodología de (Cheng, 1997). La eficiencia en cada uno de los tamaños se observa con la misma tendencia entre los valores experimentales entre sí, y entre los experimentales y los simulados. Al final se obtiene unos valores simulados ligeramente diferentes a los observados. Con lo cual se comprueba que el modelo E-L reproduce adecuadamente los valores experimentales, y el modelo es apto para continuar con la etapa de validación. La diferencia observada entre los datos experimentales y simulados en los cuales el modelo numérico sobreestima los valores de la eficiencia para  $Rep > 1.0$ , no es posible afirmar con certeza que se debe al uso de la ecuación de Schiller-Naumman para el cálculo del coeficiente de arrastre, para ello sería necesario adelantar actividades adicionales de investigación para evaluar otras expresiones y poder descartar dicho efecto. Por otro lado la ecuación de fuerza de arrastre, también incorpora otro parámetro empírico que es el factor de forma de la partícula, el cual tiene un efecto importante sobre la eficiencia. En términos generales existen efectos combinados que pueden afectar la eficiencia, pero en vista de que las curvas de eficiencia obtenidas con el modelo numérico tienen una bondad de ajuste muy buena con respecto a las experimentales, no se profundizó sobre el estudio de los efectos individuales de cada parámetro sobre la eficiencia.



**Figura 4-22:** Variación de la eficiencia de las partículas para cada medición y para los datos simulados con respecto al  $Re_p$ .

E1 significa ensayo número uno, C1 indica campaña de medición número uno, Media es el promedio de los datos medidos para C1, EEH-ELr indica valores obtenidos de modelación numérica. Los datos experimentales corresponden a la campaña de medición C1.

Para calcular la configuración óptima, también se procede de manera similar tal como se hizo el análisis granulométrico de los datos de experimentación física. El tamaño de partícula resultado de la simulación se asume como retenido por un tamiz de igual diámetro, con base a la definición de “diámetro de Tamiz” el cual se define como “el valor promedio de tamices donde queda atrapada una partícula” (Sagastume et al., 2004). Una vez obtenido el flujo másico por tamaño de partícula se encuentra la RRD para cada granulometría simulada, tanto en la descarga como en el rebose del canal Tipo C1 para los valores simulados.

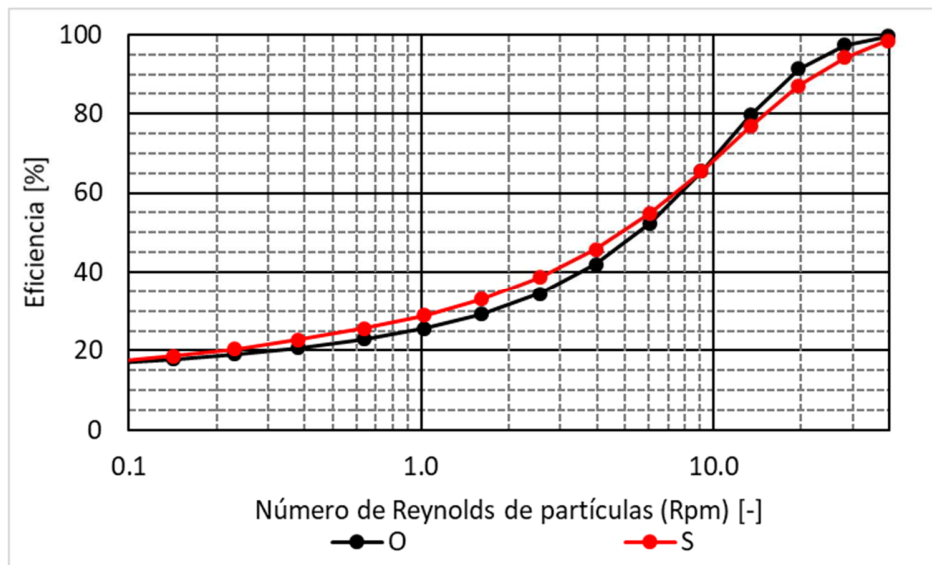
*Descarga:*

$$R = \exp \left[ - \left( \frac{x}{0.5767} \right)^{2.3163} \right], R^2=0.9633 \quad (4.7)$$

*Rebose:*

$$R = \exp \left[ - \left( \frac{x}{0.3100} \right)^{1.8427} \right], R^2=0.9721 \quad (4.8)$$

Con las expresiones de la RRD, se calculan las curvas de eficiencia con los valores medidos y simulados, para el mismo rango de tamaños de partículas, como se muestra en la Figura 4-23, eficiencia con respecto al  $R_{p_m}$ . Este buen acercamiento observado entre lo medido y lo simulado, muestra que el modelo numérico E-L reproduce bien la curva de eficiencia. A pesar que estas curvas son realizadas con granulometrías obtenidas a partir del ajuste de la RRD a los datos experimentales, se pueden usar para efectos de comparación, ya que el ajuste de la RRD se obtuvo valores de  $R_{cuadrada}$  ( $R^2$ ) por encima del 95%.



**Figura 4-23:** Comparación de la eficiencia observada (O) y simulada (S).

#### 4.6.10 Comentarios de la calibración del modelo E-L

El diseño estadístico de experimentos aplicado como se propone en el presente trabajo, lleva sistemáticamente a encontrar un valor óptimo de la configuración del modelo matemático E-L, comparado con los datos obtenidos con la experimentación física en la eficiencia de separación de partículas de antracita transportadas en un flujo de agua en canales curvos.

El valor del factor de forma de las partículas para una configuración óptima del modelo E-L, obtenido con el DEE es coherente, ya que se obtiene un valor menor que el de la esfera correspondiente a la unidad, por ser las partículas de antracita de formas irregulares. Aunque este es un valor promedio para todas las partículas, proporciona un valor base, lo recomendable será encontrar el factor de forma para cada uno de los tamaños de las partículas usadas en la simulación, pero esto hace una tarea bastante onerosa, por lo tanto, se usa este valor promedio para todas las partículas a simular en adelante. El  $F_f$  se encontró que es un factor significativo y la eficiencia es sensible ante este factor, por lo tanto, se debe ser cuidadoso en su estimación.

El número de trayectorias que se deben inyectar al modelo hidrodinámico, para que no cause influencia en la estimación de la eficiencia de separación, de 1275, es un valor nuevo

obtenido para el estudio de flujo de partículas en canales abiertos, que seguramente servirá como base para otro tipo de investigaciones, donde se tenga que evaluar efectos de partículas transportadas en un flujo de agua.

El coeficiente de restitución no tuvo ningún efecto sobre la eficiencia de separación, y se podría tomar siempre el valor correspondiente al rebote elástico de una partícula sobre una superficie de frontera de material “duro”, con un valor de la unidad (1.0).

La ventaja de la metodología propuesta es que al final se obtiene un modelo de regresión que explica el error entre lo predicho y lo observado en función de los factores estudiados, lo que permite evaluar la evolución del error sin necesidad de hacer simulaciones, como paso inicial para futuras investigaciones.

En la calibración del modelo E-L no se utilizó el **escalamiento descendente** propuesto en la metodología general para encontrar el punto de curvatura, ya que al realizar la falta de ajuste esta resultó significativa, lo que muestra que dentro de la región experimental seleccionada ya existía algún punto de curvatura.

El valor de los cuatro parámetros evaluados quedó de este modo: El  $C_D$  se calculó con la ecuación de Schiller-Nauman en función del número de  $Re_p$ ; el valor de  $N_t = 1275$  como el número de trayectorias inyectadas, el factor de forma de  $F_f = 0.82$  y el coeficiente de restitución igual a la unidad (1.0). Con estos valores se configurará el modelo numérico para las etapas de validación y predicción. Otras opciones del modelo E-L no se exploraron en la presente investigación; por ejemplo, el efecto del acoplamiento en una y dos direcciones, solo se configuró con la primera, debido a la baja concentración de partículas estudiada, dando buenos resultados según la calibración.

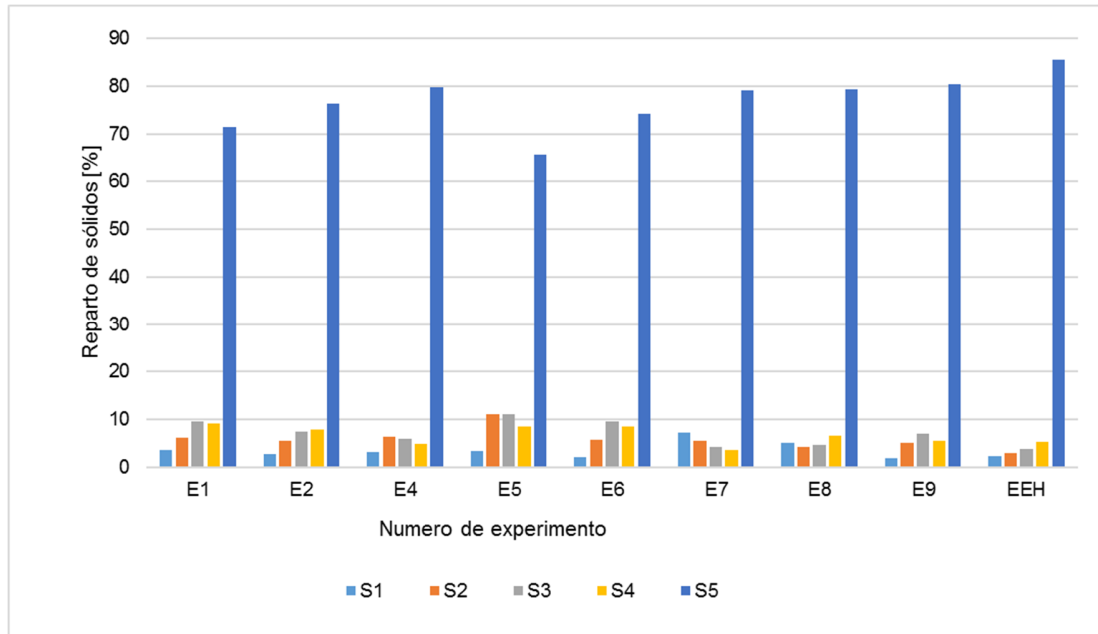
Se encontró que la fuerza de masa virtual (FMV) y la fuerza de gradiente de presión (FP), no son significativas en el proceso y las cuales se pueden excluir del modelo matemático. Pero las fuerzas de Boyamiento (FB), la fuerza de Arrastre (FD) y la fuerza de dispersión turbulenta ( $F_{dt}$ ), resultaron ser más significativas para el procesos de separación. Sería importante hacer en investigaciones futuras, un análisis más detallado del aporte de cada fuerza al fenómeno de separación, ya que estas fuerzas son importantes dependiendo el tamaño de la partícula, la densidad del fluido y la densidad de la partícula.

## 4.7 Validación del modelo Euleriano–Lagrangiano

Para la validación se considera una condición diferente a la propuesta en la calibración. Para ello se usan los valores experimentales de eficiencia y granulometrías, obtenidos en el canal Tipo C2, para un caudal de ensayo de  $0.015\text{m}^3/\text{s}$ , evaluando el flujo de masa por cada uno de los cinco canales en la salida. Se realizó la simulación en las mismas condiciones que se hizo la calibración, cambiando solamente los datos de entrada propios del canal Tipo C2 y el tamaño de elemento de la malla proporcional al radio hidráulico con un valor de  $0.015\text{m}$ .

En la Figura 4-24 se muestra la variación de ( $\eta_s$ ), tanto experimental con mediciones de E1 a E9 como simulada (EEH), para las ocho campañas de medición (el experimento E3 no se procesó por defecto en los datos) y para cada una de las cinco salidas del canal. La

reproducción de los valores experimentales mediante el modelo numérico tiene el mismo comportamiento y el mismo orden de magnitud. Para las salidas del canal (S1...S4) el modelo numérico predice los valores con una forma descendente a medida que se aleja radialmente, se observa que algunas de las mediciones tienen este mismo comportamiento, lo que muestra que el modelo está reproduciendo los datos de manera coherente, aunque sobre estima ligeramente los valores experimentales.



**Figura 4-24:** Variación de ( $\eta_s$ ) con respecto al número de experimentos y con respecto al número de salidas del canal.

(S1..S5 son las salidas en el canal; E1, E2, E4...E9 son el número de ensayos físicos; EEH son los datos simulados con el modelo E-L del CFX, E3 no se procesó).

Con un procedimiento similar al canal Tipo C1 se calculan las curvas granulométricas usando la distribución RRD para los datos simulados, con las siguientes expresiones:

*Descarga:*

$$R = \exp \left[ - \left( \frac{x}{0.4882} \right)^{1.6413} \right], R^2=0.9633 \quad (4.9)$$

*Rebose:*

$$R = \exp \left[ - \left( \frac{x}{0.1684} \right)^{1.6340} \right], R^2=0.9806 \quad (4.10)$$

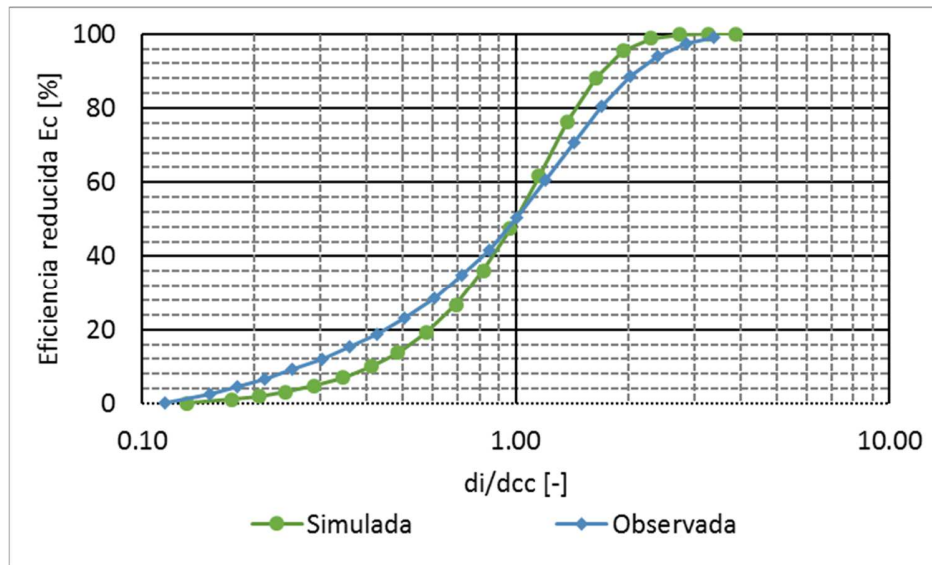
Para efectos de comparación entre datos observados y simulados, se adapta la curva de eficiencia reducida ( $E_c$ ), por ser una curva más generalizada para dispositivos separadores, siguiendo el procedimiento indicado por (Carrizo and Correia, 2004) y (Gómez-Zambrano, 2010), es de anotar que, el hecho de que se puedan ajustar esta curva a los resultados de la eficiencia en un canal curvo, es un logro importante, ya que nos indica que la separación realizada por el canal curvo, es similar a otros separadores hidrodinámicos y se podrá seguir analizando como tales. La curva de eficiencia reducida

relaciona los valores de ( $E_c$ ) con un diámetro de partícula adimensional, dado como ( $d_i/d_{cc}$ ), donde  $d_i$  es el diámetro medio entre dos rangos de tamaño y el  $d_{cc}$  es el diámetro de corte corregido del separador, la ventaja de esta curva es que es una curva característica del sistema separador, la cual es posible compararla con curvas de otros canales, incluso con curvas de otros separadores hidrodinámicos (Medina, 1997). La curva de eficiencia reducida tanto para los datos observados como para los simulados (o predichos), se indica en la Figura 4-25(a)).

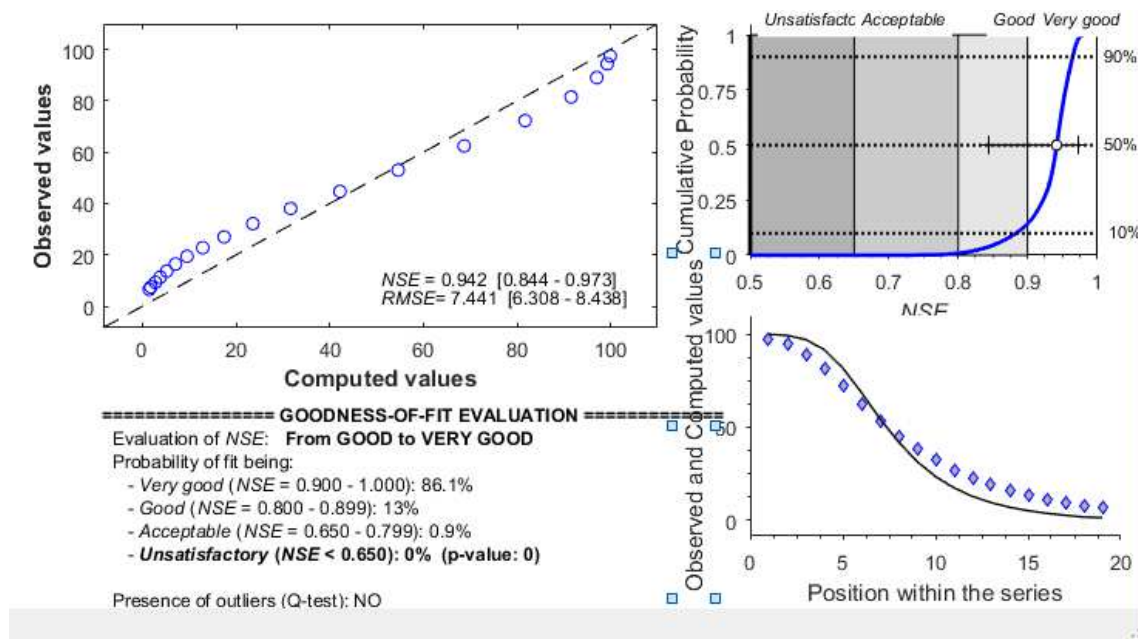
Como se observa en la figura los datos predichos por el modelo numérico (P) sobreestiman los observados (O), para diámetros grandes de partícula y subpredicen para tamaños pequeños de partícula. Para entender esta diferencia es de anotar que al observar las trayectorias en el modelo numérico, se pudo identificar que para diámetros grandes de partícula mayores a 250 micras, todas las trayectorias salen por la descarga del canal, generando eficiencias del 100%, mientras que en la experimentación física, partículas mayores a 250 micras también salen por el rebose, lo cual disminuye la eficiencia de remoción, esto se ve reflejado en la (Figura 4-25(a)). Las posibles causas de esta diferencia es que el modelo numérico se solucionó en estado permanente, lo cual no captura en detalle las fluctuaciones no permanentes del flujo en sentido radial, otra causa es que el modelo se calibró con un factor de forma ( $F_f$ ) promedio para todas las partículas y seguramente a las partículas muy finas tienen valores de ( $F_f$ ) diferentes a las partículas de mayor tamaño; también es posible que el coeficiente de arrastre ( $C_D$ ) estimado con las ecuaciones, no sea exactamente el valor real, lo cual influye en el cálculo de la fuerza de arrastre. Es de anotar que los resultados obtenidos mediante la simulación numérica, son logrados, con la configuración del modelo producto de la calibración realizada con el canal Tipo C1, pero se podría hacer una “recalibración” para mejorar los datos, ensayando configuraciones con factores de forma individuales para cada tamaño de partícula y con otras ecuaciones de cálculo del coeficiente de fricción; incluso una nueva independencia de malla entre una simulación (i) y una (i+1). Estas diferencias se deben a inconvenientes tanto de experimentación física como numérica, como ya se había comentado anteriormente para el campo de velocidades, que es el que produce las fuerzas hidrodinámicas sobre las partículas.

Por seguridad en la predicción, se recurrió a realizar una bondad de ajuste, calculando los indicadores estadísticos entre los valores (O) y (P), indicados en el Anexo H, junto con el análisis estadístico usando el software FITEVAL. Los valores de los índices son:  $R^2=0.99$ ,  $RMSE=7.44\%$ ,  $MBE=-2.48$ ,  $MAE=6.96\%$ ,  $NSE=0.942$  e  $IOA=0.988$ . Que con base al NSE se puede afirmar que para un valor de  $NSE \geq 91\%$ , se obtiene una bondad de ajuste muy buena (Ritter et al., 2011), (Ritter and Muñoz-Carpena, 2013). Con base a un valor del  $R^2=0.99$  se indica que el modelo explica el 99% de la varianza en los datos observados (Ritter et al., 2011). En este sentido a pesar de la diferencia gráfica observada se puede concluir que la reproducción de los datos observados mediante simulación numérica, es muy buena. En la Figura 4-25(b), se presenta el resultado estadístico de la comparación de datos observados y predichos, en la cual confirma lo anteriormente dicho y también nos dice adicionalmente que existe el 86.1 % de probabilidad de que el valor de NSE caiga dentro del rango entre 0.90 y 1.0. Como estadísticamente la bondad de ajuste resultó estar en una clasificación de muy *buena*, se considera esta validación del modelo E-L como apropiada para futuras simulaciones.





-(a)

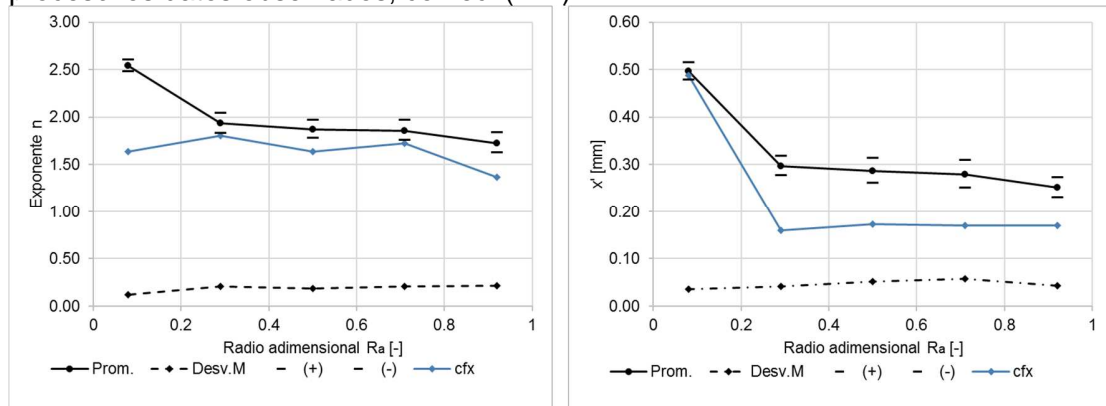


-(b)

**Figura 4-25:** Variación de la eficiencia predicha y observada en el canal Tipo C2.  
 (a) Curva de eficiencia reducida, ((O) observado (P) Predicho). (b) Resultado cualitativo y cuantitativo de la comparación de datos (O) y (P) usando el software FITEVAL.

Al analizar la variación de los datos numéricos y experimentales de los parámetros de la RRD con respecto a un radio adimensional, como se muestra en la Figura 4-26, se observa que tienen una tendencia similar. Con relación al diámetro promedio ( $x'$ ), mostrando que los tamaños de las partículas son mayores a un radio adimensional menor, esto es más cerca de las paredes internas de la curva del canal. Lo cual se llega a la misma conclusión ya sea con datos de experimentación física o numérica. El exponente ( $n$ ) con los valores

simulados, indica que el rango de tamaños es relativamente similar en el sentido radial del canal, mientras que el valor experimental dice que existe un rango menor de tamaños de partícula cerca a la pared interna de la curva del canal. La variación radial de los parámetros se realiza con el radio adimensional del canal, de manera similar como se procesó los datos observados, con ec. (1.7).



**Figura 4-26:** Variación de los parámetros de la RRD con el radio adimensional del canal. (a) Exponente  $n$ . (b) Diámetro promedio.

Prom= Media de los datos experimentales; DesvM = desviación estándar; (-) = rangos de la desviación estándar arriba y debajo de la media. Cfx= valores numéricos.

## 4.8 Cometarios finales del capítulo

Las diferencias observadas entre lo predicho y lo experimental, se debe a varios factores, por un lado a las imperfecciones de los sistemas constructivos y de operación del sistema, a la incapacidad de poder medir en el modelo físico dichas imperfecciones, por ejemplo se detectó que el fondo del canal no es absolutamente plano, sino que tiene ondulaciones del acrílico que no pueden ser medidas, además el acrílico se deforma con efecto de la temperatura ambiente, lo mismo se observó en las paredes laterales del canal, las cuales no son perfectamente verticales y en la curva el acrílico al ser doblado genera deformaciones tanto en sentido longitudinal como vertical. Por otro lado, está el componente numérico el cual no es perfecto en modelar todas las características del flujo y la no robustez para incluir forzadores que puedan sustituir las imperfecciones del modelo físico. Quizá estas diferencias entre lo modelado y lo observado nunca se pueden reducir a un valor de cero, ya que siempre existirá una brecha insondable entre estas dos herramientas físico-numéricas utilizadas para entender los fenómenos físicos.

Se encontró que la aproximación Rigid-Lid, es la que más bien reproduce los campos de velocidad, con el inconveniente que debe tener una superficie libre del flujo conocida, lo cual la limita su aplicación a etapas de predicción numérica en el flujo a canales abiertos. El modelo EEH tiene la ventaja de que calcula simultáneamente el campo de velocidades y el nivel del agua, pero es mucho más complejo de calibrar y el costo computacional es bastante elevado, aunque logró reproducir los campos de velocidad con una precisión aceptable.

Para la modelación del flujo particulado, el modelo EEH junto con el modelo E-L, permitieron modelar el flujo de partículas de manera adecuada, al ser validados con

respecto a la distribución de masa de partículas y tamaños de partículas. Se encontró que estos dos modelos reproducen con mayor precisión los datos de eficiencia obtenidos en el canal Tipo C1 que los obtenidos en el canal Tipo C2; esto debido a que el sistema recirculatorio del canal Tipo C1 brindó mayor control en la medición de las cantidades físcas, por manejar un caudal de operación mucho menor que el canal Tipo C2, lo que generó menos incertidumbre en los datos medidos.

## 5. Capítulo 5: Investigación Numérica Parte Dos: Predicción

### 5.1 Introducción

La investigación numérica en este capítulo es usada en reemplazo de la investigación física, por la imposibilidad que esta última presenta para evaluar diversas geometrías del canal curvo, donde su construcción conlleva problemas prácticos y económicos. Una vez realizada la calibración y validación del modelo numérico tanto en la parte hidrodinámica como en el flujo de partículas, se pasó a la etapa de predicción, donde el modelo numérico se convierte en una valiosa herramienta computacional para el entendimiento del fenómeno en el estudio y posterior evaluación del efecto de parámetros sobre las variables de respuesta de interés.

En la literatura se reportan resultados del efecto de ciertos parámetros geométricos e hidrodinámicos sobre la (ICS), a través de experimentación numérica. (Bai et al., 2014), analiza la variación de la helicidad absoluta en función del ángulo de curvatura, pero no es explícito en explicar por qué es una buena medida de la ICS, encontrando que la helicidad adquiere un valor máximo en las proximidades de  $60^\circ$  y se incrementa cuando el número de Reynolds aumenta. (Stranden, 2007) investiga la variación de la intensidad del flujo secundario con respecto al ángulo de curvatura y a la relación de esbeltez de la sección transversal dada entre la profundidad del flujo ( $H$ ) y el ancho del canal ( $W$ ), encontrando que la intensidad del flujo adquiere un valor máximo entre  $30^\circ$  y  $50^\circ$ , para valores de  $(H/W)$  entre 2.0 y 8.0, con un valor máximo de la intensidad de circulación secundaria en ángulo de curvatura de  $50^\circ$  y  $(H/W) = 5$ . Este comportamiento concuerda con las variaciones de la intensidad de circulación secundaria encontradas en este trabajo para la geometría del canal estudiado, lo que en cierta medida valida los resultados encontrados.

Para entender el fenómeno se relaciona el comportamiento del flujo de agua y partículas, con magnitudes hidrodinámicas como la helicidad absoluta y la intensidad del flujo secundario estudiando el comportamiento en diferentes secciones a lo largo del canal. Por otro lado, es de interés evaluar el efecto que tiene la geometría del canal sobre la eficiencia de separación en el flujo de partículas. El estudio de predicción se hace con base a la geometría del segundo canal (Tipo C2) construido para la presente investigación, conservando la sección transversal rectangular del canal de ancho 0.300m y variando otros parámetros como el radio de curvatura ( $R_m$ ), el ángulo de curvatura ( $\theta$ ), la longitud de canal recto antes de la curva ( $L_e$ ) y la longitud de canal recto después de la curva ( $L_s$ ).

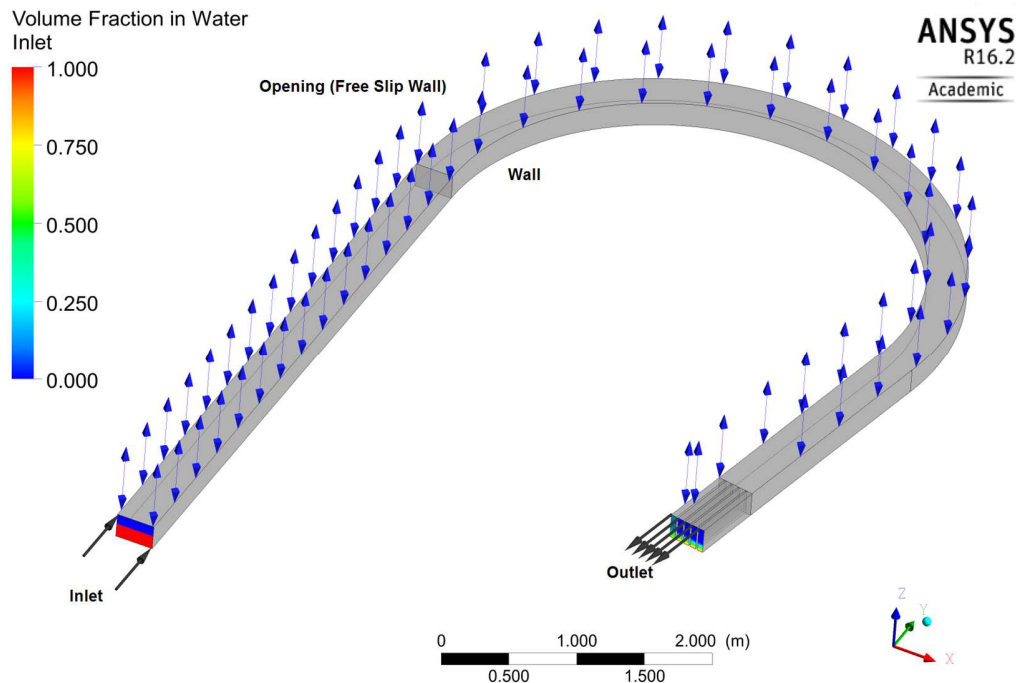
Se logra establecer la relación entre los valores máximos de eficiencia de separación con respecto al paso helicoidal de la trayectoria de una partícula en la curva del canal. Por otro lado, se observó una correspondencia cuantitativa entre la eficiencia de separación del canal y la fuerza de las corrientes secundarias, cuantificada con la helicidad y la intensidad, en el primer máximo de la eficiencia. Se establece que parámetros pueden ser significativos en la optimización de un dispositivo separador con fines de diseños óptimos. Finalmente se evalúa el comportamiento del canal con una captación no intrusiva, logrando valores aceptables de  $(\eta_s)$  y  $(\Theta)$  para un separador de partículas.

## 5.2 Análisis del comportamiento del flujo bifásico

### 5.2.1 Configuración del modelo numérico y simulación

Como el objeto de la predicción es estudiar el efecto de factores sobre las variables de respuesta, con valores (o niveles) más allá de los usados en calibración y validación. En este sentido factores relacionados con la geometría del canal, características del flujo y propiedades de las partículas, adquirirán valores diferentes a los analizados en el Capítulo 4. Existe la posibilidad de estudiar, por ejemplo, partículas con diferentes factores de forma, posiblemente mas alargadas que las usadas para calibrar el modelo numérico; entre otras propiedades.

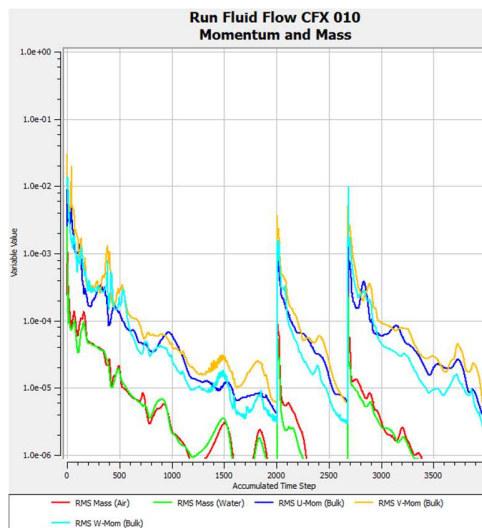
El flujo bifásico está compuesto por agua a temperatura de 25°C y partículas de densidad 1320 kg/m<sup>3</sup>, en diámetros entre 64 micras hasta a 1000 micras. El dominio virtual del canal se estableció con base a las dimensiones del canal construido (Tipo C2) al cual, para los ensayos numéricos, se le modificó el ángulo de curvatura entre 70° y 190°; la longitud de entrada se modificó entre 2m y 5m, el radio de curvatura al eje entre 0.825m y 2.0m y la longitud de salida entre 0.1m y 2m, esto para lograr un dominio amplio espacialmente y poder estimar la evolución de las variables de respuesta a lo largo del canal en dirección principal del flujo. El caudal fue el mismo usado en la experimentación física de 0.015m<sup>3</sup>/s, y se mantuvo también la misma sección transversal de 0.3m de ancho, con una altura del dominio de 0.2m.



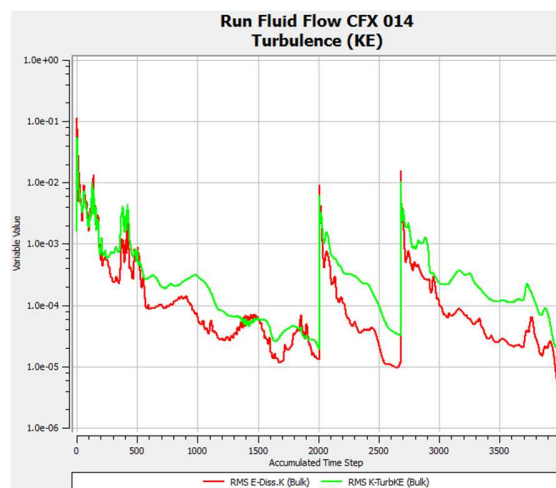
**Figura 5-1:** Esquema del dominio del canal curvo y sus condiciones de frontera.

El mallado, las condiciones de frontera, el modelo de turbulencia (RNG  $\kappa$ - $\epsilon$ ) y la configuración general, fueron las mismas usadas en la validación del modelo numérico; solamente se modificó ligeramente la configuración del modelo numérico E-E obtenida en la calibración. El dominio del canal que se muestra en la Figura 5-1, resalta la geometría y las condiciones de frontera correspondientes al código CFX de Ansys Inc.

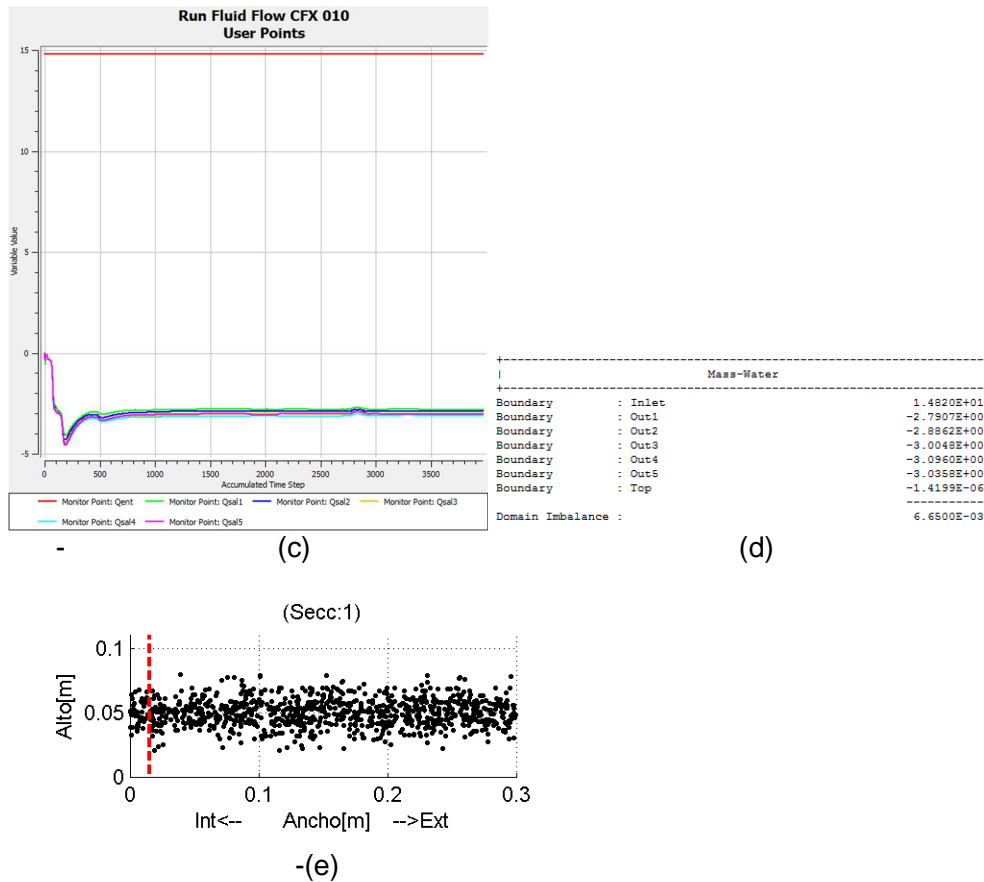
El procedimiento a seguir en el estudio de casos de predicción consiste en encontrar las variables hidrodinámicas como el campo de velocidades y el nivel del agua, que se obtienen a partir de unas condiciones geométricas dadas, verificando que la simulación termine sin contratiempos. Para cada caso se verifican 4 criterios que debe cumplir la simulación: 1) convergencia de la solución aproximadamente  $10^{-5}$  (ver Figura 5-2(a,b)) donde aparecen tres simulaciones, ya que la profundidad del agua a la entrada no se conoce y se debe hallar por ensayo y error); 2) la estabilidad numérica de las cantidades físicas durante la ejecución de las iteraciones, esperando que éstas, por lo general, se estabilicen mucho antes de lograr la convergencia (ver Figura 5-2 (c)); 3) verificación de la ley de conservación de masa de agua en el dominio (ver Figura 5-2 (d)), que para el caso que se muestra en la figura fueron de  $6.65\text{E-}3 \text{ kg}_m/\text{s}$  de agua, convertidos a volumen con una densidad del agua de  $25^\circ\text{C}$  para una densidad de  $997 \text{ kg}_m/\text{m}^3$ , proporciona un flujo volumétrico de  $6.667\text{E-}6 \text{ m}^3/\text{s}$ , el cual es un valor despreciable comparado con  $0.015 \text{ m}^3/\text{s}$  de caudal de entrada y 4) Una vez se tienen los datos hidrodinámicos se inyectan las partículas a la entrada del canal a una profundidad media igual a la mitad de la profundidad del agua, en una línea horizontal, con una desviación estándar de  $0.01\text{m}$  y aleatoriamente, como se indica en la Figura 5-2 (e).



-(a)



(b)



**Figura 5-2:** Verificación de requisitos para la simulación.

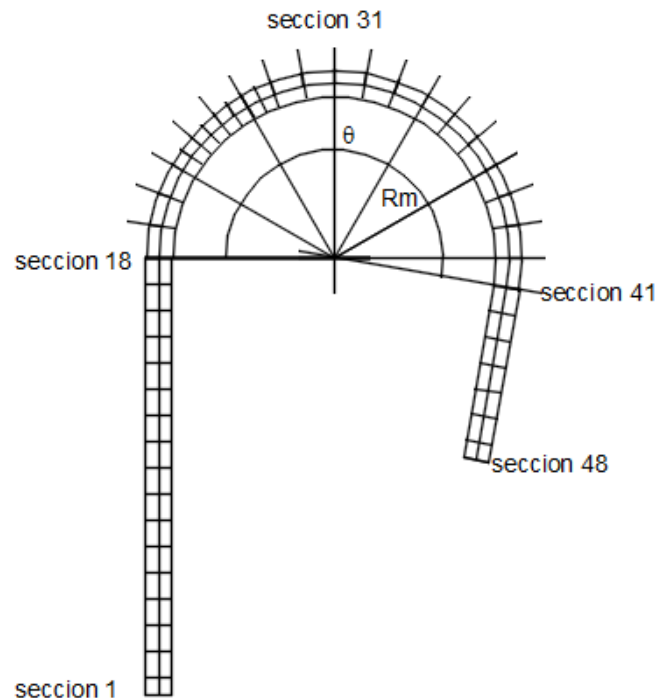
(a) convergencia, en la figura se muestra para tres simulaciones con convergencia por debajo de  $1E-5$ . (b) Residuales de la convergencia de las cantidades turbulentas. (c) Estabilidad de las cantidades físicas, obsérvese los 5 caudales de salida en la parte inferior y el caudal de entrada en la parte superior. (d) Desbalances de masa del agua entre entrada y salida. (e) Inyección de partículas sólidas en la entrada, línea roja es tabique “imaginario” para evaluar la eficiencia.

## 5.2.2 Evolución del flujo bifásico a lo largo del canal

### • Trayectoria de partícula individual

Se analizó el movimiento de las partículas en dirección del flujo principal, en un total de 48 secciones distribuidas en la sección recta del canal a una separación del ancho del canal (0.3m) y en la curva cada  $5^\circ$  entre  $30^\circ$  y  $60^\circ$ , y cada  $10^\circ$  en el resto de la curva, donde la sección 18 corresponde al inicio de la curva ( $0^\circ$ ) y la sección 41 ( $190^\circ$ ) al final de la curva. Para estimar el valor de la eficiencia a lo largo del canal, se propone un nuevo método que consiste en colocar un tabique “imaginario” en cada una de las secciones transversales que se quiere analizar, a una distancia del 5% del ancho del canal (0.015m) medida desde la pared interna de la curva, donde la eficiencia se calcula como la relación de flujo másico

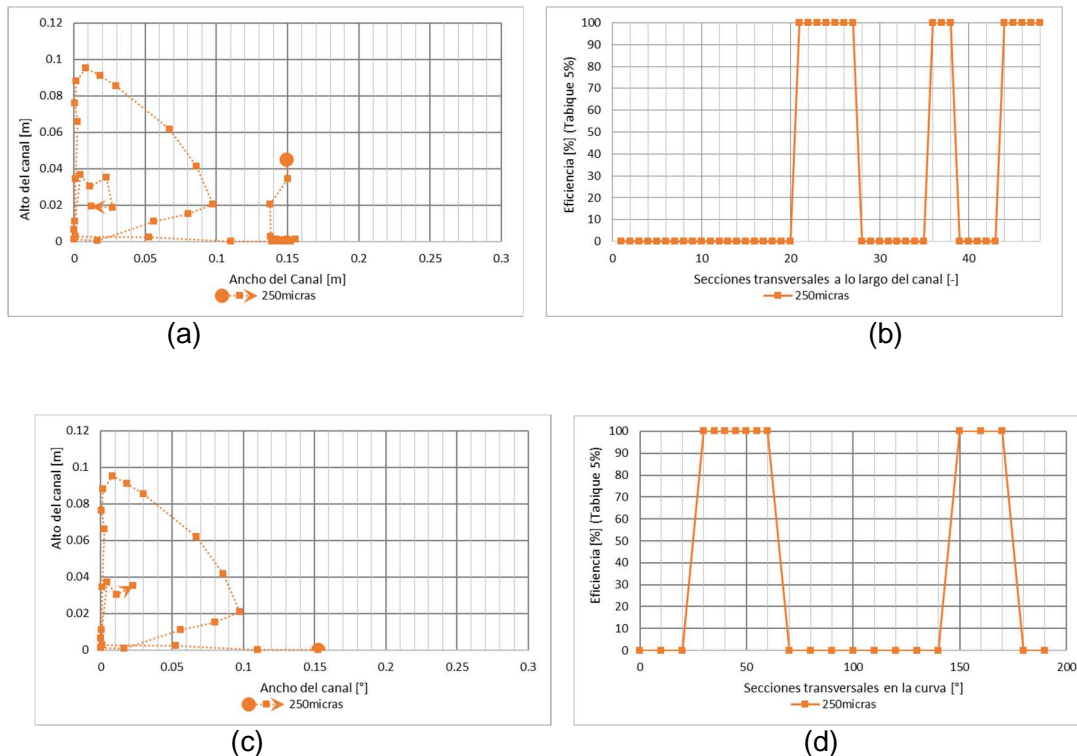
de partículas que pasa entre la pared interna del canal y el tabique y el flujo másico de partículas que atraviesa toda la sección transversal. En la Figura 5-3 se indica el esquema de distribución de secciones a lo largo del canal.



**Figura 5-3:** Esquema de distribución de secciones para el análisis a lo largo del canal.

Teniendo en cuenta que una partícula sometida a diferentes fuerzas, la trayectoria de su movimiento siempre sigue la dirección de la fuerza resultante, para explicar el movimiento de una partícula sólida dentro del fluido, se analiza la trayectoria de una partícula individual, la cual inicia su movimiento, en un modo suspendido, en el centroide del área mojada en la frontera de entrada como se muestra en la Figura 5-4(a). A medida que avanza en el canal recto, la partícula comienza a descender por la fuerza debido a la gravedad llegando al fondo o cerca de él, y cuando llega al inicio de la curva (sección 18) la fuerza resultante en sentido radial cerca al fondo es lo suficientemente grande para transportar la partícula a la parte interna de la curva, donde la resultante de las fuerzas prima en sentido ascendente, lleva la partícula cerca de la superficie del agua. A partir de allí, nuevamente, las fuerzas en sentido radial en dirección hacia la parte externa de la curva vuelven a ser importantes, lo que hace que la partícula se disperse y, si la partícula es muy pequeña alcanzará posiciones cercanas a la pared externa y si es de mayor tamaño, se quedará en una zona intermedia de la sección transversal en sentido radial. Desde esta posición la partícula nuevamente comienza a descender por acción de la fuerza de gravedad hasta alcanzar una zona, donde las fuerzas actúan nuevamente hacia la parte interna de la curva, transportando nuevamente la partícula cerca de la pared interna del canal, completando así un paso helicoidal.





**Figura 5-4:** Detección de ciclos helicoidales de la partícula para tamaño de 250 micras.

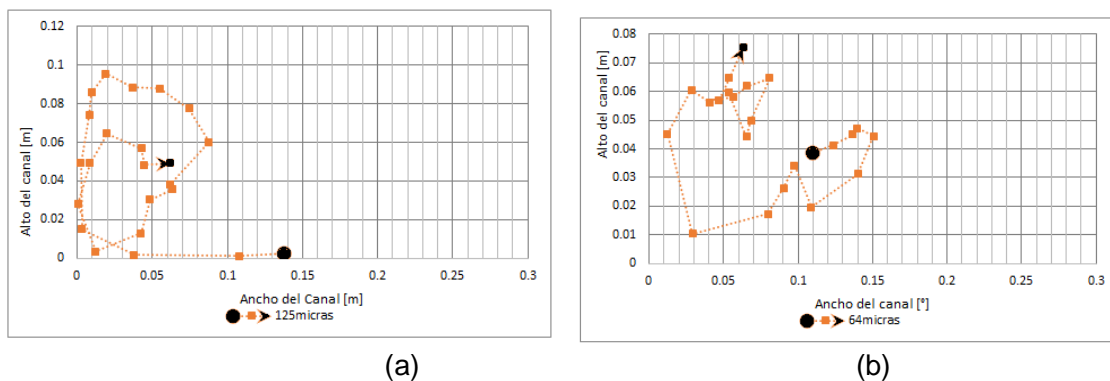
-(a) Posiciones de la partícula en las diferentes secciones transversales a lo largo del canal representadas por el punto del marcador. (b) Eficiencia en las secciones transversales a lo largo del canal incluyendo tramos rectos. (c) Posiciones de la partícula en las diferentes secciones transversales a lo largo de la curva. (d) Eficiencia en las secciones transversales a lo largo de la curva entre  $0^\circ$  y  $190^\circ$  (Estas gráficas fueron construidas con un  $F_r=0.5$ ).

Una forma de localizar los puntos donde una partícula se aproxima a la parte interna de la curva, es usar el valor de la eficiencia, donde sus puntos máximos son una medida indirecta de los inicios y finales de un paso helicoidal de la partícula. En la Figura 5-4(b) se grafican los valores de eficiencia desde el inicio del canal: como se observa existen dos valores máximos de la eficiencia, los cuales coinciden con el inicio y final de cada paso helicoidal de la partícula en su trayectoria por el canal. En la Figura 5-4(c) y en la Figura 5-4(d) se detalla el mismo movimiento, solamente para la curva del canal, donde el marcador circular indica la posición de la partícula en la sección a cero grados, y el marcador de flecha al final indica la posición de la partícula en la sección de  $190^\circ$ .

Las partículas de diámetro pequeño ( $<100$ micras), no presentan el segundo máximo de eficiencia ya que después de la posición del primer máximo, son dispersadas a una mayor distancia desde la pared interna del canal hacia la parte externa y, además, por tener una velocidad de sedimentación menor, el tiempo en alcanzar los niveles bajos donde las fuerzas radiales hacia el lado interno de la curva son mayores, no alcanzan completar un paso helicoidal en toda la longitud del canal. En la Figura 5-5 (a) y (b) se indica el ciclo helicoidal desde el inicio de la curva hasta el final de la misma y se puede observar que la

partícula de tamaño 125 micras alcanza a realizar un ciclo completo de  $360^\circ$  dentro de la curva del canal y que pasa por la zona de captación, pero la partícula de tamaño 64 micras, solo realiza parte del ciclo helicoidal dentro de la curva y, solo al final realiza, un ciclo helicoidal de diámetro muy pequeño, muy alejado de la zona de captación.

Este concepto es importante ya que proporciona las bases para proyectar un canal con captaciones de sedimentos en su longitud intermedia, si no se quiere remover una partícula al final del canal. En este sentido, se puede concluir que para partículas pequeñas (densidad 1320 y tamaño menor a 125 micras) el tiempo de recorrido (tiempo de retención hidráulico) en sentido longitudinal es *menor* que el tiempo de un ciclo helicoidal, lo que no permite que se desarrolle un ciclo espiral-helicoide dentro del recorrido del canal. Para partículas de mayor tamaño, al cuantificar la longitud de la trayectoria de un ciclo helicoidal por ejemplo para una partícula de 250 micras, el cual inicia en la sección 30 grados y termina en la sección 150 grados se obtiene una longitud de 14 veces el ancho del canal, donde la curva tiene una longitud de 22.1 veces el ancho del canal, realizando un ciclo completo dentro de la longitud de la curva del canal.

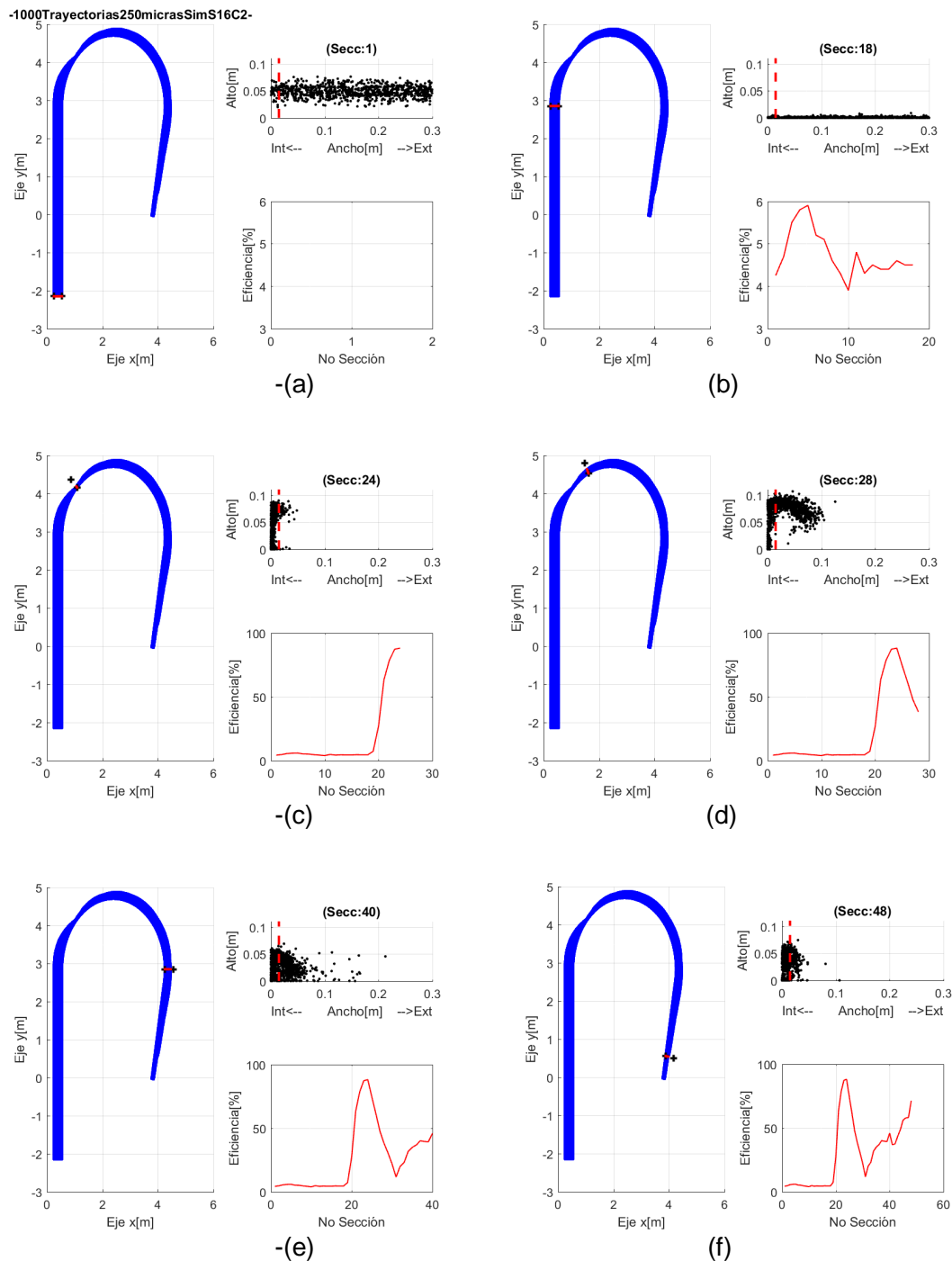


**Figura 5-5:** Ciclos helicoidales de una partícula dentro de la curva del canal.

(a) 125 micras. (b) 64 micras. (•) inicia la trayectoria, → termina trayectoria dentro de la curva del canal.

- **Trayectoria de un conjunto de partículas**

En la Figura 5-6 se muestra la evolución del movimiento de un conjunto de 1000 trayectorias de partículas, de diámetro 250 micras. Se inicia con la sección transversal a la entrada del canal y se va recorriendo el canal hasta la sección de captación al final. Se observa que, en la parte recta, antes de la curva, la eficiencia es muy baja aproximadamente del 5%, proporcional a la separación del tabique desde la pared interna de la curva, que es precisamente del 5% del ancho del canal. Una vez inicia la curva del canal las partículas son conducidas hacia la parte interna de la curva, pasando a través del espacio entre pared interna de la curva y el tabique “imaginario”, donde la eficiencia se incrementa hasta un valor máximo, luego se observa que las partículas se dispersan hacia la parte externa del canal, donde la eficiencia disminuye, una vez se termina la curva las partículas nuevamente migran a la parte interna del canal produciendo un incremento en la eficiencia.



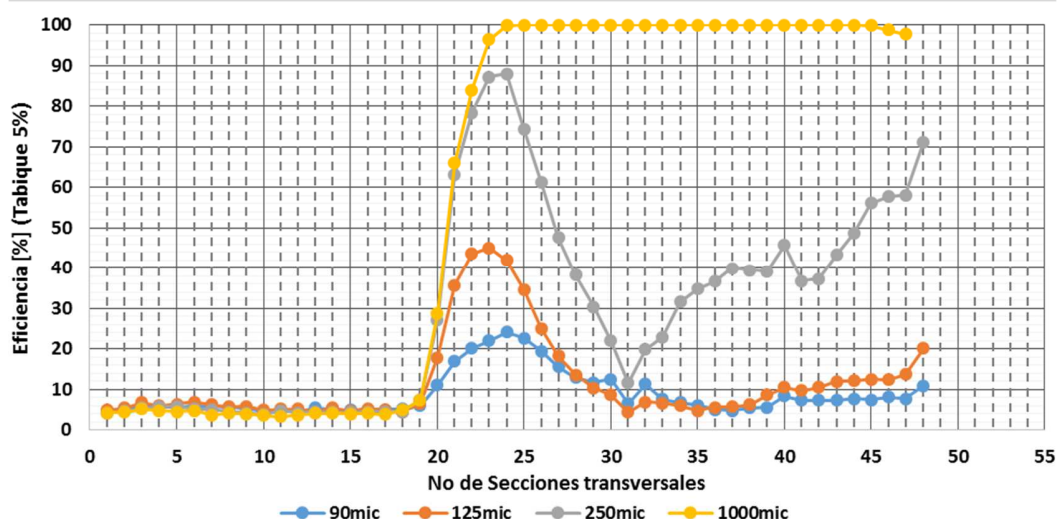
**Figura 5-6:** Comportamiento de las partículas para diferentes secciones del canal.

Cada figura contiene un subconjunto de tres figuras, primera figura a la izquierda indica las trayectorias de las partículas en planta o vista superior y la posición de la sección analizada, la segunda figura superior-derecha indica la distribución de partículas en la sección transversal, la línea vertical punteada indica la posición del tabique, la tercera

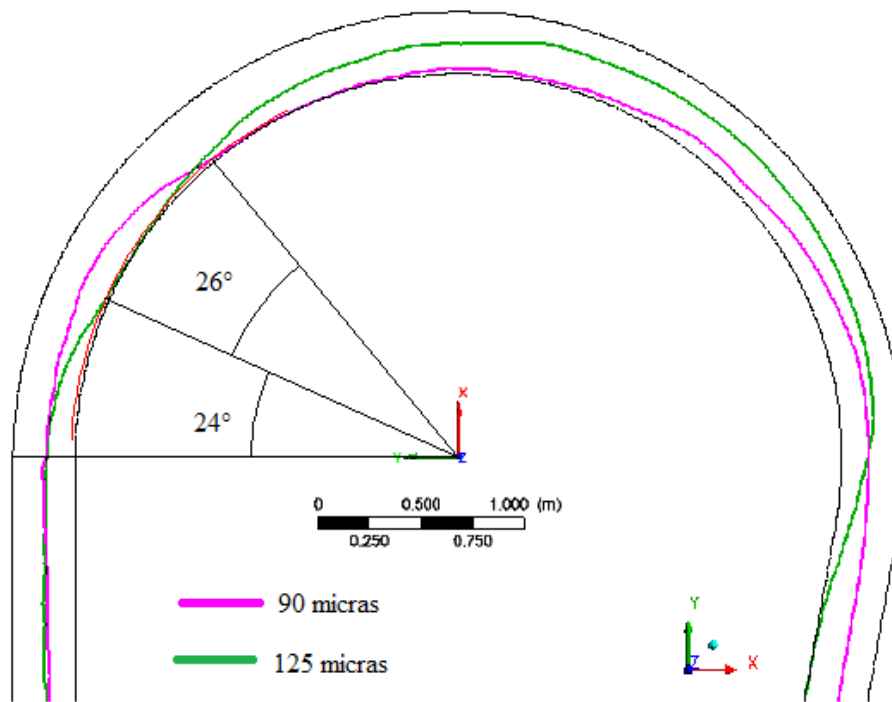
figura inferior-derecha indica la eficiencia de separación. El cálculo se realizó para Diámetro de partícula  $250\mu\text{m}$ , densidad  $1320\text{kg/m}^3$ . (a) inyección de partículas a la entrada; (b) movimiento de las partículas al inicio de la curva ( $0^\circ$ ); (c) sección de eficiencia máxima ( $45^\circ$ ); (d) estado de las partículas cerca de la superficie del agua y con trayectoria hacia la parte externa de la curva; (e) comportamiento en la terminación de la curva; (f) salida.

Este análisis indica que existen dos secciones transversales que pueden maximizar la eficiencia, una dentro del canal aproximadamente en  $40^\circ$  y la otra al final del tramo recto a la salida. Las posiciones del valor máximo de eficiencia son un poco diferentes a las de la partícula individual debido que con muchas trayectorias los valores calculados corresponden al promedio.

En la Figura 5-7(a) se observa la variación de la eficiencia para diferentes diámetros de partícula lo largo del canal, donde el inicio de la curva se encuentra en la sección No 18 y el final en la sección No 41. Se observa claramente que la eficiencia toma un valor máximo entre  $35^\circ$  y  $50^\circ$ , lo cual indica que en dichas secciones se puede establecer un sistema de captación de partículas. También es de destacar que la eficiencia también adquiere un valor alto al final del tramo recto, a la salida del canal, para el tamaño de partícula de  $250\mu\text{m}$ , ya que estas partículas en promedio, tienden a alcanzar un paso helicoidal completo. Este valor máximo de la eficiencia se logra en un ángulo de curvatura diferente para cada diámetro de partícula, para partículas de diámetro pequeño el ángulo es un poco mayor que para una partícula de diámetro más grande, debido a que el paso helicoidal en la trayectoria es diferente para cada tamaño de partícula. Como las partículas tienen diferentes posiciones de inyección en la entrada, también generan trayectorias diferentes para la misma partícula, pero como se trabaja con valores de la eficiencia promedio incluyendo todas las trayectorias, al comparar el ángulo de localización del valor máximo de eficiencia para diferentes tamaños de partícula, se observa que es de aproximadamente de 5 grados, según Figura 5-7(a); mientras que si se usa trayectorias individuales agregadas en el centroide del área mojada a la entrada del canal, dicho ángulo alcanza aproximadamente 25 grados, como se observa en la en la Figura 5-7(b), para tamaño de partícula de 125 micras y 90 micras.



(a)



(b)

**Figura 5-7:** Variación de la eficiencia a lo largo del canal para partículas de densidad  $1320\text{kg/m}^3$ .

(a) Posición del valor máximo de eficiencia para un grupo de partículas. (b) Trayectorias y posición del valor máximo de eficiencia para trayectorias de 90 micras y 125 micras.

### 5.2.3 Evolución de la intensidad de la circulación secundaria

Teniendo en cuenta que uno de los objetos de la investigación es establecer la relación que existe entre la eficiencia de separación y la ICS se calculan, entonces, los cuantificadores de la ICS en las mismas secciones donde se calculó la eficiencia y se obtuvo la variación indicada en la Figura 5-8, los valores de esta figura fueron parametrizados con el valor máximo de cada una de las variables, para la  $I_{\text{Hamax}}=0.024440\text{m}^3/\text{s}^2$ ,  $I_{\text{Hanmax}}=0.072553[-]$  y  $I_{\text{SGmax}}=0.008203[-]$ . De esta figura se puede observar que existe un valor máximo de la ICS, para las tres magnitudes analizadas, con un comportamiento similar al de la eficiencia. La ICS debido a la helicidad ( $I_{\text{Ha}}$ ) presenta un máximo en 50 grados con una tendencia a disminuir al final de la curva. La intensidad de Han ( $I_{\text{Han}}$ ), presenta un valor máximo en 45 grados con una disminución más drástica al final de la curva que aquella de  $I_{\text{Ha}}$  y la intensidad de Stranden-Gobadian ( $I_{\text{SG}}$ ), tiene un comportamiento muy similar a la  $I_{\text{Han}}$ , esto debido que las ecuaciones tienen el mismo concepto de relación de energía cinética entre la sección transversal y el flujo principal.

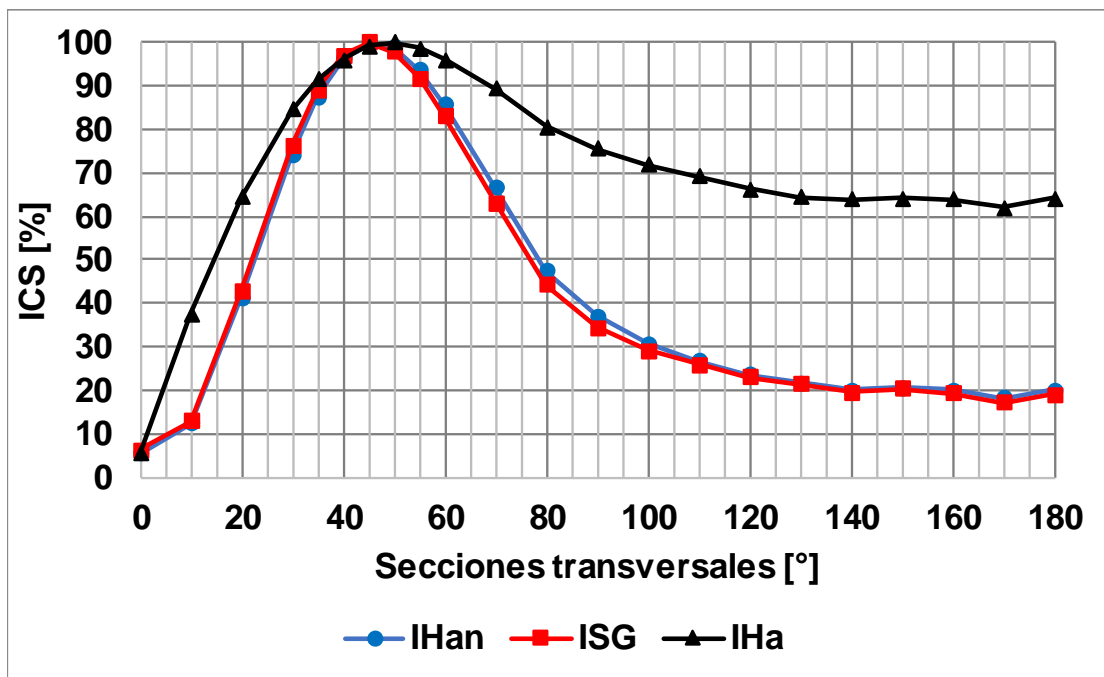


Figura 5-8: Variación de la ICS con respecto al ángulo de curvatura en grados.

#### 5.2.4 Relación entre eficiencia e intensidad de circulación secundaria

A continuación, se presenta una comparación gráfica entre la eficiencia de separación de partículas para tamaños de  $90\mu\text{m}$ ,  $125\mu\text{m}$ ,  $250\mu\text{m}$  y  $1000\mu\text{m}$  y la ICS cuantificada con la helicidad y las intensidades de Han y de Stranden. Los valores de ICS se parametrizan con respecto a sus valores máximos en porcentaje, para poder realizar la comparación con las curvas de eficiencia en la misma gráfica. En la figura Figura 5-9 se muestra la relación entre eficiencia ( $\eta_s$ ) y la ICS, donde se puede observar la posición de los valores máximos de sus magnitudes, la cual concuerda entre ( $\eta_s$ ) y la ICS en la misma posición del ángulo de curvatura, con una ligera diferencia para cada diámetro de partícula.

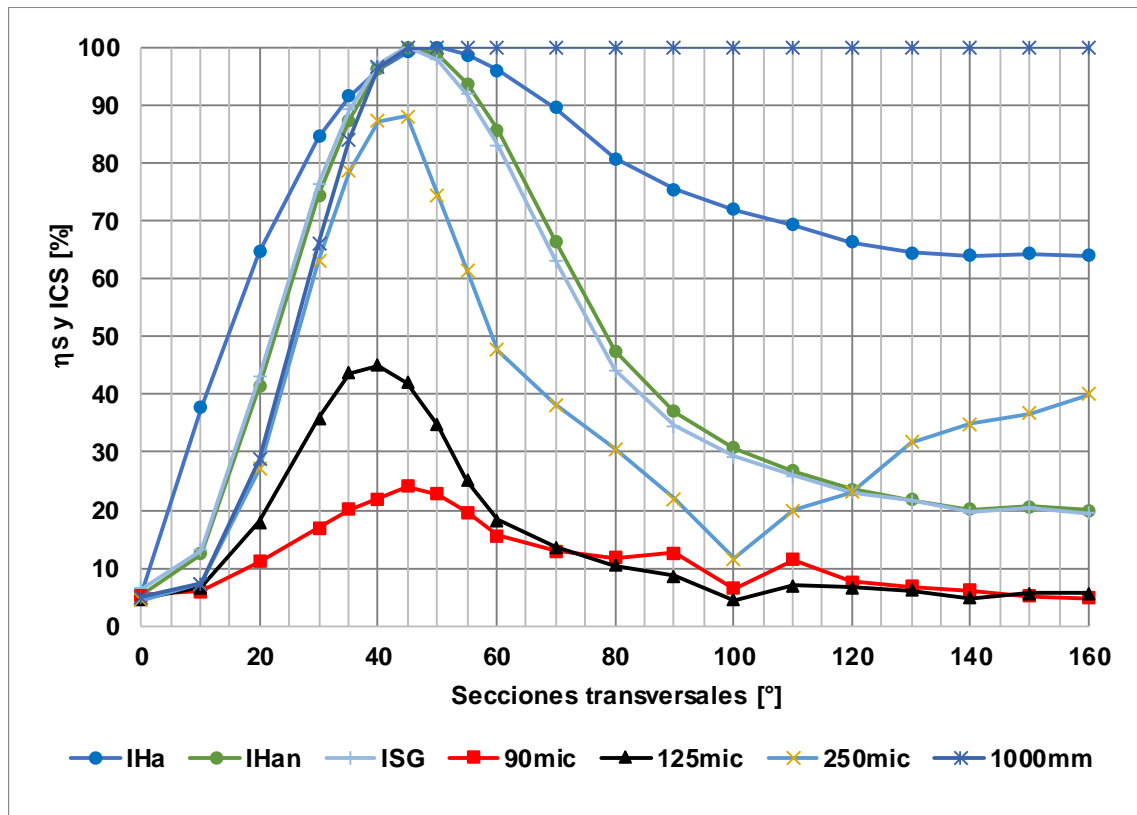


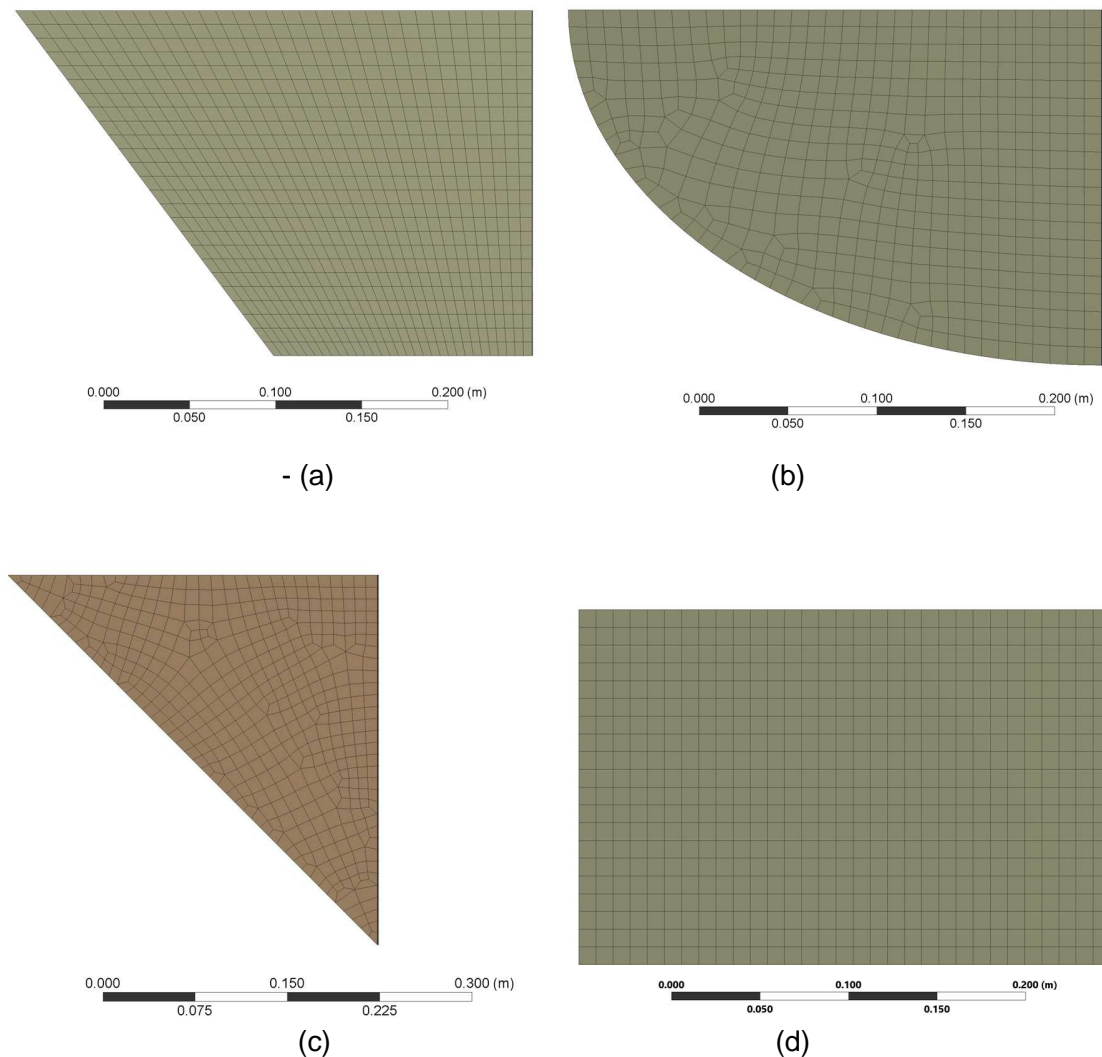
Figura 5-9: Comparación gráfica entre eficiencia y ICS.

Después de que la ICS alcanza su valor máximo, esta desciende suavemente a un valor menor hasta alcanzar el final de la curva del canal, pero sin llegar a un valor de cero, lo que el flujo secundario seguirá actuando aguas debajo del final de la curva del canal y, para algunos tamaños de partículas, este flujo secundario sería suficiente para seguir generando movimiento helicoidal en dicha partícula y, en términos de eficiencia, se logre uno o más máximos incluso, cuando se haya terminado la curva física del canal. De esto surge el interrogante ¿hasta dónde el flujo secundario continúa actuando aguas debajo de la curva del canal?, aunque para efectos del proceso de separación es de mayor interés aquella localización donde sucede el primer valor máximo de eficiencia dentro de la curva.

### 5.2.5 Efecto de la sección transversal sobre la eficiencia

Teniendo en cuenta que el análisis precedente se ha realizado con canales de sección transversal rectangular, se estudia adicionalmente el efecto que tiene una sección trapezoidal, una elíptica (un cuarto de elipse) y una triangular, sobre la eficiencia de separación, en la Figura 5-10 se muestra las cuatro secciones transversales analizadas.



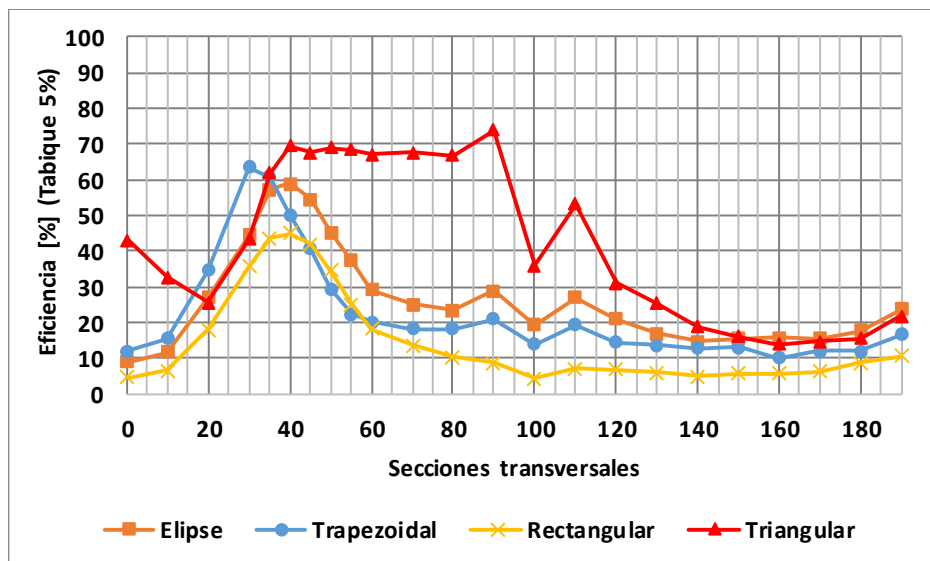


**Figura 5-10:** Secciones transversales del canal curvo. (a) Trapezoidal. (b) Elíptica. (c) Triangular. (d) Rectangular.

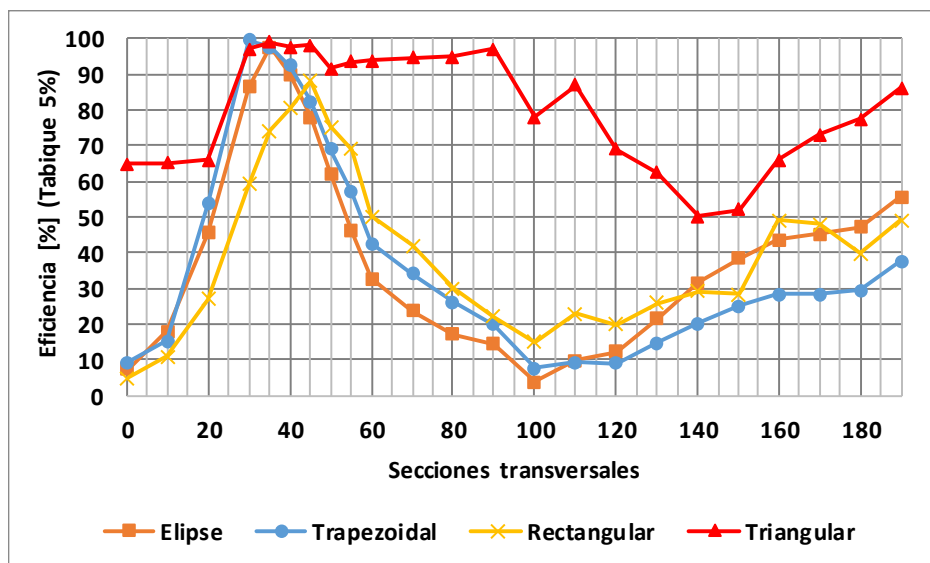
Las figuras están a la escala indicada. En las figuras (a), (b) y (c), la pared recta vertical corresponde a la pared interna en la curva del canal.

Para evaluar este efecto se grafican las eficiencias calculadas a lo largo del canal como se indica en la Figura 5-11 para diámetros de partícula de 125 micras y 250 micras, siguiendo la misma metodología anteriormente descrita, en las cual se puede observar que la sección transversal elíptica y la trapezoidal presentan valores de máxima eficiencia similares, pero ligeramente mayores ( $\approx 15\%$ ), a la eficiencia correspondiente a la sección rectangular. La eficiencia lograda con las tres secciones tiene un comportamiento similar, alcanzando eficiencias máximas en un rango muy estrecho del ángulo de curvatura. Obsérvese, en la Figura 5-11 (b), que para partículas de diámetro 250 micras también se observa un segundo punto de alta eficiencia al final del canal para las secciones trapezoidal y elipsoidal, por lo tanto, se considera que el paso helicoidal no se ve afectado por el tipo de sección transversal. Este segundo valor máximo de la eficiencia presentado por las partículas de 250 micras y no mostrado para las partículas de 125 micras implica que las partículas grandes tienen una trayectoria helicoidal más corta que las partículas pequeñas.





(a)



(b)

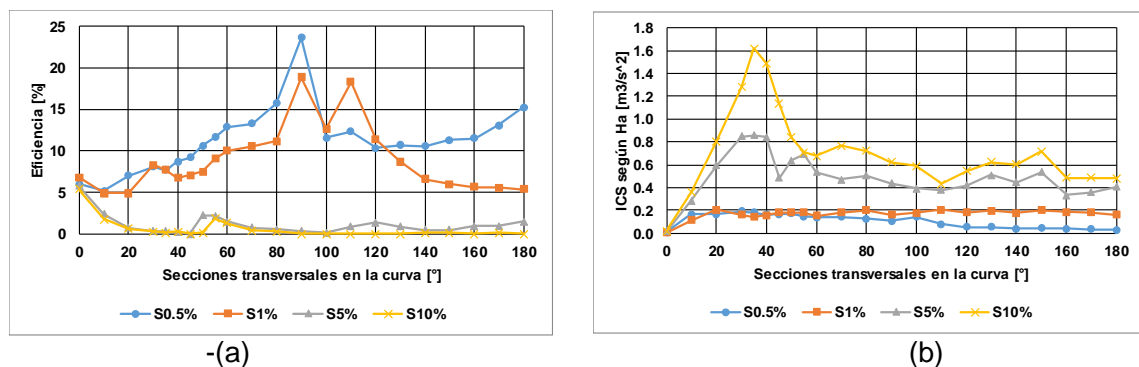
**Figura 5-11:** Comparación gráfica del efecto de la geometría de la sección transversal sobre la eficiencia de separación en la curva del canal.  
(a) Partícula de 125 micras. (b) Partícula de 250 micras.

Las secciones no rectangulares, son más eficientes ya que combinan las ventajas de la velocidad de sedimentación de la partícula debido a las fuerzas de gravedad y las fuerzas sobre las partículas generadas por el flujo secundario. Analizando el caso más extremo, que lo constituye la sección triangular, cualquier partícula que alcance por sedimentación un nivel cercano a la pared inclinada externa, llegará a las proximidades de la pared interna del canal, solamente por efectos de la gravedad, como si fuera un tanque de fondo cónico. Adicionalmente, otras partículas en el interior del flujo serán conducidas a la parte interna

de la curva por efecto exclusivo del flujo secundario y así, la combinación de estos dos efectos, se ve reflejado en el incremento de la eficiencia en el canal de sección transversal, lo cual es notorio como se incrementa la eficiencia en una sección transversal triangular con respecto a las secciones restantes, para el tamaño de 125 y 250 micras.

### 5.2.6 Efecto de la pendiente del canal sobre la eficiencia

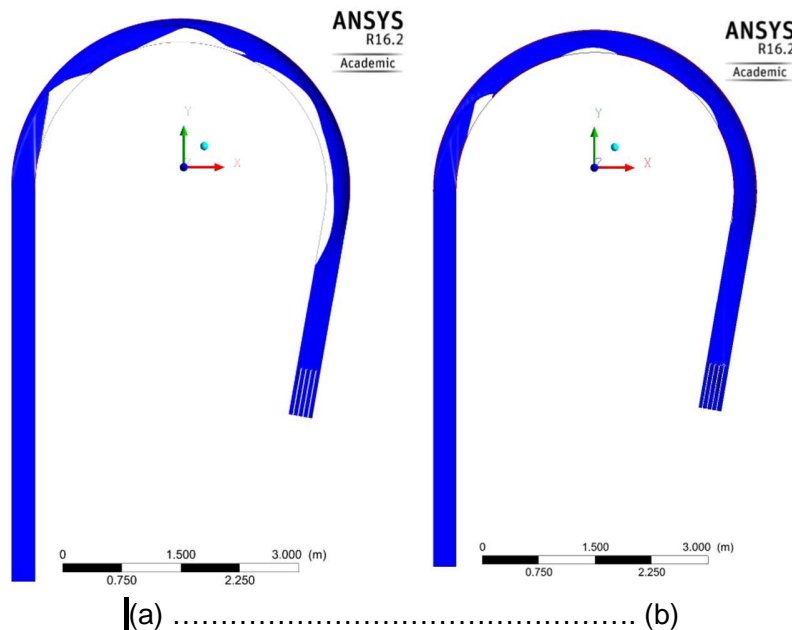
A continuación, se analiza el efecto que tiene la pendiente longitudinal del canal sobre la eficiencia de separación de partículas, siendo este factor uno de los más difíciles de evaluar físicamente, ya que construir canales curvos con pendiente longitudinal conlleva grandes inconvenientes prácticos para su construcción y medición de los parámetros hidrodinámicos. Por ejemplo, medir con el ADV el campo de velocidades en canal de alta pendiente es una tarea bastante complicada, incluso medir el campo de velocidades en la curva del canal con un PIV se convierte en un gran reto. En este sentido, la modelación numérica se convierte en la herramienta más accesible para estudiar el efecto de la pendiente sobre la eficiencia. En la Figura 5-12(a) se muestra la variación de la eficiencia de separación según la pendiente y se puede observar que el efecto de la pendiente del canal en el tramo recto es despreciable, sin embargo, a lo largo de la curva del canal el efecto de la pendiente es dramático: para las pendientes altas (5% y 10%) la eficiencia cae prácticamente a cero, incluso en secciones cercanas a la entrada a la curva. El efecto de la pendiente del canal sobre la helicidad absoluta, se muestra en la Figura 5-12 (b), el cual se incrementa notoriamente cuando el fondo del canal se vuelve más empinado, tanto los gradientes de velocidad como el vector velocidad, aportan a dicho incremento, esto quizá es consecuencia del movimiento caótico de agitación que sufre el flujo en la curva.



**Figura 5-12:** Comparación gráfica del efecto de la pendiente.

(a) Efecto de la pendiente sobre la eficiencia de separación para tamaño de partícula de 90 micras. (b) Efecto de la pendiente sobre la helicidad absoluta.

La gran deformación de la superficie del agua en la curva del canal produce separación completa de flujo del fondo del canal en algunas áreas, como se puede observar en la Figura 5-13, lo que ejerce gran influencia para lograr una buena separación de partículas, abriendo una senda de discusión compleja de cuál es el efecto de la hidrodinámica del flujo sobre la trayectoria de las partículas en un flujo supercrítico en un conducto curvo.



**Figura 5-13:** Variación de la superficie del agua en el canal. (a) 10% de pendiente. (b) 5% de pendiente.

Para usar un separador de partículas con base a un canal curvo con pendiente es necesario disipar la energía a la entrada sobre el flujo en la curva, para ello se puede construir un canal con una curva más suavizada incrementando el radio de curvatura. También se podría alargar la longitud de desarrollo de la curva en forma helicoidal, donde la primera parte de la curva haría las veces de disipador de energía, hasta llegar a cierta longitud donde la lámina de agua se estabilice.

Según los resultados encontrados se puede concluir que la pendiente ejerce un efecto desfavorable para maximizar la eficiencia de separación en canales con curvatura menor a  $190^\circ$ , lo cual no significa que para curvas con más desarrollo angular el efecto pueda cambiar.

### 5.3 Efecto de la geometría general del canal

Para este análisis se recurre al método del diseño estadístico de experimentos (DEE) el cual nos permite conocer: (1) el número de experimentos numéricos a realizar; (2) la combinación de los factores y sus niveles a mínimo costo; (3) La significancia de los factores a un nivel de confianza deseado, por lo general se trabaja a 95% de confianza; (4) permite conocer si dos o más factores actúan en interacción uno con otro, (el efecto sobre la variable de respuesta de cada factor no es independiente); (5) el modelo lineal o cuadrático (u otro si se aplica transformación logarítmica, raíz cuadrada, etc.) que mejor se ajusta a los valores de la variable de respuesta visualizando su comportamiento en una superficie de respuesta y; (6) los valores de máximos y mínimos de la variable de respuesta en la región de experimentación. A continuación, se sigue la metodología paso a paso necesaria para conocer esta información.

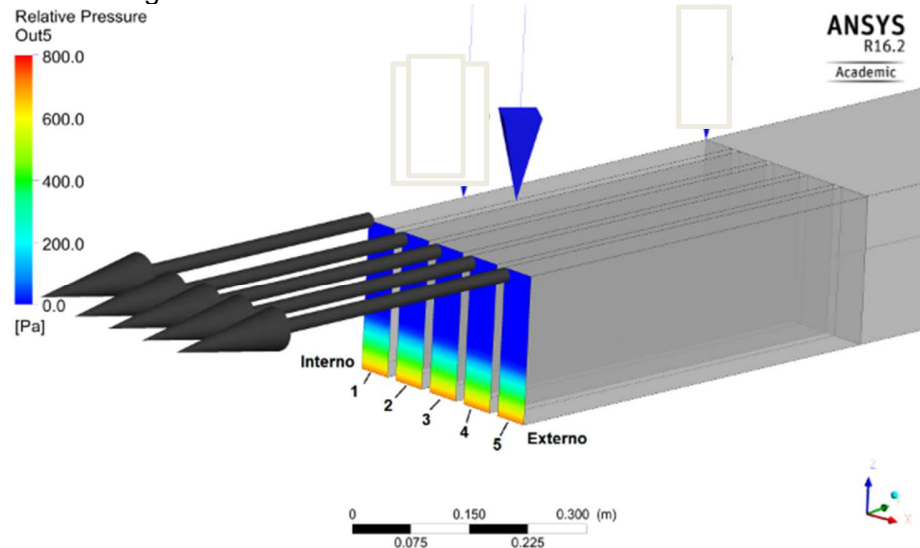
### 5.3.1 Definición de las variables de respuesta

- **Eficiencias de separación**

Las variables de respuesta son las magnitudes físicas o numéricas, sobre las cuales se quiere evaluar el efecto que producen los forzadores, parámetros, o simplemente variables independientes en el fenómeno en estudio. Como el objeto en este trabajo es evaluar el efecto que produce la variación de la geometría general del canal en ( $\eta_{as}$ ), ésta se constituye en la variable de respuesta. En función del flujo másico ( $\eta_s$ ) es dada como:

$$\eta_s = \frac{Q_{SD}}{Q_{SA}} * 100 \quad (5.1)$$

donde  $Q_{SD}$  es el flujo másico de partículas en la descarga y  $Q_{SA}$  es el flujo másico de partículas en la alimentación. Como la salida del canal está constituida por cinco salidas, la descarga la constituye la salida número uno (1) y el rebose las salidas restantes, como se muestra en la Figura 5-14.



**Figura 5-14:** Esquema de la salida del canal con cinco divisiones.

Ajustando la definición de eficiencia a este caso, se tiene:

$$\eta_p = \frac{Q_{S1}}{\sum_{i=2}^5 Q_{Si}} * 100 \quad (5.2)$$

Es de tener en cuenta que  $\eta_p$ , es la eficiencia promedio considerando todas las partículas que se evacúan por la salida No 1, en forma de flujo másico para partículas entre 64 micrones y 1000 micras inyectadas en la entrada mediante la RRD, (se dejó el mismo rango de tamaño de partículas evaluado en la experimentación física). Los resultados del modelo numérico producen el flujo másico por cada tamaño de partícula y por cada salida y también el flujo másico de partículas promedio en kgm/s, como se indica en el siguiente resultado.

---

Inlet	4.9996E-02
Out1	-4.3172E-02
Out2	-2.6850E-03
Out3	-2.1900E-03
Out4	-1.2000E-03
Out5	-6.1000E-04

Según el análisis realizado en la primera parte de este capítulo, se encontró que la eficiencia posee un valor máximo, calculada con base a la colocación de un tabique “imaginario”, esta eficiencia tiene el potencial de convertirse en una variable de respuesta adicional, y diferente a la eficiencia medida a la salida del canal, en adelante se llamará  $\eta_{\max}$ , la cual adquiere importancia ya que conociendo su posición dentro de la curva del canal, es posible implementar otro tipo de captaciones para la remoción de partículas.

- **Intensidad de corrientes secundarias**

Las variables de respuesta para cuantificar la ICS, definidas anteriormente, son la helicidad absoluta ( $H_a$ ) y la intensidad de Han ( $I_H$ ). Se estudiará el efecto que tiene la geometría general del canal sobre el valor máximo localizado dentro de la curva.

- **Sobre-altura de la superficie del agua**

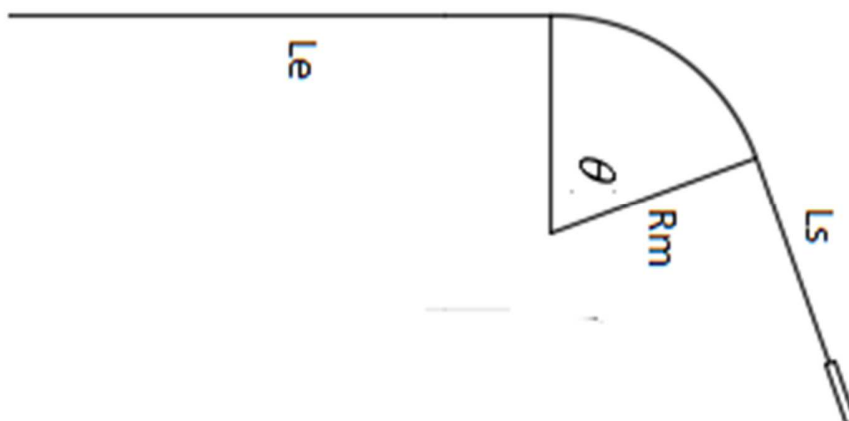
Teniendo en cuenta que el modelo EEH calcula la superficie del agua en la curva, es posible obtener la sobre elevación ( $\Delta h$ ) máxima entre los niveles interno y externo de la curva para cada simulación del arreglo experimental. Es de interés  $\Delta h$ , ya que su valor se lo considera como criterio para aplicar la aproximación “Rigid Lid” (RLA), para modelar el campo de velocidades en un canal curvo, si  $\Delta h/h_p < 10\%$ ,  $h_p$  es la profundidad del agua promedio en el canal recto antes de la curva. Para agua limpia se ha planteado la siguiente ecuación, producto de aplicar la segunda ley de Newton al flujo en una curvatura, (Procter, 2012).

$$\Delta h = \frac{kTV^2}{gR_m} \quad (5.3)$$

donde,  $T$  es el ancho hidráulico del canal, medido en la superficie del agua;  $V$  es la velocidad media del flujo,  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $R_m$  es el radio de curvatura del canal medido en el eje y  $k$  es un número adimensional que corrige el efecto de viscosidad y ordenamiento vertical debido a la distribución de velocidades. Se ha encontrado en la literatura que el valor de  $k$  puede variar entre 0.1 y 10 (Procter, 2012). En el caso de flujo de agua y sólidos en un canal curvo, seguramente el valor de  $k$  dependa de la concentración volumétrica  $C$  y el coeficiente de arrastre de las partículas  $C_D$ . Como se conoce los niveles de agua y las condiciones del flujo, se calcula el valor de  $k$  para cada simulación y se realiza el análisis ANOVA estableciendo una correlación para estimar su valor.

### 5.3.2 Definición de los factores

Se definen cuatro variables básicas, que en adelante se llamarán factores, para el análisis: el ángulo de curvatura ( $\theta$ ), el radio medio medido al eje del canal ( $R_m$ ), la longitud de entrada ( $L_e$ ) y longitud de salida ( $L_s$ ), como se indica en la Figura 5-15.



**Figura 5-15:** Representación geométrica de los factores de la geometría general del canal.

Los niveles de los factores se establecieron como una extensión del canal construido en laboratorio Tipo C2. Definir la región de experimentación inicial limitada por los niveles de los factores no es tarea sencilla, ya que el reto es identificar una superficie de respuesta, de la cual no se conoce su forma. Los niveles de los factores se seleccionaron con el criterio de que puedan ser verificados físicamente, si ello fuera requerido, y no extrapolar la calibración del modelo numérico a zonas que no puedan ser verificadas experimentalmente; en este caso se partió de una geometría conocida (canal Tipo C2), a la cual se le realizan modificaciones controladas, próximas a las consideradas en la experimentación física, asignando valores reales a los factores de tal manera que tengan representación física, los niveles de cada factor se relacionan en la Tabla 5-1, donde se define un valor máximo, medio y mínimo.

**Tabla 5-1:** Niveles reales de los factores.

Nivel*	$\theta$ [°]	$R_m$ [m]	$Le$ [m]	$L_s$ [m]
Min	70	0.825	1	0.1
Med	130	1.4125	3	1.05
Max	190	2	5	2

\*:El nivel en DEE refiere al valor o magnitud que se le asigna a cada factor

Para generalizar el valor dimensional de los factores, éstos se transforman en números adimensionales, parametrizándolos con dimensiones y condiciones de flujo del canal. El factor  $R_m$  se incluye en el número de Dean,  $De = (V W / \nu) (H / R_m)^{0.5}$ , donde  $V$  es la velocidad media del flujo,  $W$  es el ancho del canal,  $\nu$  es la viscosidad cinemática del fluido y  $H$  es la profundidad del flujo a la entrada del canal. Los factores  $Le$  y  $L_s$  se adimensionalizan con  $W$ . Los niveles de estos factores adimensionales se indica en la Tabla 5-2.

**Tabla 5-2:** Valores de los números adimensionales.

Nivel	$\theta$ [°]	De	$Le/W$	$L_s/W$
Min	70	55507	3.333	0.333
Med	130	42421	10	3.5
Max	190	35650	16.667	6.6667

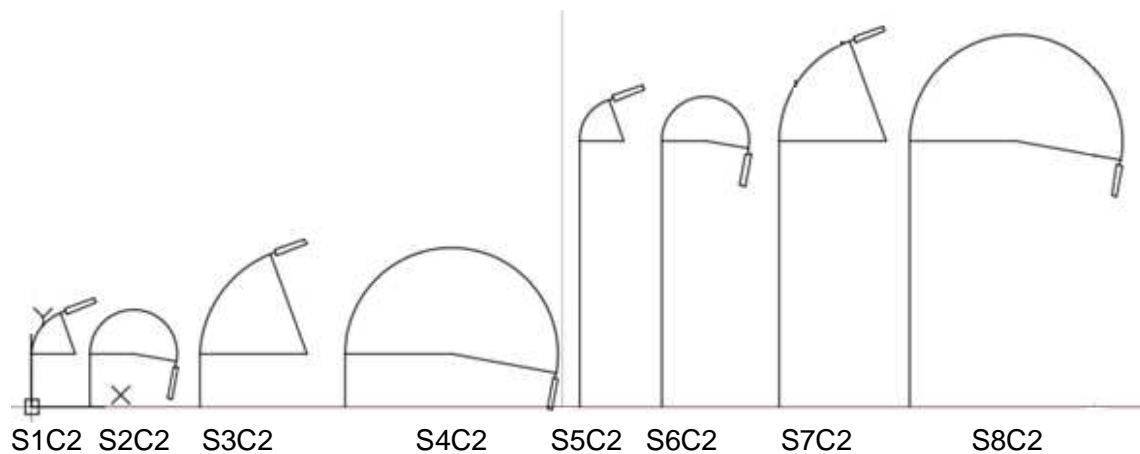
### 5.3.3 Diseño DEE

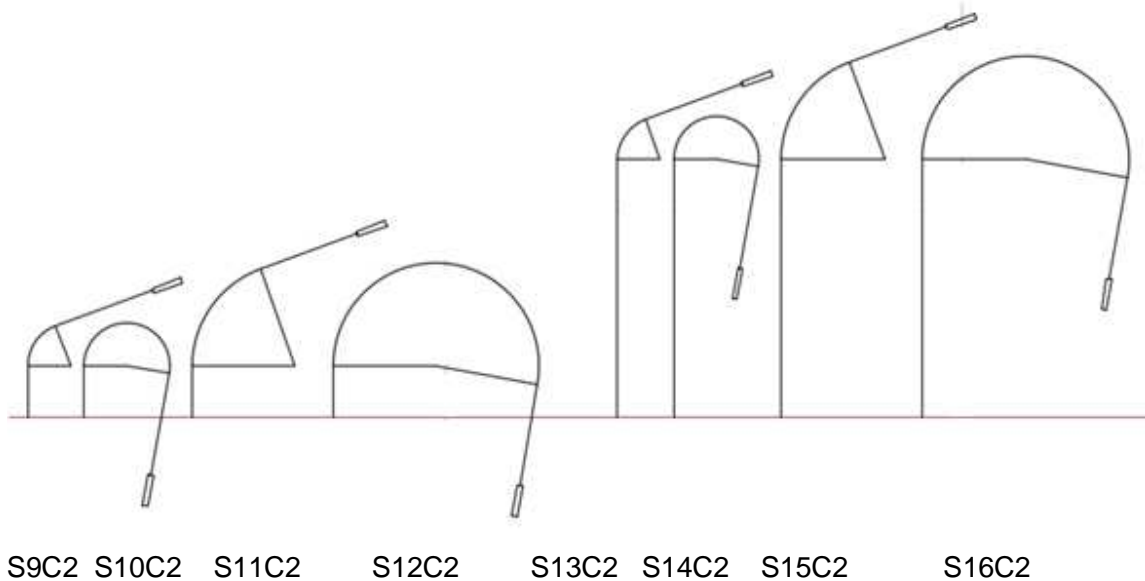
El DEE se realizó por medio del software STATGRAPHICS Centurion, en su versión de prueba. Como se tienen cuatro factores ( $k$ ), se diseñó un factorial completo con cero réplicas  $2^k$ , para obtener un arreglo experimental de 16 experimentos numéricos. El diseño se indica en la Tabla 5-3, con niveles codificados (Un nivel codificado varía entre (-1) y (1), donde (-1) indica el mínimo valor y (1) indica el valor máximo).

**Tabla 5-3:** Arreglo experimental factorial completo  $2^k$  con valores codificados.

No	$\theta$	Rm	Le	Ls	No	$\theta$	Rm	Le	Ls
S1C2	-1	-1	-1	-1	S9C2	-1	-1	-1	1
S2C2	1	-1	-1	-1	S10C2	1	-1	-1	1
S3C2	-1	1	-1	-1	S11C2	-1	1	-1	1
S4C2	1	1	-1	-1	S12C2	1	1	-1	1
S5C2	-1	-1	1	-1	S13C2	-1	-1	1	1
S6C2	1	-1	1	-1	S14C2	1	-1	1	1
S7C2	-1	1	1	-1	S15C2	-1	1	1	1
S8C2	1	1	1	-1	S16C2	1	1	1	1

La representación esquemática de las geometrías correspondientes a cada experimento numérico, se indica en la Figura 5-16, en la que se observa un amplio rango de variación de estos factores, lo cual permitirá cuantificar la eficiencia en una región experimental más extensa.





**Figura 5-16:** Esquemas de geometrías básicas según el arreglo experimental. El rectángulo al final del tramo recto después de la curva indica la zona de captación.

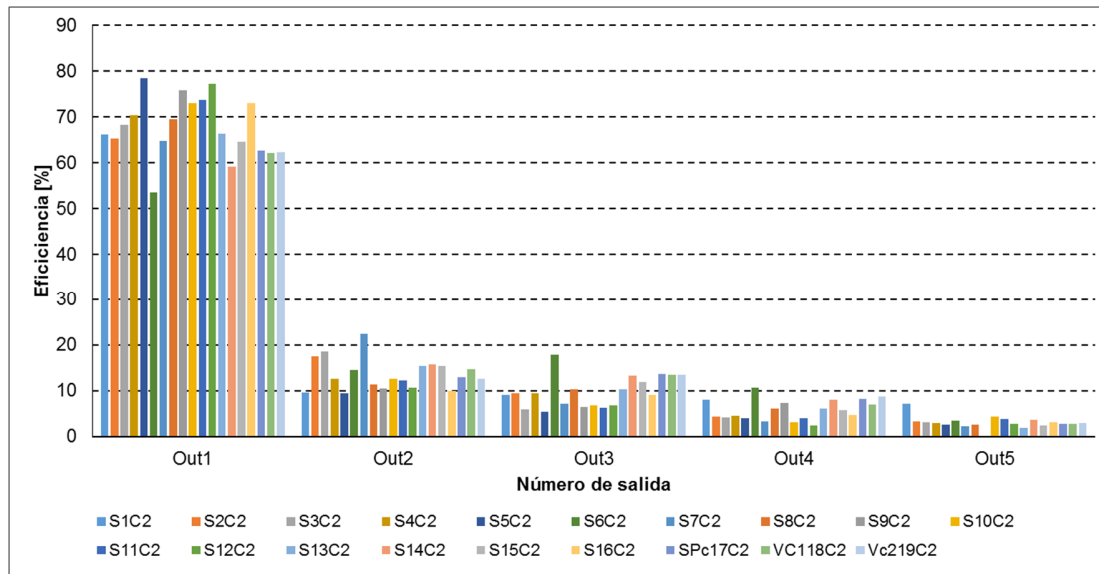
### 5.3.4 Ejecución del DEE

Las simulaciones de cada caso se hicieron con el software CFX usando la configuración del modelo numérico producto de la validación; solamente se cambia la geometría de los canales y se malla con en las mismas formas geométricas.

En la

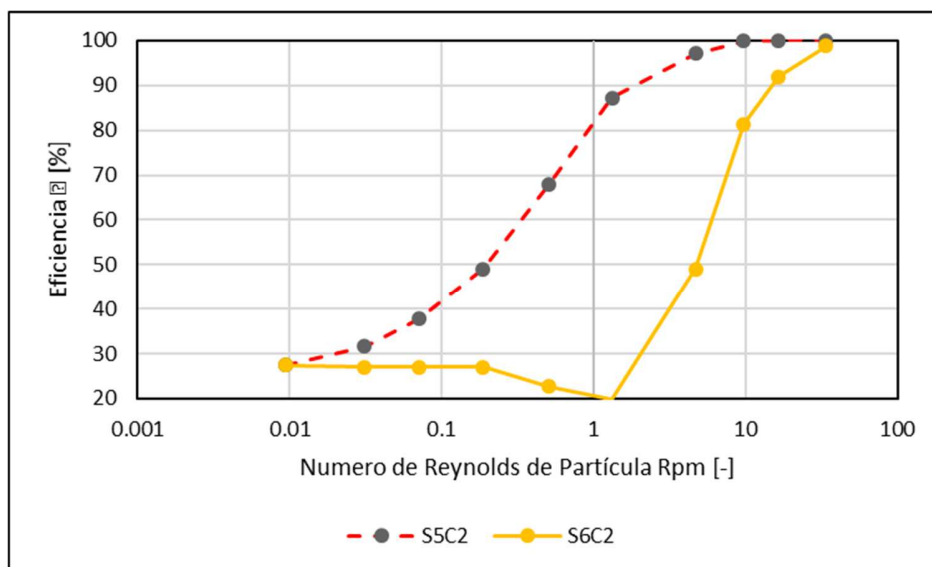
Figura **5-17** se presentan los valores de  $\eta_p$  por cada una de las salidas aplicando la ec. (5.2) a cada salida, en porcentaje. Se observa que todas las simulaciones presentan un comportamiento general similar, con una eficiencia por la salida (Out1), muy superior a las restantes. Nótese que el flujo de masa por la salida uno, corresponde a la eficiencia del canal por dicha abertura y que será el material sólido a remover del flujo del agua. Es de notar también las eficiencias tienen el mismo comportamiento que los datos experimentales, tanto físicos como numéricos, abordados en la validación. Se puede identificar de esta figura que la simulación número cinco (S5C2) fue la que produjo mayor eficiencia con un valor de 78.4%, y la configuración número seis (S6C2), la de menor eficiencia con un valor de 53.1%.





**Figura 5-17:** Distribución de masa de partículas en las salidas del canal C2.

Como el modelo estadístico solo acepta un valor numérico como variable de respuesta, fue necesario usar la eficiencia promedio calculada con la ec. (5.2), de todas las partículas, como variable respuesta, medida confiable de la variación de las curvas de eficiencia de varias partículas sólidas. Graficando la variación de la eficiencia en función del  $R_{pm}$ , para las simulaciones S5C2 y S6C2, se puede establecer (Figura 5-18) que la eficiencia promedio según el tamaño de partícula cuantifica apropiadamente la diferencia entre las curvas de eficiencia.



**Figura 5-18:** Curvas de eficiencia mínima y máxima resultado de las simulaciones definidas en el DEE.

### 5.3.5 Puntos al centro

Para establecer los puntos al centro vecinos cercanos, según se explicó en el Anexo A, es necesario conocer los coeficientes de regresión y el cuadrado medio del error MSE. Para ello es necesario recordar la expresión del modelo de RLM dado por (Gutiérrez and De la Vara, 2012).

“Sea  $X_1, X_2, \dots, X_k$  variables independientes o regresoras, y sea  $Y$  una variable de respuesta, entonces el *modelo de regresión lineal múltiple* con  $k$  variables independientes es el polinomio de primer orden:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_j X_k + \varepsilon \quad (5.4)$$

donde los  $\beta_j$  son los parámetros del modelo que se conocen como *coeficientes de regresión* y  $\varepsilon$  es el error aleatorio, con media cero,  $E(\varepsilon) = 0$  y  $V(\varepsilon) = \sigma^2$ . ( $\sigma$  es la desviación estándar). Si en la ecuación (5.3)  $k = 1$ , estamos en el caso de regresión lineal simple y el modelo es una línea recta; si  $k = 2$ , tal ecuación representa un plano. En general, la ecuación (5.3) representa un hiperplano en el espacio de  $k$  dimensiones generado por las variables”.

Una vez se tiene ejecutado el diseño factorial completo  $2^k$ , se obtiene un modelo de regresión lineal múltiple, *RLM*, con los factores principales para obtener el MSE y los coeficientes de regresión lineal ( $\beta_j$ ) (obtenidos de Excel), obtenidos del análisis ANOVA de la regresión cuyos resultados se muestran en la Tabla 5-4.

**Tabla 5-4:** ANOVA de la RLM.

	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor crítico de F
Regresión	4	251.711947	62.9279867	1.34734016	0.30880303
Residuos	12	560.464138	<b>46.7053448</b>		
Total	16	812.176085			

Los valores de  $\beta_j$  con factores principales, son:  $\beta_0=68.8249965$ ;  $A= \beta_\theta=-0.0211114$ ;  $B= \beta_{Rm}=2.93557635$ ;  $C= \beta_{Le}=-1.38314763$  y  $D= \beta_{Ls}=1.96948973$ . Con el valor del MSE = **46.7053448** y los  $\beta_j$  de la regresión se calculan los niveles de los factores de los vecinos cercanos, usando la metodología propuesta en el Anexo A. Se incluyen tres puntos al centro, uno el punto al centro puro y dos vecinos cercanos, como se indica en la Tabla 5-5, junto con el valor de la eficiencia.

**Tabla 5-5:** Niveles de puntos al centro y su correspondiente valor de la eficiencia.

No de Experimento	$\theta$	$R_m$	$L_e$	$L_s$	$\eta_p$
Pc	130	1.4125	3.0	1.05	62.67
Vc1	120	1.4125	3.0	1.05	62.18
Vc2	140	1.4125	3.0	1.05	62.33

### 5.3.6 Análisis estadístico ANOVA

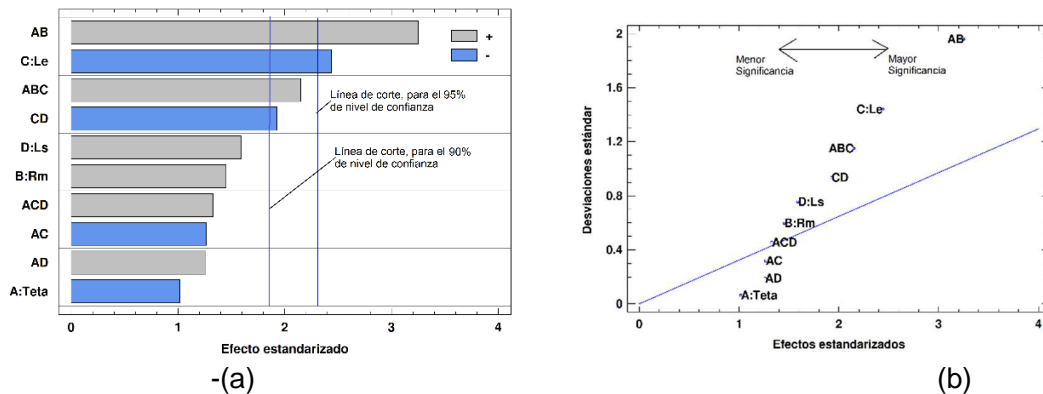
Se realizó el análisis ANOVA con los datos de experimentación numérica de la Figura 5-17, con el objeto de establecer que parámetros resultan ser significativos y obtener un modelo de regresión que explique adecuadamente los datos de las simulaciones numéricas. En la Tabla 5-6, se muestra el mejor resultado del análisis ANOVA, y donde se puede observar que los factores **A** y **B** en su interacción **AB** son los más significantes, junto con el factor **C**, para un nivel de confianza del 95%, ya que el Valor-P es menor a 0.05. El factor **D** solo es significativo con un nivel de confianza del 90%, pero solo si interactúa con el factor **C**. La no significancia de los otros factores e interacciones no necesariamente quiere decir que se eliminen del modelo de regresión, según el criterio de la R-cuadrada ajustada ( $R^2_{\text{ajus}}$ ), los factores no significativos se eliminan del modelo de regresión, hasta que, al eliminar un efecto, la ( $R^2_{\text{ajus}}$ ) no disminuya en un porcentaje igual o mayor al 3%.

**Tabla 5-6:** Mejor ANOVA de la optimización de la eficiencia según parámetros geométricos.

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
A:Teta	18.4811	1	18.4811	1.04	0.3387
B:Rm	37.5871	1	37.5871	2.11	0.1848
C:Le	106.037	1	106.037	5.94	0.0407
D:Ls	45.1085	1	45.1085	2.53	0.1505
AB	188.902	1	188.902	10.58	0.0116
AC	28.6216	1	28.6216	1.60	0.2410
AD	28.372	1	28.372	1.59	0.2429
CD	66.2589	1	66.2589	3.71	0.0902
ABC	82.4212	1	82.4212	4.62	0.0639
ACD	31.4904	1	31.4904	1.76	0.2207
Error total	142.777	8	17.8472		
Total (corr.)	776.056	18			

R-cuadrada = 81.6022 porciento, R-cuadrada (ajustada por g.l.) = 58.6049 porciento

La significancia de los factores se puede comprobar con la gráfica estandarizada de Pareto y con la gráfica de probabilidad mitad normal. Como se indica en la Figura 5-19, es claro el efecto que tienen los factores y sus interacciones en la eficiencia, según el efecto estandarizado, donde las líneas de corte indican el nivel de confianza del 95% y 90%. En la Figura 5-19b se observa que los factores de menor significancia sobre la eficiencia se encuentran más a la izquierda cercanos al cero (0), mientras que la interacción AB se aparta claramente del resto de factores e interacciones.



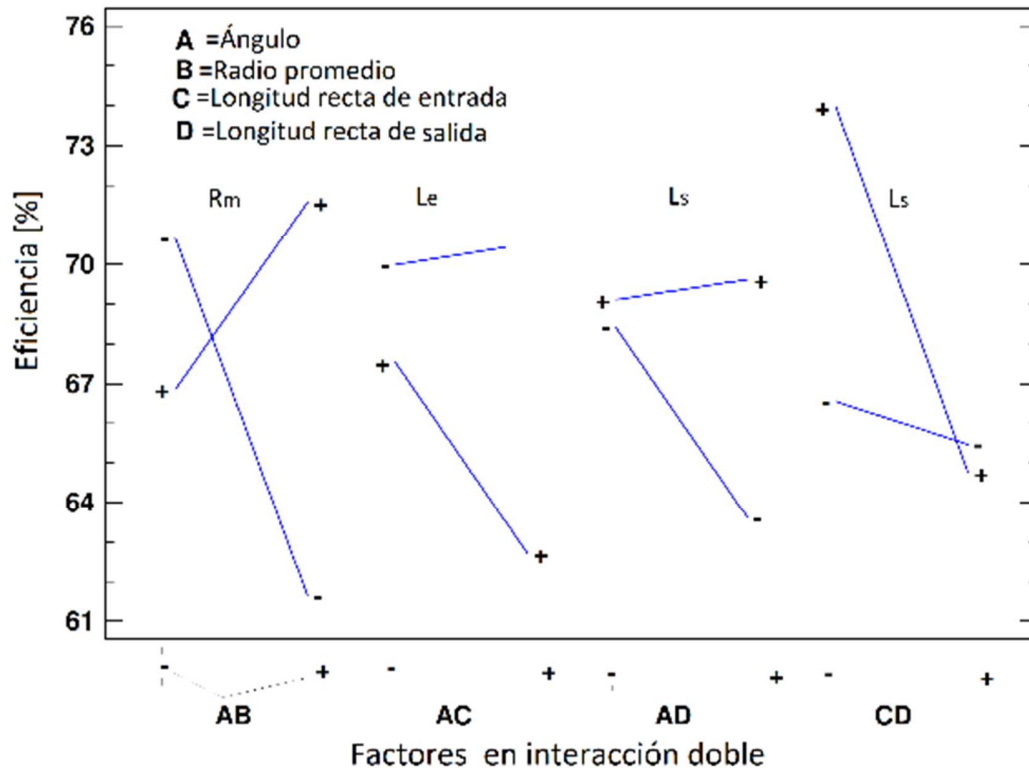
**Figura 5-19:** Significancia de factores sobre la eficiencia.

(a) Diagrama estandarizado de Pareto para la eficiencia. (b) Gráfica mitad-normal para la eficiencia.

En la Figura 5-20, se presentan los resultados de las interacciones de los factores estudiados que son significantes y forman parte del mejor análisis ANOVA. De esta figura se puede inferir que los factores AB son los que tienen mayor interacción, ya que las pendientes de las rectas son de sentido contrario, (si las rectas son paralelas no existe interacción entre factores). Para maximizar la eficiencia, por lo tanto, se debe tener en cuenta esta interacción, por ejemplo, en los factores AB, ( izquierda de Figura 5-20), si se aumenta el factor A de (-) a (+), se obtiene que la eficiencia puede aumentar o disminuir, dependiendo el nivel en que se encuentre el factor B, en este caso la eficiencia se maximiza con estos dos factores cuando el ángulo  $\theta$  es máximo (+) y el radio  $R_m$  es máximo (+), que sería el valor "maximun maximorum" de la eficiencia entre estos dos factores. Sin embargo, esta configuración no es necesariamente la más conveniente, ya que se puede conseguir una eficiencia similar con  $\theta$  mínimo (-) y  $R_m$  mínimo(-), caso en el cual no se justifica la construcción del dispositivo separador con dimensiones  $\theta$ (+) y  $R_m$  (+) para ganar tan solo el 1% en eficiencia. Un análisis adicional de la Figura 5-20 permite explicar por qué la simulación seis (S6C2), tiene la eficiencia mínima de todo el diseño experimental, resultado que se debe a que la configuración de los parámetros para mínima eficiencia son A(+) y B(-), C(+) y D(-). La correspondencia entre los datos experimentales obtenidos y el análisis estadístico es coherente en explicar este tipo de diferencias. El análisis es similar para la interacción de los factores restantes indicados en la Figura 5-20.

El modelo de RLM obtenido a partir del mejor análisis ANOVA es dado como:

$$\eta_p = 67.6869 - 1.07474 \text{ Teta} + 1.53271 \text{ Rm} - 2.57435 \text{ Le} + 1.67907 \text{ Ls} + 3.43604 \text{ Teta Rm} - 1.33748 \text{ Teta Le} + 1.33163 \text{ Teta Ls} - 2.03499 \text{ Le Ls} + 2.26965 \text{ Teta Rm Le} + 1.40291 \text{ Teta Le Ls}$$



**Figura 5-20:** Gráfica de interacción para la eficiencia.

$\eta_p$  está en porcentaje y los niveles de los factores codificados (-1, +1). El modelo obtenido mediante regresión sustituye al modelo numérico en la región de experimentación, lo cual lo convierte en un modelo simplificado que se puede usar para predicción, con la desventaja que no se puede extrapolar fuera de la región de experimentación. El óptimo se encuentra derivando la anterior correlación e igualando a cero para cada uno de los factores, obteniéndose un  $\text{valor óptimo} = 76.8659$ , con la configuración que se muestra en la Tabla 5-7.

**Tabla 5-7:** Configuración óptima para el modelo de ajuste lineal.

Factor	Bajo	Alto	Óptimo
$\theta$	-1.0	1.0	1.0
$R_m$	-1.0	1.0	1.0
$L_e$	-1.0	1.0	-1.0
$L_s$	-1.0	1.0	1.0

El modelo de regresión predice el valor de la eficiencia máxima que coincide con la simulación No 12, con una eficiencia de 77.32%, que comparada con el valor del óptimo de 76.8, la diferencia es relativamente pequeña. Esta diferencia se explica ya que el modelo de RLM posee una bondad de ajuste del  $R^2$  de 81%.

Como el diseño experimental se corrió con puntos al centro es posible verificar si el modelo lineal obtenido con RLM es suficiente para explicar los datos, o existe curvatura en el modelo (el término curvatura es para especificar que se pueden obtener mejores resultados con un polinomio de segundo grado en vez del modelo de regresión lineal) y sería necesario usar un modelo de segundo orden que incluya términos cuadráticos de los factores, según lo estipula (Gutiérrez and De la Vara, 2012).

Es frecuente que en la práctica se requieran modelos de mayor orden para explicar el comportamiento de  $Y$  en función de las variables regresoras. Por ejemplo, supongamos que se tienen dos variables independientes y que se sospecha que la relación entre  $Y$  y algunas de las variables independientes es cuadrática, por ello, quizá se requiera un polinomio de segundo orden como modelo de regresión:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_{12} X_1 X_2 + \beta_{11} X_1^2 + \beta_{22} X_2^2 + \varepsilon \quad (5.5)$$

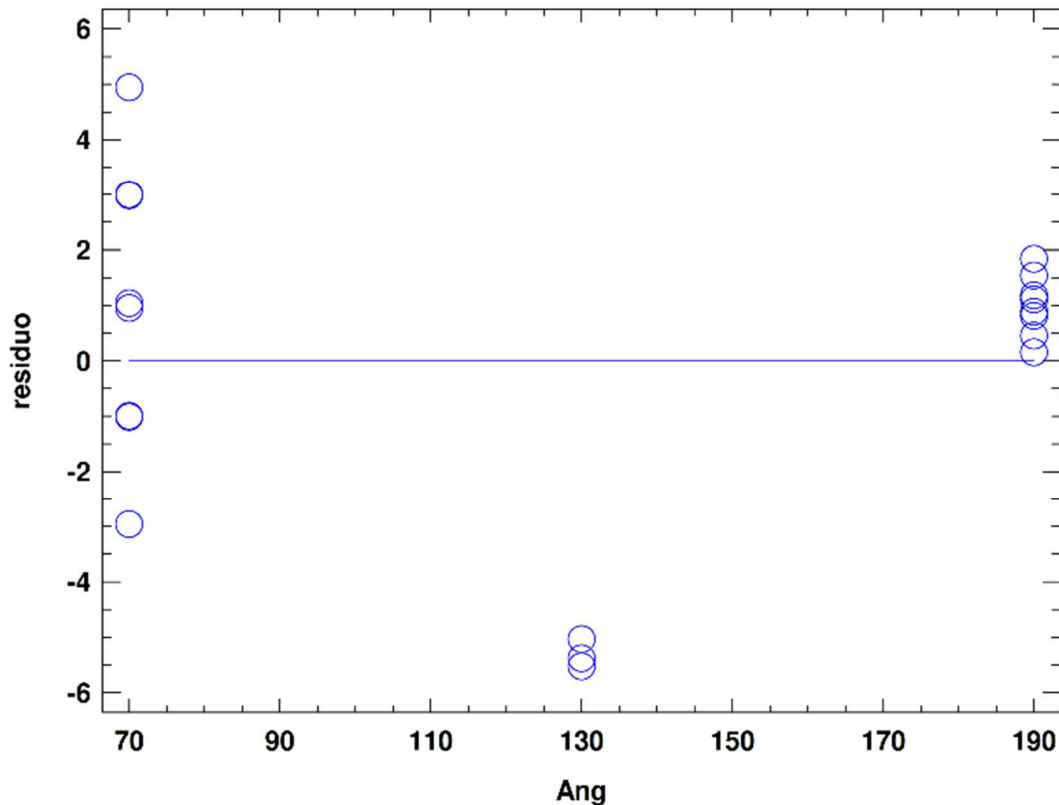
Se realiza la prueba de falta de ajuste y se obtiene el análisis ANOVA indicado en la Tabla 5-8, en la cual se puede observar que la falta de ajuste es significativa en un nivel de confianza del 95%, con un Valor- $P=0.0021 < 0.05$ . Esta falta de ajuste se puede confirmar examinando la gráfica de residuos contra los niveles de los factores (Figura 5-21), los puntos al centro tienen unos residuos más bajos que los puntos extremos y son negativos ya que el modelo de regresión lineal múltiple (RLM), sobreestima el valor de la eficiencia en estos puntos al centro. Como se confirma la falta de ajuste, el modelo es susceptible de mejorar con un modelo de segundo orden.

**Tabla 5-8:** Mejor ANOVA de la optimización de la eficiencia según parámetros geométricos.

<i>Fuente</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Gl</i>	<i>Cuadrado Medio</i>	<i>Razón-F</i>	<i>Valor-P</i>
A:Teta	18.4811	1	18.4811	286.19	0.0035
B:Rm	37.5871	1	37.5871	582.05	0.0017
C:Le	106.037	1	106.037	1642.02	0.0006
D:Ls	45.1085	1	45.1085	698.52	0.0014
AB	188.902	1	188.902	2925.21	0.0003
AC	28.6216	1	28.6216	443.22	0.0022
AD	28.372	1	28.372	439.35	0.0023
CD	66.2589	1	66.2589	1026.04	0.0010
ABC	82.4212	1	82.4212	1276.32	0.0008
ACD	31.4904	1	31.4904	487.64	0.0020
Falta de ajuste	142.648	6	23.7747	368.16	0.0027
Error puro	0.129154	2	0.0645771		
Total (corr.)	776.056	18			

R-cuadrada = 81.6022 porciento, R-cuadrada (ajustada por g.l.) = 58.6049 porciento

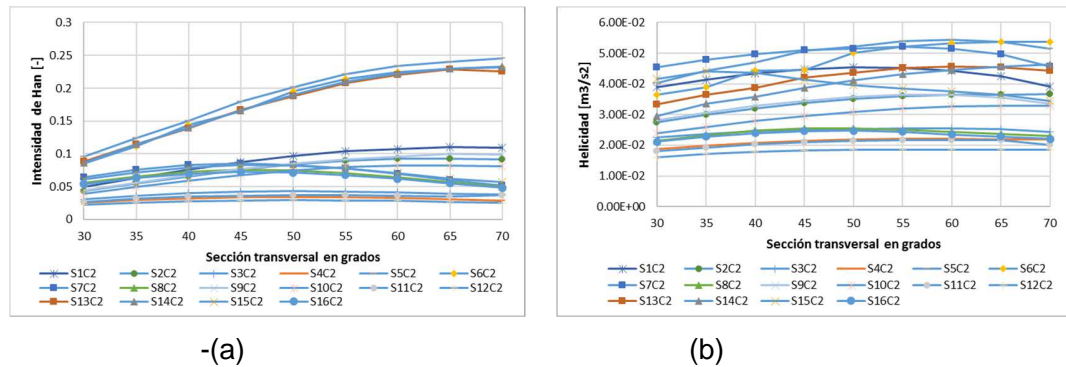
Gráfica de Residuos para Eficiencia

**Figura 5-21:** Gráfica de residuos contra niveles de factores.

Ang= ángulo de curvatura del canal  $\theta$ .

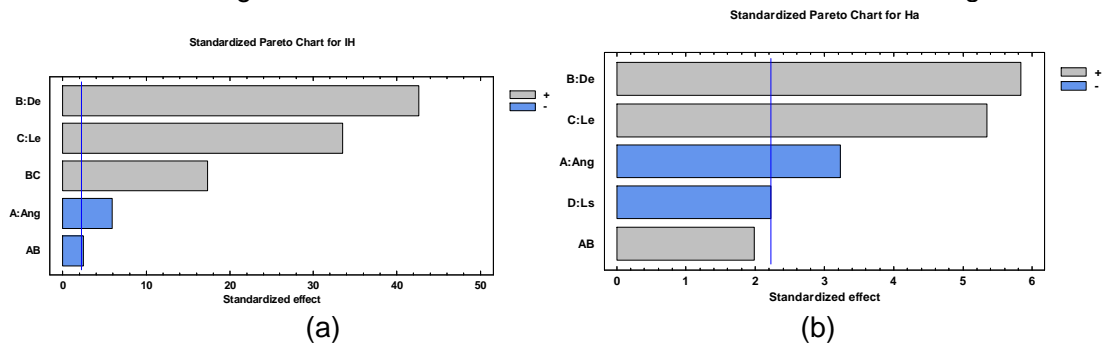
### 5.3.7 Análisis del efecto de factores sobre el flujo secundario

Para determinar el valor máximo de la intensidad de Han ( $I_{Han}$ ) y la intensidad según la helicidad absoluta ( $I_{Ha}$ ), fue necesario calcular estas magnitudes para diferentes ángulos de curvatura, aprovechando la información precedente donde se detectó, que este valor máximo se presenta aproximadamente para ángulos menores a  $65^\circ$ , su cálculo se realizó entre los ángulos de curvatura de  $30^\circ$  y  $70^\circ$  con variación cada  $5^\circ$ . Se construyeron sendas gráficas para las 16 simulaciones, donde se puede observar la variación de ( $I_{Han}$ ) y ( $I_{Ha}$ ) con respecto al ángulo de curvatura, como se muestra en la Figura 5-22. Obsérvese que para ( $I_{Han}$ ) se detectan dos valores máximos en la sección de  $45^\circ$  y  $60^\circ$ , realizando un análisis detallado se encontró que estos ángulos corresponden al radio máximo y radio mínimo, respectivamente; lo que indica, que al incrementar el radio de curvatura la posición del valor máximo de ( $I_{Han}$ ), se desplaza en dirección de la entrada de la curva. Este mismo efecto se puede observar en la ( $I_{Ha}$ ) donde las curva con menor valor en su magnitud tienden a presentar un valor máximo en  $45^\circ$  y las de mayor valor de  $I_{Ha}$  en un ángulo de  $60^\circ$ .



**Figura 5-22:** Variación de la ICS con respecto al ángulo de curvatura. Nomenclatura: (a) Intensidad de Han. (b) Helicidad absoluta.

Para determinar el efecto de la geometría general sobre ( $I_{Han}$ ) y ( $I_{Ha}$ ), se realizó un análisis estadístico ANOVA. Este permitió encontrar los factores con mayor significancia sobre los valores máximos de Intensidad. En este sentido, se obtuvo para la intensidad de Han, que los factores  $De$ ,  $Le$  y  $\theta$  son significantes a un nivel de confianza del 95%, el efecto de  $Ls$  resultó ser no significativo. Para la helicidad se obtuvo un comportamiento similar de la significancia de los factores, con la diferencia que la longitud de salida  $Ls$ , tiene una mayor significancia, en comparación con la intensidad de Han. El efecto de los factores se puede corroborar en el diagrama de Pareto estandarizado como se muestra en la Figura 5-23.



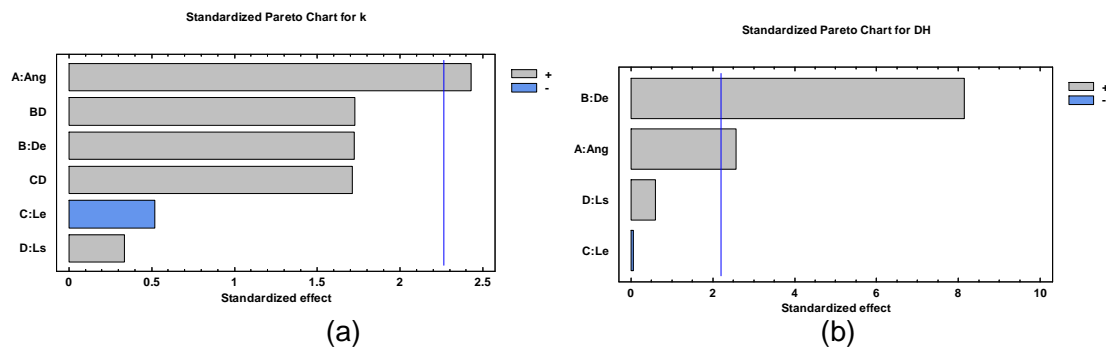
**Figura 5-23:** Efectos significativos sobre  $I_{Han}$  y  $I_{Ha}$ . - (a) Intensidad de Han. (b) Intensidad según la helicidad absoluta. Línea vertical (azul) de corte indica el nivel de confianza de 95%, ( $Ang=\theta$ ).

### 5.3.8 Análisis del efecto de factores en la sobre-elevación del agua

Como se conoce los niveles de agua y las condiciones del flujo, se calcula el valor del número adimensional  $k$  de ec. (5.3) para cada simulación, y se realiza el análisis ANOVA, encontrando que el ángulo de curvatura es significativo a un nivel de confianza del 95% y el número de Dean a un 85%, obteniéndose el siguiente modelo de regresión,  $k = 1.46636 + 0.00356009\theta - 0.00000165054 De - 0.031843 (Le/W) - 0.282213 (Ls/W) + 0.00000483171 De (Ls/W) + 0.00713178 (Le/W) (Ls/W)$ . Con este modelo de RLM se puede estimar el valor de ( $k$ ) y encontrar fácilmente el sobre nivel del agua  $\Delta h$ . Se realiza un análisis similar para el  $\Delta h$  parametrizado con respecto a la altura del agua promedio antes de la curva del canal, en porcentaje ( $\Delta h/h_p$ ), se encontró que  $De$  y  $\theta$  son significantes



con un nivel de confianza del 90%, donde la  $Le$  y  $Ls$  no tiene efecto significativo importante. En la Figura 5-24 se muestra el diagrama de Pareto para estas dos variables de respuesta.

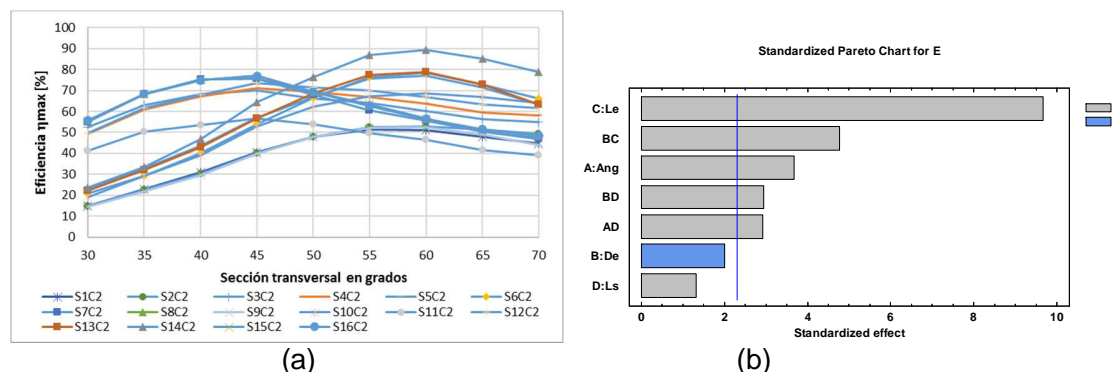


**Figura 5-24:** Efectos significativos sobre  $k$  y  $\Delta h$ .

-(a) Número adimensional ( $k$ ). (b) Sobrealtura ( $\Delta h$ ). Línea vertical de corte (azul) indica el nivel de confianza de 95%, ( $Ang=0$ ).

### 5.3.9 Análisis del efecto de factores sobre la eficiencia máxima

Como se había considerado antes, esta eficiencia corresponde al primer “pico” máximo de eficiencia que se presentan en la curva del canal  $\eta_{max}$ , y que es un valor diferente a la eficiencia obtenida al final del canal. Siguiendo el procedimiento similar, que aquel, para la helicidad, se obtuvo la variación de  $\eta_{max}$  en función del ángulo de curvatura entre  $30^\circ$  y  $70^\circ$ , como se muestra en la Figura 5-27. Se observa claramente que  $\eta_{max}$  presenta dos máximos uno a  $45^\circ$  y el otro a  $60^\circ$ , los cuales dependen del radio de curvatura, donde, para un radio mínimo el valor de  $\eta_{max}$  se desplaza hacia  $60^\circ$  y para radio máximo lo hace a  $45^\circ$ . Es de notar también que para un radio menor la eficiencia alcanza valores un poco mayores que para un radio máximo. Esto indica también que para elegir un radio de curvatura se debe iniciar por analizar un radio pequeño y estudiar las variables de respuesta incrementando paulatinamente su valor.



**Figura 5-25:** Efectos sobre la eficiencia máxima  $\eta_{max}$ .

-(a) Variación de  $\eta_{max}$  con respecto al ángulo de curvatura ( $\theta$ ). (b) Diagrama de Pareto para  $\eta_{max}$ . La línea vertical (azul) de corte indica el nivel de confianza de 95%, ( $Ang=0$ ).

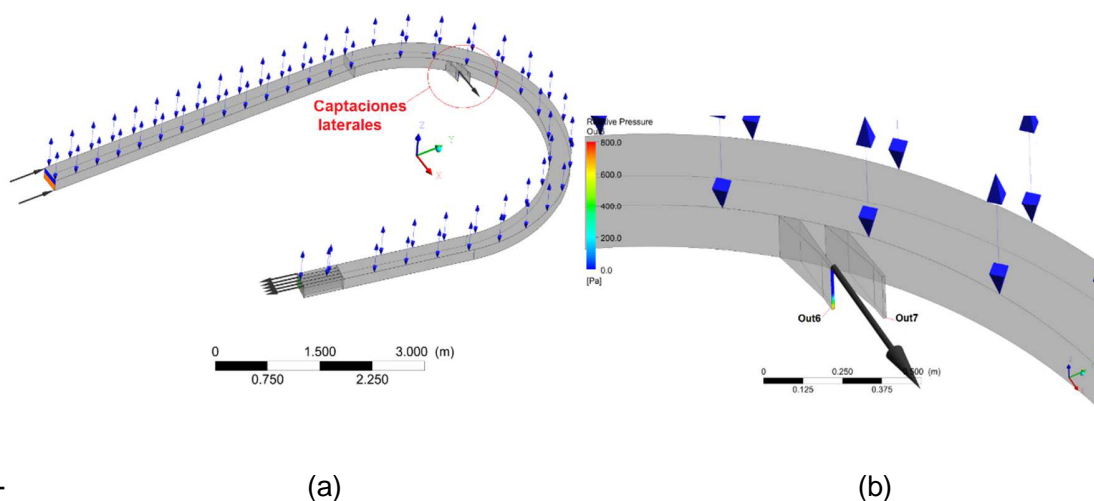
Comparando el comportamiento de la intensidad de Han, para cada una de las simulaciones del diseño experimental factorial  $2^4$ , con el comportamiento de la eficiencia se observa una relación dependiente, entre estas dos variables de respuesta, las cuales presentan su valor máximo, aproximadamente en las mismas secciones transversales del canal. Lo cual es un indicador de que existe posiblemente una relación intrínseca entre estas magnitudes, que no es fácil de demostrar teóricamente, pero que están relacionadas con las fuerzas que la hidrodinámica del flujo le produce a una partícula sumergida, partiendo del principio básico de que una partícula sigue la trayectoria, en la misma dirección que la fuerza resultante de todas las fuerzas que actúan sobre ella.

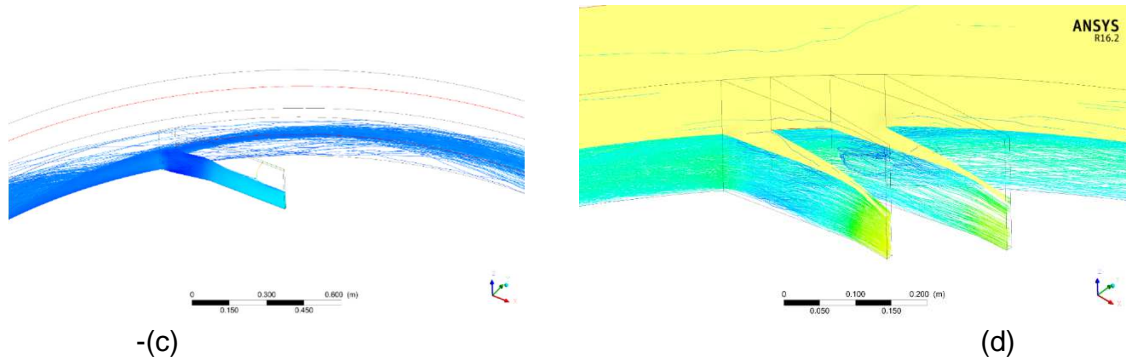
Con respecto a la relación entre la sobrealtura del agua en la curva, no fue posible establecer una relación directa entre la eficiencia de separación y esta sobrealtura, ya que  $\Delta h$  máximo, presenta un comportamiento errático a lo largo del canal en cada una de las simulaciones.

## 5.4 Efecto del tipo de captación sobre la eficiencia

Una vez entendido el comportamiento que tiene la eficiencia de remoción de partículas y su relación con el paso helicoidal de las partículas y con la ICS, es posible identificar los sitios dentro del canal donde se pueden remover las partículas del canal y proponer alternativas para su evacuación. En este sentido el punto óptimo será donde la partícula inicia su paso helicoidal más próximo a la pared interna de la curva, lugar donde se demostró que se produce la máxima eficiencia ( $\eta_{\max}$ ), y que coincide con el valor de máxima ICS. Aprovechando este resultado se colocaron en esta posición unas captaciones laterales cónicas con salida de caudal: se estudió el efecto de colocar una captación (Out6) y dos captaciones simultáneamente (Out6 y Out7) y se evaluó su efecto, comparando con el canal sin captaciones laterales y con solo una captación al final del canal. Para hacer la comparación se cuantificó los valores de ( $\eta_{as}$ ), ( $\Theta$ ) y la ICS en ambos sistemas. En la

Figura 5-26 se muestra la geometría del canal general y la localización de las captaciones laterales.





**Figura 5-26:** Geometría para investigar el efecto de las captaciones laterales.

(a) Geometría general del canal y localización de las captaciones. (b) Detalle de la configuración de las dos captaciones laterales Out6 y Out7. (c) Trayectorias de partículas en Out6. (d) Trayectorias de partículas en Out6 y Out7.

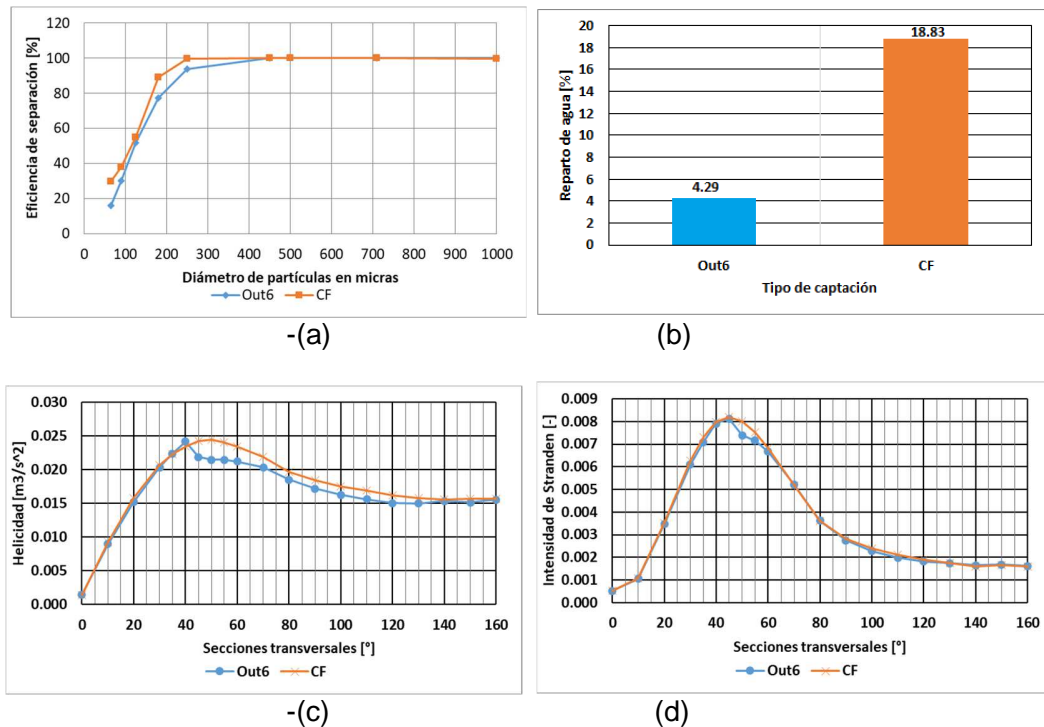
El reparto de agua ( $\Theta$ ), es la relación entre el caudal líquido por la descarga ( $Q_{LD}$ ) y el caudal líquido en la alimentación ( $Q_{LA}$ ), dado como:

$$\Theta = \frac{Q_{LD}}{Q_{LA}} \quad (5.6)$$

Con el separador lateral se espera es que el valor de  $\eta_{as}$  sea lo más alto posible y  $\Theta$  lo más bajo, con el propósito de no perder caudal líquido en el proceso de remoción de partículas. Por ejemplo el valor de  $\Theta$  se puede considerar como pérdida de agua en procesos de tratamiento de agua potable y debe ser menor al 5% en la aducción y entre un 3% y un 5% en la planta de tratamiento, según la norma NSR2000, (MinDesarrollo, 2000).

- **Efecto de una captación lateral**

Se evalúa el efecto de colocar una captación lateral sobre ( $\eta_s$ ), ( $\Theta$ ) y la ICS. En la Figura 5-27 (a) se muestra la variación de la eficiencia según el diámetro de partículas para la captación lateral cónica (Out6), en comparación con la captación al final del canal (CF) o sin captación lateral, donde la eficiencia de la captación Out6 es ligeramente menor que la CF, pero con la ventaja de que ( $\Theta$ ) en la Out6 es mucho menor con un valor de 4.3%, con respecto al ( $\Theta$ ) de la CF con 18.8%, Figura 5-27 (b). El comportamiento de la eficiencia es similar en las dos captaciones, donde para partículas mayores a 250 micras, es posible hacer una remoción del 100% y a medida que el tamaño de partículas disminuye, también lo hace la eficiencia. El efecto de la captación lateral sobre la helicidad (Figura 5-27 (c)) y la intensidad de Stranden (Figura 5-27 (d)), no es apreciable, en comparación con los valores obtenidos en el canal sin esta captación; presentándose un pequeño cambio súbito, en su valor máximo.

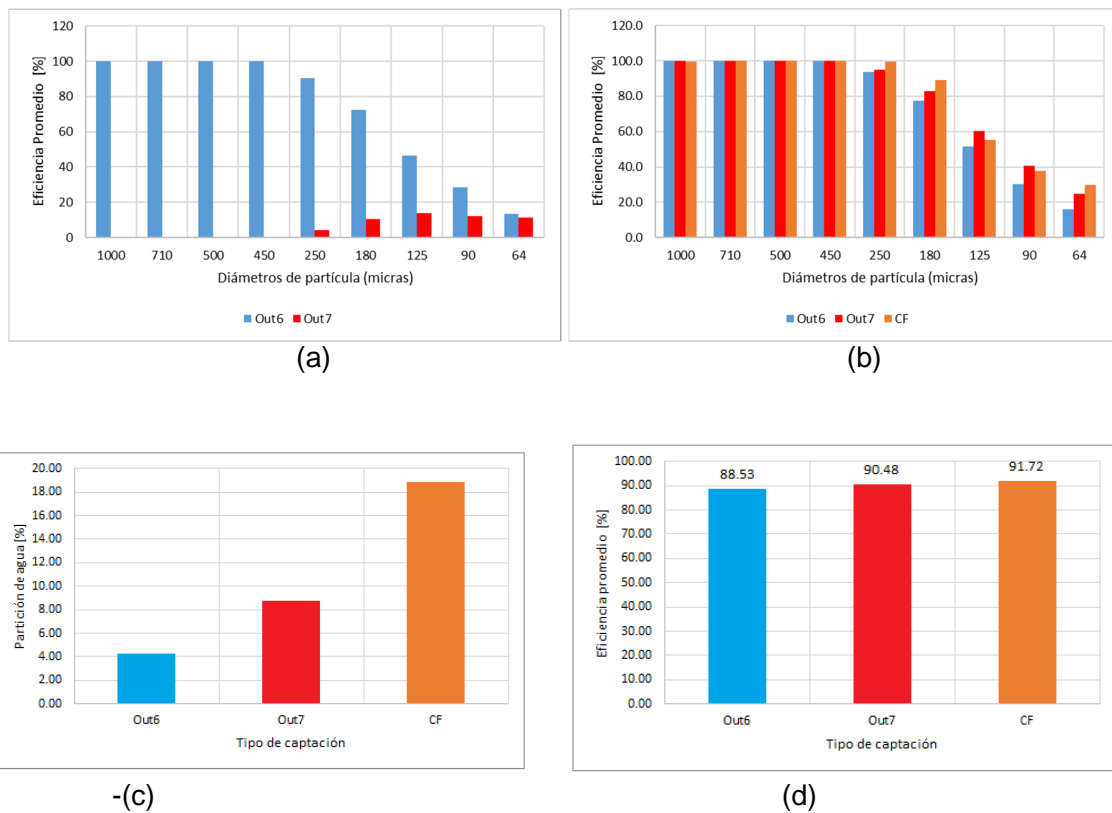


**Figura 5-27:** Comparación entre el efecto de una captación lateral (Out6) y la captación al final del canal (CF).

-(a) Variación de la eficiencia con respecto al diámetro de partículas, Out6, con captación lateral, CF sin captación lateral. (b) Reparto de agua para canal con (Out6) y sin captación (CF). (c) Intensidad debido a la helicidad absoluta para canal con (Out6) y sin captación (CF). (d) Intensidad de Han para canal con (Out6) y sin captación (CF).

- **Efecto de dos captaciones laterales**

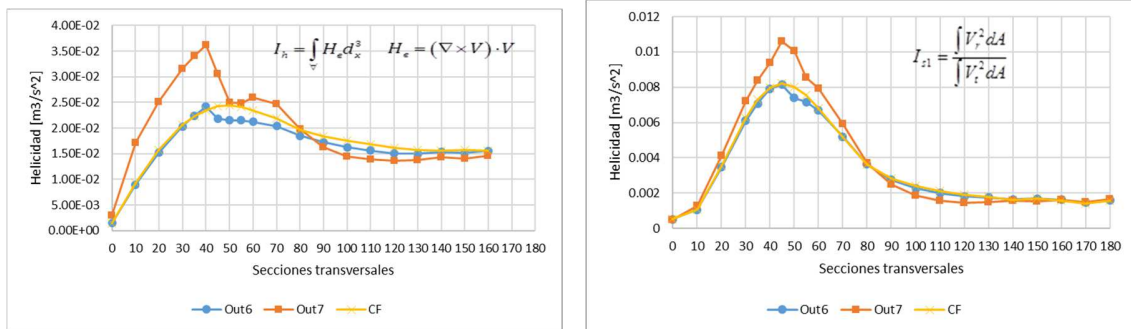
En la Figura 5-28 se muestran los resultados de la comparación mencionada, en el panel (a) se observa la variación de la eficiencia cuando existen las dos captaciones laterales, notándose claramente que en la captación Out6 (más cerca al inicio de la curva) las partículas se remueven en un 100% para tamaños mayores a 250 micras y para tamaños menores inicia la remoción en la captación Out7, creciendo su eficiencia a medida que la partícula disminuye de tamaño. Se observa que todos los parámetros indican que existe una eficiencia alta en el sistema con una y dos captaciones laterales: el valor de la eficiencia con las captaciones laterales (cónicas) son de la misma magnitud que aquella removiendo las partículas por la salida interna al final del canal, ver panel (b). Para partículas mayores a 250 micras se obtiene una eficiencia del 100%, y para partículas menores la eficiencia decrece con un comportamiento similar en los tres tipos de captaciones. El valor de reparto de agua, panel (c), es menor en las captaciones laterales comparado con la captación a la salida del canal, indicando que al colocar una sola captación lateral el reparto de agua es bastante bajo y se duplica colocando la segunda captación. Finalmente, en el panel (d) se muestra la eficiencia promedio de todas las partículas, indicando que no existe gran diferencia cuando se coloca la captación al final, o cuando se colocan una o dos captaciones laterales, resultado que sugiere que es mejor colocar una captación lateral ya que en términos generales se logra la combinación ( $\Theta \downarrow$ ,  $\eta_p \uparrow$ ), que es lo esperado.



**Figura 5-28:** Resultados gráficos del efecto que tiene el tipo de captación en la eficiencia de remoción de partículas.

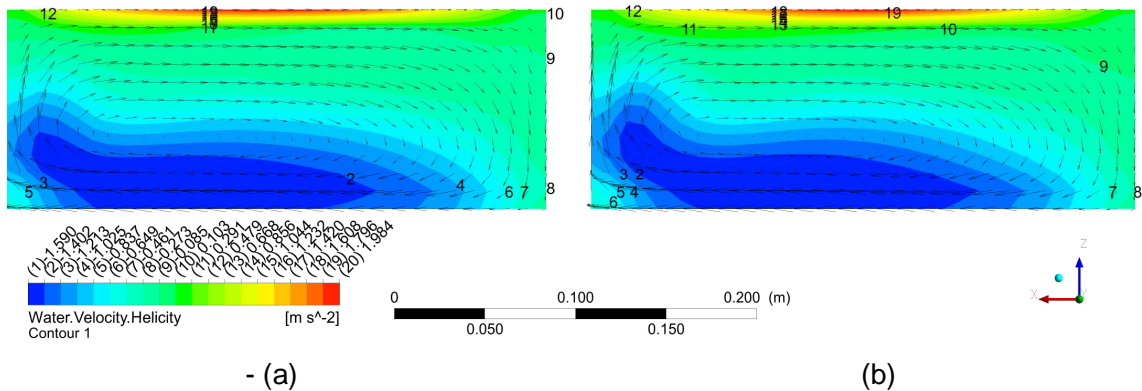
(a) Eficiencia para cada diámetro de partículas para las captaciones laterales Out6 y Out7. (b) Eficiencias para cada diámetro de partículas para los tres tipos de captación (CF es la captación al final del canal sin captaciones laterales). (c) Reparto de agua. (d) Eficiencia promedio.

También se analizó el efecto de las captaciones laterales sobre la helicidad absoluta y la intensidad de Stranden, observándose que las captaciones modifican estas magnitudes. En la Figura 5-29, se observa que el valor máximo, que se encuentra justo en las secciones de localización de las captaciones laterales se ve alterado, con un incremento del 40% en el valor de la helicidad absoluta máxima y un desplazamiento en dirección aguas arriba de este máximo para el caso Out7, al compararlos con la curva correspondiente al canal sin captaciones (CF). Para el caso de la intensidad de Stranden, se observa un incremento del valor máximo del orden del 35% para el caso Out7 cuando se compara con el caso sin captaciones.

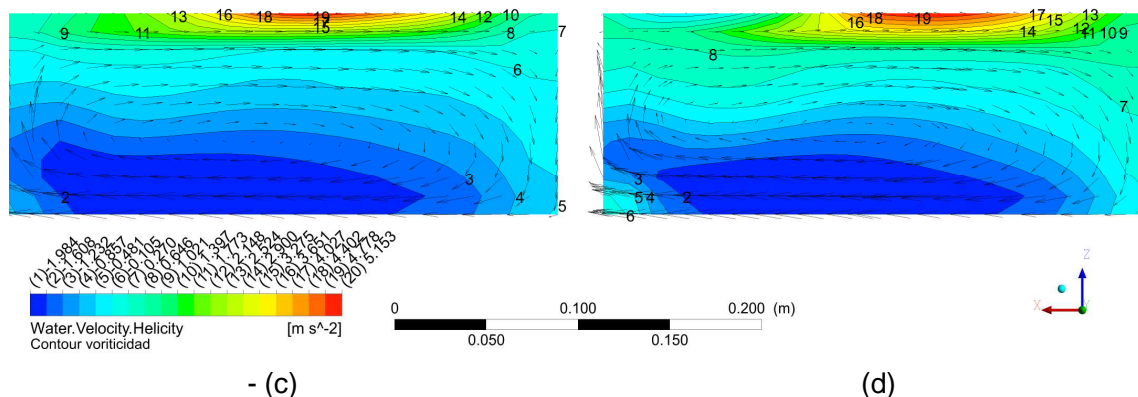


**Figura 5-29:** Variación de la intensidad de circulación secundaria.  
(a) Helicidad absoluta. (b) Intensidad de Stranden.

Para complementar el efecto que tiene las captaciones sobre la helicidad neta, se dibujaron sus isolíneas en una sección aguas arriba ( $40^\circ$  de la entrada a la curva) y en una sección aguas abajo ( $45^\circ$  de la entrada a la curva), sin y con captaciones laterales. Como se observa en la Figura 5-30, en la sección a  $40^\circ$  se observa un patrón similar en los contornos, paneles (a y c), pero en la sección a  $45^\circ$ , paneles (b y d), este patrón cambia en la zona cercana a la pared interna, bajando la intensidad de la helicidad, claro efecto de las captaciones laterales. Para comparar los contornos de helicidad antes y después de las captaciones se hace con los paneles (c y d).







**Figura 5-30:** Contornos de la helicidad neta y vectores de velocidad proyectados en varias secciones de la curva.

(a) Canal sin captaciones laterales en la curva, sección transversal 40°. (b) Canal sin captaciones laterales en la curva, para sección transversal 45°. (c) Canal con dos captaciones laterales en la curva, sección transversal 40°. (d) Canal con dos captaciones laterales en la curva, para sección transversal 45°.

## 5.5 Comentarios finales del capítulo

En este capítulo se evaluaron los efectos de la geometría general del canal sobre la eficiencia de separación de partículas ( $\eta_s$ ) y la intensidad de la circulación secundaria (ICS).

Se encontró que los factores más importantes en la maximización de la eficiencia son el ángulo y el radio de curvatura, los cuales deben ser seleccionados cuidadosamente. Se realizó un análisis detallado del ángulo de curvatura y se encontró que éste ejerce gran influencia sobre la maximización de la eficiencia, produciendo un valor máximo para secciones localizadas en ángulos entre 35° y 50° desde la entrada a la curva cuya posición angular varía según el diámetro de la partícula analizada, el cual, a su vez está estrechamente relacionado con el paso helicoidal que sigue su trayectoria.

Se encontró que las partículas sólidas siguen trayectorias helicoidales dentro de la curva, y el paso helicoidal completo (360°) solo lo realizan partículas de diámetros intermedios de todas las analizadas: partículas mayores a 450 micras no se mueven de forma helicoidal, ya que por su tamaño viajan siempre en el fondo del canal y las fuerzas hidrodinámicas del flujo secundario, no son suficientes para suspenderlas. Las partículas entre 90 micras y 250 micras siguen trayectorias helicoidales con pasos de la hélice variables, las de tamaño 250 micras tiene pasos de hélices más cortos que aquellas de tamaño menor. También se observó que las partículas menores a 90 micras inician el paso de hélice al comienzo de la curva del canal, pero su longitud es más larga que la longitud del canal y nunca completan el giro completo de 360°. Según lo observado, la trayectoria que siguen las partículas es una combinación de una espiral y una hélice, ya que el primer paso tiene un diámetro mayor que el segundo paso espiral-helicoide.

El efecto del ángulo de curvatura sobre la ICS, cuantificada en términos de la helicidad, la intensidad de Han y la Intensidad de Stranden, es similar al de la eficiencia de separación, la cual produce valores máximos en secciones localizadas entre 45° y 50° de la entrada de la curva. Esto permite concluir que existe una estrecha relación entre la ICS y el primer máximo de la eficiencia de separación de partículas, por lo tanto, se da respuesta a una de las preguntas de investigación sobre este aspecto. Se considera que si se maximiza la ICS también lo hará la eficiencia. Aunque no fue posible establecer una relación cuantitativa entre  $\eta_s$  e ICS, los resultados obtenidos sirven como guía para invenciones y desarrollos de nuevos dispositivos separadores con base a conductos curvos.

Se evaluó el efecto de captaciones laterales sobre la eficiencia de separación y el reparto de agua, como magnitudes que caracterizan la separación, y sobre las variables hidrodinámicas como la helicidad y la intensidad de Stranden. Se encontró que las eficiencias de las captaciones cónicas laterales son tan eficientes como la captación al final del canal, pero con la ventaja de que el valor del reparto de agua es mucho más bajo: seguramente con un análisis más detallado de estas captaciones es posible lograr un dispositivo de alta eficiencia.

Teniendo en cuenta que en las simulaciones realizadas en la etapa de predicción, los valores de la sobre elevación del agua en la curva del canal, no sobrepasaron el 10% de la profundidad antes de la curva y que el  $Fr$  se conservó por debajo de 0.4, se puede concluir que la geometría y condiciones del flujo del canal estudiado, se hubiera podido modelar usando la aproximación Rigid Lid (RLA), el problema es que ello no es posible saberlo sin haber modelado la sobreelevación usando el modelo EEH. Esto establece las bases para investigaciones futuras, en las cuales se pueda establecer con mayor seguridad los límites en los cuales se pueda usar RLA en la modelación de canales curvos.





## **6 . Conclusiones y Recomendaciones**

### **6.1 Conclusiones**

En la presente tesis se investigó el fenómeno de separación hidrodinámica de partículas sólidas usando un canal curvo, aprovechando el potencial que tiene el fenómeno del flujo secundario generado por la curvatura del canal.

#### **6.1.1 Metodología**

Durante el desarrollo de la tesis se encontró una gran dificultad cuando se abordó la etapa de calibración, al comparar campos de velocidad medidos y simulados, debido a que estos campos están compuestos por tres componentes de la velocidad y sus respectivas direcciones, generando flujos con remolinos de gran complejidad. Por un lado, está el problema de cómo combinar los factores de entrada (forzadores o parámetros) y por otro lado poder seleccionar cuales son las variables de respuesta adecuadas para la comparación. Para dar solución a este problema, se recopiló información específica de metodologías usadas en comparación de magnitudes vectoriales con modelos numéricos similares y, a partir de dicha información, se propuso una nueva metodología para la calibración, la cual se construyó a partir de los conceptos de diseño estadístico de experimentos (DEE) y del concepto de falta de ajuste usando puntos vecinos cercanos. Con esta nueva metodología se pudieron combinar adecuadamente los factores numéricos y evaluar sus efectos sobre las variables de respuesta. Para establecer las variables de respuesta se trasformaron los valores de los campos de velocidades en indicadores estadísticos, los cuales conformarían las variables de respuesta para la comparación, entre los simulados y lo medidos.

También se propusieron magnitudes de valores medios del flujo, relacionadas con la intensidad de circulación secundaria, como la helicidad, la intensidad y el número de remolino, las cuales resultaron adecuadas en la comparación del flujo vortical, tanto entre valores simulados, como entre valores medidos. El potencial de la metodología propuesta radica en que se puede usar tanto para la calibración de modelos numéricos determinísticos, con respecto a varios de sus forzadores, en flujo con vórtices, como para estudios de independencia de malla. Cuando no se tiene valores medidos, por ejemplo, se puede usar el número de remolino, para seleccionar la malla apropiada, comparando su valor entre una simulación con malla computacional diferente.

Se estableció una nueva metodología para la medición física de campos de velocidad usando el ADVVP11, proponiendo nuevos procedimientos para configurar los parámetros que rigen la medición con dicho dispositivo, se obtuvo un artículo científico únicamente en la aplicación de esta metodología.

#### **6.1.2 Hidrodinámica**

En la parte de hidrodinámica se estudiaron los niveles de agua y las velocidades del flujo, con experimentación física y numérica. Como resultado de las actividades de la investigación experimental se obtuvo una base de datos de superficies de agua y campos de velocidad con flujo vortical, que pueden ser usadas en investigaciones futuras. Se

estableció una nueva metodología para la medición de campos de velocidad con flujo vortical, en la cual se propusieron criterios para seleccionar los parámetros de entrada del ADV con sustentación teórica; uno de los parámetro que resultó crítico fue el tiempo de medición, el cual se estableció con base a la variación temporal de los perfiles de energía cinética turbulenta y el análisis de densidad de potencia espectral (PSD), logrando establecer que el tiempo de medición con el ADVVP11 dependía de la variación espacial de los perfiles de velocidad, aunque no se pudo establecer una relación cuantitativa, se sabe que unos perfiles necesitan mayor tiempo de medición para que el campo de velocidad alcance un estado “permanente”.

Con los perfiles de velocidad medidos en el Canal Tipo C1 se logró establecer que el flujo en el canal curvo sigue patrones con formación de vórtices. Debido a las limitaciones geométricas del ADVP11 para instalarlo dentro del canal de 0.15m de ancho, no permite identificar el flujo vortical en toda la sección, pero nos brinda una primera aproximación de cómo es su comportamiento. Según los patrones de las líneas de corriente a partir de la sección 20°, se empieza a desarrollar un flujo secundario más definido, en las dos primeras secciones no es claro el patrón del flujo. Se observó un comportamiento similar cuando se reprodujo dicho flujo con experimentación numérica. Como el comportamiento del flujo con vórtices es muy complejo, se optó por cuantificarlo con magnitudes que relacionan el flujo secundario en las secciones transversales con respecto al flujo principal, de este modo, se propuso calcular la ICS con la  $I_{Han}$ , la  $I_{SG}$  y la  $I_{Ha}$ . Se evaluó la variación de estas magnitudes según el ángulo de curvatura encontrando que tienden a lograr un valor máximo para 60°. Al comparar este comportamiento con datos de la literatura se observa la misma tendencia, lo que en cierta manera valida los datos experimentales del campo de velocidades en la presente investigación.

Una vez calibrado y validado el modelo numérico se lo utilizó para estudiar la evolución de la ICS y la helicidad, tomando como base el canal Tipo C2, al cual se le incrementó el ángulo de curvatura hasta un valor de 190, este permitió encontrar la evolución de estas magnitudes con ángulos intermedios, con un comportamiento similar al observado experimentalmente en el canal Tipo C1. En el tramo recto la helicidad y la intensidad tiene valores muy bajos cercanos a cero, una vez el flujo entra en la curva, su valor se incrementa hasta llegar a un máximo, luego decrece continuamente. El ángulo donde se produce el máximo de helicidad es en 50° y el máximo en la intensidad de Han e intensidad de Stranden es de 45°; estos ángulos donde se presentan los valores máximos, varían ligeramente al cambiar la geometría del canal, pero según la región experimental en la cual se realizó la evaluación de efectos se pudo establecer un rango entre 45° y 60°, en el cual la ICS adquiere un valor máximo. Incluso, ni cambios drásticos en factores como la pendiente longitudinal del canal, hacen que la posición del máximo se salga de dicho rango.

Con respecto al nivel del agua se encontró un comportamiento acorde a lo reportado en la literatura, donde la superficie del agua presenta una sobreelevación en la parte externa de la curva y una depresión en la parte interna de la misma. Al estudiar el efecto de los factores se encontró que el radio del canal y el ángulo de curvatura tienen mayor efecto en la sobreelevación, que la longitud recta del canal antes y después de la curva.

### 6.1.3 Flujo particulado

Por medio de observación visual fue posible establecer cómo las partículas al entrar en la curva son barridas hacia la pared interna de la curva, con movimientos fluctuante en dirección radial, lo que hace prever que el flujo vortical no es permanente en el interior del flujo, si no que fluctúa en sentido radial, cuyo movimiento se trasmite al conjunto de partículas. Esta observación se pudo corroborar cuantitativamente analizando la distribución de partículas en sentido radial, tanto en el canal Tipo C1 como en el canal Tipo C2, por medio de la RRD, cuyos parámetros arrojaron valores coherentes con lo observado, esperando que el valor del exponente  $n$  y del diámetro promedio  $x'$ , sean mayores, cerca de la pared interna de la curva.

Cuando las partículas inician su paso helicoidal cerca a la pared interna de la curva del canal, se produce el primer máximo de eficiencia en la sección localizada a  $40^\circ$  de la entrada a la curva y cuando termina el paso de la hélice, se produce el segundo máximo de eficiencia aguas abajo. Se encontró que las partículas entre 125 micras y 250 micras pueden realizar dos ciclos completos de la espiral-helicoide, produciendo igual número de máximos en la eficiencia, partículas mayores a 250 micras no producen pasos helicoidales, debido a que las fuerzas debido al flujo secundario no son suficientes para resuspender la partícula, y son barridas a la parte interna de la curva, inmediatamente entran a ella (este fenómeno también fue observado en la experimentación física). Las partículas menores e iguales a 90 micras realizan el movimiento espiral-helicoide, pero con un paso de hélice mucho más largo y un diámetro de hélice mucho menor, siguiendo trayectorias por lo general en la parte interna del flujo, alejadas de la parte interna de la curva, lo cual repercute en valores de eficiencia bajos; para estas partículas pequeñas la longitud de la curva del canal no es suficientemente larga como para hacer un paso de hélice completo. Luego de analizar el comportamiento de una partícula individual, se realizó el mismo análisis para la eficiencia con un conjunto de partículas conformada por varias trayectorias encontrando comportamientos de la eficiencia similares a los de la partícula individual, pero en este caso no es tan visible que las partículas generen dos ciclos helicoidales dentro del curva y en consecuencia tampoco dos máximos de eficiencia, solo es detectable el primer valor máximo al inicio de la curva.

### 6.1.4 Relación entre hidrodinámica y eficiencia de separación

De la investigación numérica se pudo concluir que existe una relación estrecha entre los valores de máxima eficiencia y el paso del movimiento espiral-helicoide de una partícula, en función del ángulo de curvatura. La eficiencia para un conjunto de partículas tiene una relación dependiente similar a la de una partícula individual, encontrando comportamientos en su trayectoria similares a los de la partícula individual. La relación entre eficiencia y la ICS se manifiesta en la localización del primer valor máximo, donde los valores máximos de ambas magnitudes coinciden espacialmente, en proximidades de la misma sección, permitiendo afirmar que donde se localiza el máximo valor de la helicidad o la intensidad de Stranden, se producirá el primer pico de eficiencia de separación de partículas. De esta manera, es posible evaluar la eficiencia de separación de un canal con un solo análisis de la hidrodinámica de agua clara. Se encontró que el número de Dean modificado para un canal curvo y el ángulo de curvatura, tienen gran influencia en la eficiencia del dispositivo separador y los cuales se deben seleccionar cuidadosamente, para efectos de diseño.

El efecto de colocar captaciones laterales, en la pared interna de la curva, afecta positivamente la eficiencia de separación, pero modifica la hidrodinámica del flujo, alterando las curvas de  $I_{Ha}$  e  $I_{SG}$ . Justo en la sección donde se colocan dichas captaciones, la extracción de flujo por la pared interna del canal modifica las líneas de corriente, lo que afecta la circulación secundaria en la sección principal del canal. Este efecto es sumamente complejo y seguramente debe ser estudiado en detalle para explicar el efecto que tiene la desviación del flujo por las captaciones laterales en la fuerza de la circulación secundaria.

## 6.2 Recomendaciones

Teniendo en cuenta que el tema investigado es de alta complejidad, quedan aún preguntas por resolver, y preguntas abiertas que surgieron de la presente investigación. Esto no solamente en el tema principal del estudio de separadores hidrodinámicos, si no de las disciplinas que sirven de apoyo al tema investigado, como estadística, visualización de flujo, modelación numérica, análisis de señales acústicas e instrumentación y metodologías de medición.

En cuanto al procedimiento metodológico, queda por perfeccionar la metodología propuesta para la calibración e independencia de malla del método *swimming angle method* (WAM) y el número de remolino ( $S_n$ ). Lo que se avanzó en este tema, produjo resultados acordes cuando el movimiento vortical no es muy complejo, con un solo vórtice y una geometría del mismo cercana a la simétrica. Pero cuando existe un vórtice muy irregular, no es posible identificar con claridad su tamaño y la elipse característica para el vórtice no es muy precisa, incluyendo zonas donde no se observa flujo vortical. Esto genera valores erráticos en el número de remolino. Esta metodología posiblemente se pueda mejorar incluyendo conceptos más avanzados de visualización de flujo y adaptando métodos descritos en el estado del arte (Hansen and Johnson, 2005), (Ari Sadarjoen and Post, 2000) y (Bussiere, 2012).

Investigar el efecto de altas concentraciones de partículas sobre la eficiencia de separación y sobre la ICS, tanto física como numéricamente, sigue siendo un reto. Por un lado, la medición de este tipo de flujo es muy difícil en un canal curvo, donde los dispositivos de medición ópticos de las trayectorias de las partículas no resultan muy eficaces, ya que la visualización es nula y en los instrumentos acústicos, la alta concentración de partículas absorbe las ondas sonoras (Ayden, 2009). Por otro lado, la investigación numérica es compleja, ya que para realizar las simulaciones con altas concentraciones, se debe incluir acoplamiento entre fluido y partícula, de dos, tres y cuatro sentidos, lo que conlleva grandes costos computacionales. El efecto de altas concentraciones en canales curvos sobre la hidrodinámica del flujo y la turbulencia en el flujo secundario, en su relación con la eficiencia de separación es un tema que aún no está resuelto.

En esta tesis se logró demostrar una relación estrecha entre la eficiencia máxima de separación de partículas y la helicidad máxima del flujo secundario, aunque se debe profundizar más en entender la relación que existe entre la helicidad y la topología de las líneas de corriente en el flujo secundario y la relación de éstas con la trayectoria de las partículas. El investigador (Trueba, 1997) proporciona bases para abordar este tema, desde el punto de vista del campo electromagnético, para explicar el efecto que tiene la

helicidad en las líneas de dicho campo. Es de recordar que el concepto de helicidad fue planteado inicialmente para explicar el comportamiento de los campos magnéticos, por lo tanto, dicha teoría podría ser de utilidad en encontrar una relación teórica entre la helicidad, el flujo secundario y las eficiencias de separación de partículas en un canal curvo. La siguiente literatura adicional trata el tema con mayor detalle (Berger and Field, 1984), (Moffatt, 1969), (Moffatt and Tsinober, 1992) y (Moffatt, 2014).

En cuanto a la experimentación física, el fenómeno aquí estudiado se puede mejorar si se logran realizar mediciones del flujo secundario simultáneamente en varias secciones transversales del canal y a través del tiempo, para realizar una caracterización espacio-temporal de la evolución de los vórtices. Esto ayudará a entender las fluctuaciones en sentido radial observadas por medio de videos y, a su vez, proporcionará bases para establecer una metodología de modelación numérica de este flujo no permanente. Seguramente esto se logra simulando el flujo no permanente hasta que entre en estado de equilibrio y poder obtener datos de la oscilación espacio-temporal de los vórtices.



# A Anexo: Nueva metodología para calibración hidrodinámica

(Artículo publicado en la Revista Facultad de Ingeniería. Universidad de Antioquia.)



Revista Facultad de Ingeniería, Universidad de Antioquia, No. 83, pp. 63-72, 2017

## New methodology for calibration of hydrodynamic models in curved open-channel flow



Nueva metodología para la calibración de modelos hidrodinámicos en el flujo a superficie libre en canales curvos

Hernán Javier Gómez-Zambrano<sup>1\*</sup>, Víctor Ignacio López-Ríos<sup>2</sup>, Francisco Mauricio Toro-Botero<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Grupo de Investigación en Riesgos, Amenazas y Medio Ambiente (GRAMA), Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ingeniería, Universidad de Nariño, Torobajo - Calle 18 Carrera 50-02. A. A. 1175. Pasto, Colombia

<sup>2</sup> Grupo de Investigación en Estadística, Escuela de Estadística, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia. Calle 59A # 63-20. A. A. 1027. Medellín, Colombia

<sup>3</sup> Grupo de Investigación Posgrado en Aprovechamiento de Recursos Hidráulicos (PARH), Departamento de Geociencias y Medio Ambiente, Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia. Carrera 80 # 65-223 - Núcleo Robledo. A. A. 1027. Medellín, Colombia

### ARTICLE INFO

Received  
Accepted

### KEYWORDS

Curved channel, hydrodynamic model, design of experiments, lack of fit, calibration of numerical models

Canal curvo, modelo hidrodinámico, diseño de experimentos, falta de ajuste, calibración de modelos numéricos

**ABSTRACT:** This paper evaluates a new methodology for calibration of hydrodynamic models based on the theory of statistical design of experiments. An Eulerian-Eulerian hydrodynamic homogeneous model, integrated by the commercial software CFX Ansys Inc., is used to perform the numerical experiments. For the screening step, the fractional factorial experimental design  $2^{k-2}$  was used, followed by a Draper-Lin design of second order to find the optimum point in the calibration. A new method is introduced to generate the level of points to the center and to carry out the test of lack of fit. In this work, we develop a validated methodology for the calibration of deterministic hydrodynamic models with several factors, suggesting a second-order regression model for forecasting the optimum point of the simulations, with acceptable accuracy in predicting the response variable.

**RESUMEN:** Se propone una nueva metodología para la calibración de modelos hidrodinámicos a partir de la aplicación del diseño estadístico de experimentos. Un modelo hidrodinámico Euleriano-Euleriano homogéneo se usa para realizar los experimentos numéricos, el cual está incorporado en el software comercial CFX de Ansys Inc. En la etapa de calibración se utiliza un diseño factorial fraccionado,  $2^{k-2}$ , seguido de un diseño Draper-Lin de segundo orden, para encontrar el punto óptimo de la calibración. Se introduce un nuevo método para generar los niveles de los puntos al centro necesarios para la realización de la prueba de falta de ajuste, logrando configurar una metodología validada para la calibración de modelos hidrodinámicos determinísticos con varios factores de entrada. Se logra un modelo de regresión de segundo orden para la predicción del punto óptimo de las simulaciones, con una aceptable precisión en la predicción de la variable de respuesta analizada.

## 1. Introduction

Design of experiments (DOE) is a well-known methodology [1, 2] which can be applied to physical experiments without any difficulty. However, when the data comes from numerical experiments obtained from deterministic mathematical models, problems arise due to the impossibility to compute the pure error to evaluate the lack of fit. Although the literature deals with the issue of applying the DOE technique in numerical simulations, the

information provided is not enough to be applied directly to hydrodynamic simulation because it does not specify how to replicate points with numerical experimentation [3-7].

To overcome this problem, the statistical theory of the lack of fit with no replications was used to generate the information for the neighbor points, treating them as the real points to the center [8, 9]. Additionally, the descending scaling methodology was used to identify the points of minima outside the initial experimental region [1, 2].

The numerical simulations in this work were performed by an Eulerian-Eulerian hydrodynamic model for the conservation of mass and momentum laws. It was applied to a two-phase flow of water and air, in order to find the interface surface between these two fluids, which is useful

\* Corresponding author: Hernán Javier Gómez Zambrano  
e-mail: hgomezza@unal.edu.co  
ISSN 0120-6230  
e-ISSN 2422-2844



DOI: 10.17533/udea.redin.n83a04



# B Anexo: Calibración de campos de velocidad

## Calibration of velocity fields

Hernán J. Gómez<sup>a</sup>, Mauricio Toro B., Andrés Gómez-Giraldo

### Abstract

This paper analyses the velocity field of the flow in curved open channels obtained through hydrodynamic simulation and comparison with experimental data. The mathematical model uses the continuity and the Reynolds averaged Navier-Stokes (RANS) equations with the RNG  $\kappa$ - $\epsilon$  turbulence model, that were solved with Ansys-Fluent. The methodology of design of experiments (DOE) was used for the calibration, with fractioned factorial design and response surface for stage of screening and optimization, respectively. A comparison between the data of the calibration and data of other channels with different geometries and flow conditions was performed for the validation of the optimal configuration. The response surface methodology was found to be valid for the study of mesh independency and for finding the mesh optimal configuration. An extension of the optimal configuration obtained in stage of calibration, to others curved open channels was possible with acceptable errors in the prediction.

*Keywords:* curved channel, velocity fields; secondary flow, experiments design, lack of fit.

### Resumen

Se analiza el campo de velocidad del flujo en canales curvos obtenido mediante experimentación numérica y se compara valores experimentales. Para la simulación hidrodinámica se utilizaron las ecuaciones de conservación de masa y las de Navier – Stokes promediadas según Reynolds (RANS), junto con el modelo de turbulencia RNG  $\kappa$ - $\epsilon$ , las cuales se resolvieron con el software Ansys-Fluent. Para la calibración se adaptó la metodología de diseño estadístico de experimentos (DEE), con una factorial fraccionada para la etapa de cribado y superficie de respuesta para la etapa de optimización. Para la validación de la configuración óptima, se compararon los valores obtenidos en la calibración con datos de velocidad obtenidos en canales de geometrías y condiciones del flujo diferentes. Se encuentra que la metodología de superficie de respuesta es válida para el análisis de independencia de malla y para encontrar la combinación óptima de los parámetros de la malla. Se determinó que es posible extender la configuración óptima obtenida en la calibración a otras geometrías y condiciones del flujo, con errores razonablemente bajos en la predicción.

*Palabras clave:* canal curvo, campo de velocidad, flujo secundario, diseño de experimentos, falta de ajuste.

### 1 Introducción

El flujo en canales curvos es comúnmente encontrado en sistemas de canales tanto artificiales como naturales se caracteriza por la separación de flujo, presencia de flujos secundarios, pérdidas de energía y variaciones de la superficie del agua causada por la curvatura del canal. Las estructuras del flujo cerca de las zonas de separación y las celdas de flujo secundario en la curva, producen patrones tridimensionales altamente complejos, además cuando el flujo se mueve en un canal curvo, genera curvatura en las líneas de corriente del flujo, produciendo flujo secundario en el plano perpendicular al flujo principal (Han et al., 2011; Song et al., 2012), (Van Balen, 2010).

La etapa de calibración es muy importante en simulación hidrodinámica, ya que de ella depende la calidad de los resultados obtenidos en la etapa de predicción. En la calibración se demuestra que el modelo matemático es capaz de reproducir adecuadamente el flujo real. El método que tradicionalmente se ha usado para la calibración de los modelos hidrodinámicos ha sido el de variar un factor a la vez, también conocido como OFAT (acrónimo en inglés), por su sencillez en la aplicación; pero se ha demostrado que posee varias desventajas

frente a otras metodologías (Gutiérrez and De la Vara, 2012), (Lye, 2002), (Wahid and Nadir, 2013). En este artículo se presenta la alternativa de aplicar el método de superficie de respuesta (SR) para realizar la calibración de factores numéricos que puedan tener efecto sobre el campo de velocidad asociado al flujo secundario. A pesar de que la SR ha sido usada en optimización de procesos físicos, no se reporta su uso en estudios de independencia de malla y en encontrar la configuración óptima de los parámetros en experimentación numérica.

En este artículo se abordan problemas de tipo metodológico y de tipo práctico. Por un lado, se evalúa si es posible aplicar el diseño factorial fraccionado y la superficie de respuesta a la calibración de parámetros numéricos en los campos de velocidad que definen el flujo secundario en canales curvos. Por el otro lado, no se conoce el alcance que pueda tener una calibración para realizar las predicciones solamente con simulación hidrodinámica, ya que no es posible comprobar cada simulación con valores obtenidos experimentalmente; el objeto es calibrar en un estado y usar dicha calibración para predecir en estados sobre los cuales no existe información de modelos físicos. Al final se encuentra que la superficie de respuesta cumple con el objeto de optimización y se comprueba que a partir de una calibración es posible hacer predicción en geometrías y condiciones de flujo diferentes.

## 2 Metodología

La metodología que se aplicó está basada en la metodología propuesta por (Gómez et al., 2017) con base (Gutiérrez and De la Vara, 2012), (Montgomery, 2012), junto con la realización de prueba de falta de ajuste según Daniel y Wood (Joglekar et al., 1989), (Montgomery et al., 2012). En resumen, se realizó una selección de los factores usando un diseño factorial fraccionado junto con el análisis de varianza ANOVA (acrónimo en inglés), de lo cual se determinó qué factores son significativos y qué factores se pueden descartar. Se lleva a cabo la prueba de falta de ajuste para determinar efectos de curvatura. Finalmente, con los factores significativos se realiza un diseño de segundo orden y la optimización con el método de superficie de respuesta para encontrar el punto de configuración óptima.

### 2.1 Definición de Parámetros y variable de respuesta

Se analizaron los parámetros que afectan la malla computacional en cuanto a tamaño del elemento hexaédrico y su distribución uniforme o con sesgo (**Se**) (distribución no uniforme a lo largo de un vértice). Se seleccionaron nueve factores que afectan la configuración de la malla y un factor que define la condición de la velocidad en la frontera de entrada, para un total de 10 factores. La Figura 1 muestra la geometría del canal curvo usado en la calibración tal como es reportado por Bai et al. (2014), en la figura 1(a) se muestra la distribución espacial en planta de los elementos de la malla y en la figura 2(b) la distribución en la sección transversal de la malla. Los factores pueden clasificarse en tres tipos 1) factores que definen el número de elementos computacionales, entre los cuales se definen: (**NdB**) es el número de elementos de volumen en el ancho de la sección transversal del canal; (**NdH**) es el número de elementos en la profundidad del dominio de la sección transversal de canal, (**NdE**) es el número de elementos en el largo del canal recto antes de la curva, (**NdS**) es el número de elementos a lo largo del canal recto después de la curva, (**NdC**) es el número de elementos en el desarrollo de la curva. 2) factores que definen la distribución de los elementos a lo largo de un vértice, con distribución uniforme (**Se**=1.0) y no uniforme (**Se**>1.0), obsérvese en la figura 1(a), en el tramo recto antes de la curva, que los elementos al inicio del tramo son más grandes o con mayor espaciamiento, que al final del tramo cerca de la curva donde los elementos están menos espaciados, esto corresponde al efecto de **Se**>1.0, este tipo de factores son dado como: (**SeB**) es el factor de distribución de los elementos en el ancho de la sección transversal de canal (**B**), (**SeH**) es el factor de distribución de los elementos en el alto del dominio de la sección transversal de canal (**H**), (**SeE**) es el factor de distribución de los elementos en el largo de la longitud del canal de entrada (**Le**) y (**SeS**) es el factor de distribución de los elementos a lo largo de la longitud del tramo recto de salida (**Le**). 3) factor (**NpE**) es el número de datos del perfil logarítmico de velocidades en la vertical. Los factores que definen los elementos del dominio se dan en número de elementos por metro lineal del tramo (elementos/m) esto con el fin de poderlos trasladar a otras geometrías en función de la longitud de los bordes del dominio, las unidades del factor de distribución (**Se**) se dan en porcentaje. La distribución de elementos en la curva tiene distribución uniforme. El factor de distribución del sesgo (bias) (**Se**), es la relación entre la longitud del elemento más grande  $L_{max}$  y la longitud del elemento más pequeño  $L_{min}$  en el mismo borde del dominio,  $Se = L_{max}/L_{min} * 100$ , como se muestra en la Figura 1. Con los factores definidos se obtiene una relación funcional entre la variable de respuesta (**VR**) y los factores, dada como:

$$VR = f(NpE, NdB, NdH, NdE, NdS, NdC, SeB, SeE, SeS, SeS) \quad (1)$$

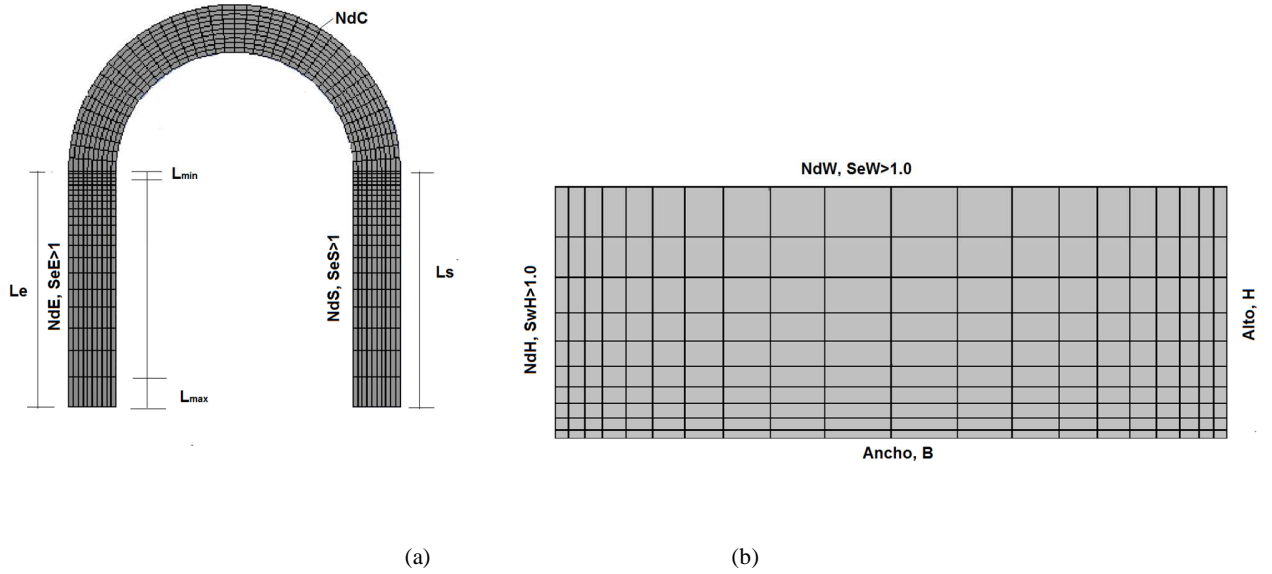


Figura 1. Geometría general del canal de (Bai et al., 2014). (a) Planta. (b) Sección transversal.

Para configurar la frontera de entrada con respecto a la velocidad, se evaluó el efecto de perfil de velocidad constante o perfil logarítmico de velocidades. Como la entrada se hizo en forma de malla discreta, se evaluó con el factor  $NpE$ , el cual represente el número de puntos de velocidad que conforman el perfil logarítmico de velocidades en la vertical. La ec. (2) fue usada para el perfil logarítmico de velocidades (Schlichting et al., 2000):

$$u = \frac{U_*}{k} \ln \left( \frac{9.025zU_*}{\nu} \right) \quad (2)$$

donde  $u$  es la velocidad longitudinal en función de la elevación sobre el fondo del canal  $z$ ,  $k$  es la constante de Von Karman,  $\nu$  es la viscosidad cinemática del agua y  $U_*$  la velocidad de corte. Como en un canal de fondo plano se desconoce  $U_*$ , ésta se calcula por ensayo y error de la velocidad media  $U$  obtenida del perfil logarítmico de velocidades.

$$U = 5.75AU_* \log \left( \frac{3.6207R_HU_*}{\nu} \right) \quad (3)$$

donde  $Q$  es el caudal,  $R_H$  es el radio hidráulico de la sección transversal a la entrada.

## 2.2 Definición de la variable de respuesta

La variable de respuesta en este caso no es una magnitud física si no un indicador estadístico denominado raíz media cuadrática del error RMSE (por sus siglas en inglés), calculada con los datos observados y predichos del campo de velocidades, representado en el ángulo ( $\theta_{zr}$ ), que forman los vectores de velocidad proyectados en la sección transversal del canal, dadas como velocidad radial ( $V_r$ ) la cual varía en sentido radial de la curva del canal, positiva alejándose del centro de la curva y velocidad axial ( $V_z$ ) ortogonal al fondo del canal, como azimut en radianes, calculado con la ec. (4).

$$\theta_{zr} = \tan^{-1} \left( \frac{V_z}{V_r} \right) \quad (4)$$

El valor del RMSE es calculado con ec. (5):

$$RMSE = \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\theta_{zrObs\ i} - \theta_{zrSim\ i})^2 \right]^{0.5} \quad (5)$$

donde  $\theta_{zrObs\ i}$  es el valor observado del ángulo para un punto  $i$ ,  $\theta_{zrSim\ i}$  es el valor predicho del ángulo para el punto  $i$  y  $N$  es el número de datos analizados, el cual corresponde al número de puntos de velocidad medidos experimentalmente. El objeto del análisis es minimizar el resultado de la ec. (5) en función de los diez parámetros numéricos, para establecer la configuración óptima del modelo hidrodinámico.

## 2.1 Datos experimentales de campos de velocidad

Teniendo en cuenta que para la calibración de los campos de velocidad es necesario tener datos experimentales, estos son extraídos de investigaciones recientes reportadas en la literatura (Bai et al., 2014; Gholami et al., 2014; Abhari et al., 2010 y Bonakdari et al., 2011). Los datos experimentales del canal de Bai se utilizan para el estudio de la independencia de malla en la calibración y los canales restantes para la validación de la calibración. Del canal de Bai se obtienen valores en secciones a cero (0°), 30°, 60°, 90°, 120°, 150° y 180°, con siete perfiles verticales en cada sección, cada 0.050m desde la pared interna del canal, con 12 mediciones por perfil vertical, para un total de 588 datos para velocidad radial, axial y tangencial, esta última es la velocidad del flujo principal. Las dimensiones y características del flujo de cada uno de los canales se presentan en la Tabla 1. El flujo en todos los canales es subcrítico y turbulento, con fondo de lecho horizontal, rugosidad hidráulicamente lisa, con control de flujo a la salida para garantizar superficie del agua paralela al fondo del canal.

Tabla 1. Dimensiones y características del flujo de los canales curvos usados para comparación del modelo.

Símbolo	Unidad	Canales			
		Bai	Gholami	Abhari	Bonakdari
$B$	[m]	0.40	0.403	0.60	0.60
$h_e$	[m]	0.15	0.15	0.200	0.110
$R_m$	[m]	1.20	0.6045	1.8	1.8
$Q$	[m <sup>3</sup> /hr]	38.8	91.08	108	90
$\theta$	[°]	180	90	90	90
$S_o$	[%]	0.00	0.00	0.00	0.00
$L_e$	[m]	2.0	3.6	0.500	6.000
$L_s$	[m]	2.0	1.8	1.000	3.000
<b>Fr</b>	[-]	0.148	0.345	0.178	0.364
<b>Re</b>	[-]	68967	161203	134378	136574

$B$  es el ancho del canal,  $h_e$  es la profundidad del agua a la entrada del canal,  $R_m$  es el radio medio de curvatura,  $Q$  es el caudal,  $\theta$  es el ángulo de curvatura,  $S_o$  es la pendiente longitudinal,  $L_e$  es la longitud recta antes de la curva,  $L_s$  es la longitud recta después de la curva, **Fr** es el número de Froude ( $Fr = \frac{V}{\sqrt{gh_e}}$ ), **Re** es el número de Reynolds ( $Re = \frac{VD_H}{\nu}$ ),  $D_H$  es el diámetro hidráulico ( $D_H = 4R_H$ ),  $V$  es la velocidad media a la entrada del canal,  $R_H$  es el radio hidráulico de la sección mojada a la entrada,  $g$  es la aceleración de la gravedad y  $\nu$  es la viscosidad cinemática con temperatura supuesta de 25°C.

La geometría en planta de cada uno de los canales curvos usados para la validación se muestra en la Figura 2.

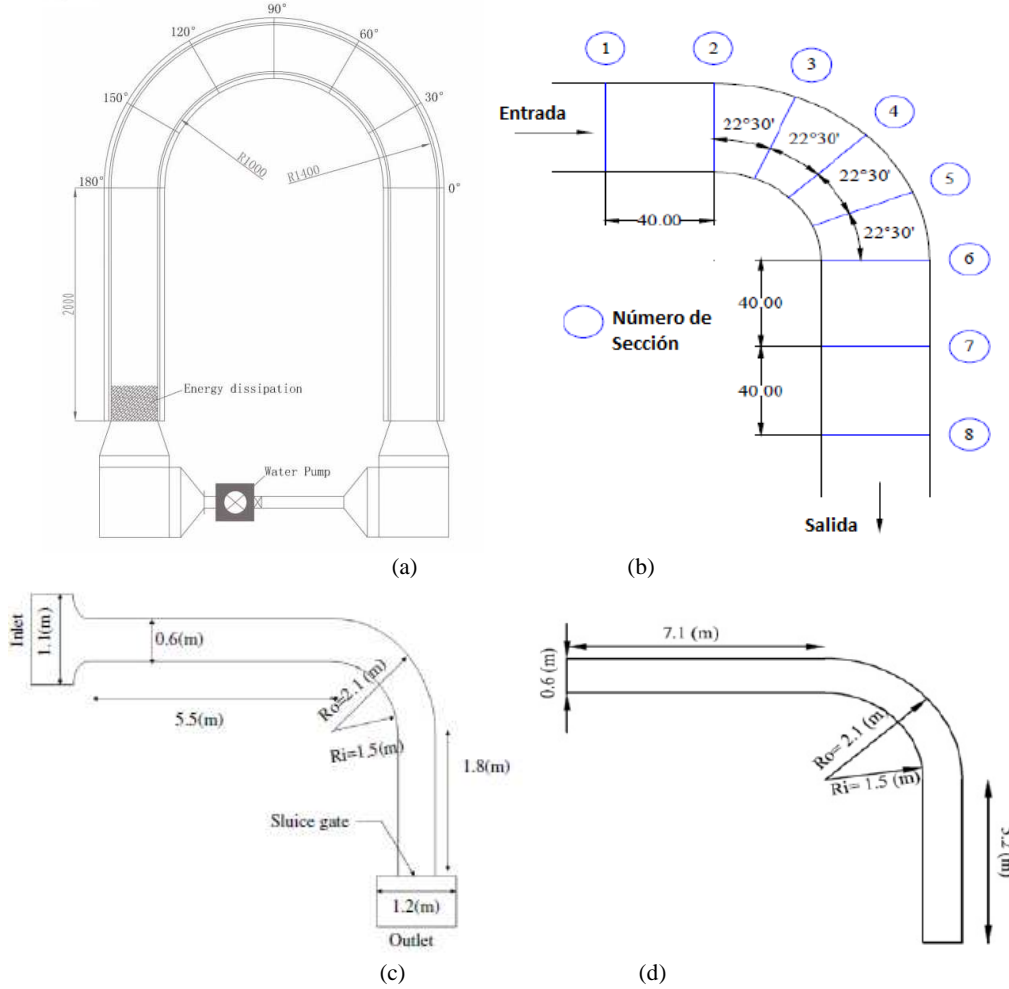


Figura 2. Geometría de los canales usados en la validación. (a) Canal de Bai dimensiones en milímetros. (b) Canal de Gholami secciones donde se reporta las mediciones, dimensiones en cm y grados. (c) Canal de Abhari dimensiones en metros. (d) Canal de Bonakdari dimensiones en metros. (Bai et al., 2014), (Gholami, 2014), (Abhari et al., 2010), (Bonakdari et al., 2011).

## 2.2 Modelo hidrodinámico para los campos de velocidad

El conjunto de ecuaciones para modelar el campo de velocidad en el canal curvo corresponden a la ecuación de conservación de masa y las ecuaciones de Navier – Stokes promediadas según Reynolds (RANS) (Ansys Inc., 2015a), (Jesse Wells, 2010), (Schlichting et al., 2000), (Gholami et al., 2014).

Ecuación de conservación de masa:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (6)$$

Ecuación de conservación de cantidad de movimiento:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = -\delta_{ij} \frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \lambda \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho u'_i u'_j) \quad (7)$$

donde  $\lambda = \frac{2}{3} \mu$ , el segundo término del lado derecho es el tensor de esfuerzos viscosos molecular, el tercer término entre paréntesis corresponde a la divergencia de la velocidad; el cuarto término corresponde al tensor

de esfuerzos turbulentos o tensor de *esfuerzos de Reynolds*, y representa la transferencia de momentum debido a las fluctuaciones turbulentas,  $u_i$  es el vector de velocidad media, en la dirección  $x_i$ , (se ha cambiado las velocidades en  $x, y, z$  por  $u_1, u_2, u_3$ );  $\mu$  y  $\rho$  son la viscosidad dinámica y densidad del agua, respectivamente;  $p$  es la presión y  $\delta$  es la matriz identidad o tensor delta de Kronecker (se cumple que  $\delta_{ij}A_j=A_i$  donde  $A$  es un vector) y  $u_i'u_j'$  son las fluctuaciones turbulentas de la velocidad.

Con respecto al cierre de la turbulencia, para flujo en canales abiertos curvados se ha encontrado que el modelo de turbulencia deducido con base a la teoría del grupo de renormalización RNG, (renormalization group theory RNG  $\kappa$ - $\epsilon$ ), produce resultados satisfactorios en modelación del flujo secundario en canales curvos (Matthews et al., 1998), (Bai et al., 2014). El modelo RNG  $\kappa$ - $\epsilon$  fue derivado usando técnicas estadísticas denominadas RNG (Ansys Inc., 2015a). Según Kleinstreuer (2003), el modelo RNG  $\kappa$ - $\epsilon$  captura mejor los efectos de pared tales como separación de flujo, que el modelo de turbulencia estándar  $\kappa$ - $\epsilon$  y a pesar de que la viscosidad turbulenta y las ecuaciones de transporte para la energía cinética turbulenta  $\kappa$  y la tasa de disipación de energía turbulenta  $\epsilon$  son iguales, los coeficientes son diferentes y algunos son no constantes en el modelo RNG  $\kappa$ - $\epsilon$ . A continuación se presentan las ecuaciones de transporte para  $\kappa$  y  $\epsilon$  (Ansys Inc., 2015a).

$$\frac{\partial(\rho\kappa)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\kappa u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{v_{eff}}{\sigma_\kappa} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right) + G_\kappa + G_b - \rho\epsilon - Y_M + S_\kappa \quad (8)$$

$$\frac{\partial(\rho\epsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\epsilon u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{v_{eff}}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{\kappa} (G_\kappa + C_{3\epsilon} G_b) - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{\kappa} - R_\epsilon + S_\epsilon \quad (9)$$

donde,  $v_{eff}$  es la viscosidad efectiva,  $G_\kappa$  representa la generación de energía cinética turbulenta debida a los gradientes de velocidades del flujo medio,  $G_b$  representa la generación de energía cinética debido a la boyancia,  $Y_M$  es la tasa de disipación,  $C_{1\epsilon}$ ,  $C_{2\epsilon}$  y  $C_{3\epsilon}$  son constantes,  $\sigma_\epsilon$  y  $\sigma_\kappa$  son los números de Prandtl efectivos para  $\epsilon$  y  $\kappa$ , respectivamente,  $S_\kappa$  y  $S_\epsilon$  son términos fuente. El modelado de la viscosidad efectiva resulta en un diferencial, como:

$$d \left( \frac{\rho^2 \kappa}{\sqrt{\epsilon} \mu} \right) = 1.72 \frac{m \, dm}{\sqrt{m^3 - 1 + C_m}} \quad (10)$$

con  $m = v_{eff}/\mu$  y  $C_m \approx 100$ . El límite para números de Reynolds altos de ec. (10) está dado como  $\mu_t = \rho C_\mu \frac{\kappa^2}{\epsilon}$ , donde  $C_\mu = 0.0845$ , muy similar al valor de 0.09 usado en el modelo  $\kappa$ - $\epsilon$  estándar. El término  $R_\epsilon$  es la diferencia más notable entre los modelos RNG  $\kappa$ - $\epsilon$  y el  $\kappa$ - $\epsilon$  estándar, el cual es dado como:

$$R_\epsilon = \rho C_\mu \frac{\eta^3 (1 - \eta/\eta_\infty) \epsilon^2}{1 + \beta \eta^3} \frac{\epsilon^2}{\kappa} \quad (11)$$

donde  $\eta = S \, \kappa / \epsilon$ ,  $\eta_\infty = 4.38$ ,  $\beta = 0.012$ ,  $S = (2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{0.5}$ , con  $\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} (\nabla u + \nabla u^T)$  es el tensor de la tasa de deformación del flujo medio. Ansys Fluent proporciona ecuaciones para estimar el inverso de los números de Prandtl efectivo,  $G_\kappa$ ,  $G_b$  y  $C_{3\epsilon}$ . Con valores para las constantes  $C_{1\epsilon} = 1.42$  y  $C_{2\epsilon} = 1.68$ . Ansys incorpora una opción de cuantificar estos efectos de rotación, dicha modificación toma la siguiente forma de relación funcional:

$$\mu_t = \mu_{t0} f \left( a_s, \Omega, \frac{\kappa}{\epsilon} \right) \quad (12)$$

donde  $\mu_{t0} = \mu_t$  es la viscosidad turbulenta sin la modificación de circulación,  $\Omega$  es un número de remolino característico,  $a_s$  es una constante de remolino que toma valores dependiendo de la intensidad de los remolinos, no se proporciona valores para estas variables.

### 2.3 Simulación hidrodinámica

La simulación hidrodinámica se realizó con el software comercial Ansys-Fluent-Academic, el cual discretiza y soluciona las ecuaciones de conservación de masa y RANS por el método de volumen finito. Las condiciones de frontera fueron definidas como entrada, salida, superficie libre y superficies sólidas. En la entrada como *velocity-inlet*, se introdujo la velocidad según el perfil logarítmico de velocidades de ec. (2), esto se hizo con el fin de compensar el desarrollo del perfil de velocidades en la longitud de entrada, el cual se dejó constante en

2m; también se introdujo los valores de la intensidad de la turbulencia y el diámetro hidráulico según ecuaciones empíricas basadas en flujo a presión. La salida como *pressure-outlet* con presión cero. En las paredes y el fondo se colocó condición *no-slip* y paredes lisas con el uso de función de pared estándar para estimar los efectos de pared. La superficie del agua se colocó como plano de simetría *symmetry*, con condición de cero gradientes para las variables paralelas a la superficie y de cero para las variables normales a la pared; la superficie del agua se supone como "tapa rígida", (una manera es calcular la superficie del agua usando el modelo de volumen de fluido VOF, o el modelo E-E para fluidos inmiscibles, luego se pasa la superficie del agua como frontera abierta a la atmósfera *symmetry*) esta aproximación es válida para diferencias de nivel del agua en la curva menores al 10% con respecto a la profundidad antes de la curva, se utiliza ya que se necesita menor tiempo computacional y se consigue mayor convergencia (Bai et al., 2014). El algoritmo PISO fue usado para el acoplamiento de velocidad-presión, las ecuaciones de momentum son discretizadas usando el esquema de segundo orden UPWIN, el esquema PRESTO para la interpolación de presión y el modelo de turbulencia RNG  $\kappa$ - $\epsilon$  con precisión de segundo orden junto con la función de pared estándar.

### 3 Resultados y discusión

#### 3.1 Cribado de los factores y configuración óptima

En la etapa de cribado se seleccionó los factores que tienen una influencia significativa sobre la variable de respuesta. Se utilizó un factorial fraccionado  $2^{10-5}$  de resolución IV con 32 simulaciones, el cual permite evaluar los efectos principales sin efectos confundidos y algunas interacciones dobles. Con los valores del RMSE para cada arreglo experimental, se realizó el análisis ANOVA y se determinó que los factores significativos sobre la variable de respuesta son seis de los diez iniciales, confirmado con la gráfica estandarizada de Pareto y el gráfico de probabilidad mitad normal, Figuras 3a y 3b, respectivamente. En la Figura 3c se observa el buen ajuste de los datos observados con los simulados, con un coeficiente de determinación ajustado  $R^2_{adj}=91.41\%$  para el modelo de regresión lineal múltiple.

Se descartan los factores NpE, NdE, NdS y NdC, los cuales se pueden dejar constante en su valor óptimo sin extrapolar fuera de la región de experimentación, ya que se corre el riesgo de estimar un valor erróneo en la variable de respuesta.  $NpE \geq 3$  valores en la vertical,  $NdE=50$  div/m,  $NdS=25$  div/m,  $NdC=95$  div/m. El hecho de que el factor NpE no sea significativo indica que con solo pocos puntos en la vertical es suficiente para iniciar el modelo con la condición de frontera de entrada del perfil de la velocidad para determinar el caudal, en este caso se puede colocar un valor de al menos 3 puntos en la vertical del perfil logarítmico de velocidades. Los factores del número de divisiones en planta resultan poco significativos sobre la variable de respuesta, seguramente sin disminuirlos por debajo de la región experimental aquí definida.

Se realiza la prueba de falta de ajuste con cinco puntos vecinos cercanos, siguiendo la metodología de Daniel y Wood, donde la desviación estándar de la población  $\hat{\sigma} = 0.00933$  y la raíz del cuadrado medio del error total  $\sqrt{MS_E} = \sqrt{0.00011} = 0.105$ , como  $\hat{\sigma}$  difiere tan solo de 10.37% de  $\sqrt{MS_E}$ , se considera que  $\hat{\sigma} \approx \sqrt{MS_E}$ , por lo tanto, no se observa falta de ajuste, o la falta de ajuste no es significativa. Criterio que coincide con el análisis de falta de ajuste clásico, con un p-value para la falta de ajuste de 60.28%, indicando una falta de ajuste no significativa o que en la región de experimentación no existe curvatura y el modelo de regresión de primer orden explica los datos experimentales, lo que se confirma con el valor alto del  $R^2_{adj}$  y la representación gráfica de la figura 3c.

Del análisis de cribado se obtuvo también el punto óptimo de configuración, el cual es calculado derivando el modelo de regresión e igualando a cero, obteniéndose los valores de la tabla 1, en la cual también se incorpora los valores de la simulación 22, para efectos de comparación, ya que esta produce el menor valor del RMSE de todas las simulaciones, coincidiendo con los niveles del punto óptimo. El mínimo valor del RMSE predicho de 1.1072 rad es muy cercano al valor simulado de 1.1108 rad.

Tabla 1.  
Punto óptimo de los factores para un valor mínimo de RMSE.

No	$NpH$	$SeH$	$NdH$	$SeW$	$NdW$	$SeE$	$SeS$	$NdE$	$NdS$	$NdC$	RMSE Tan- 1(Va/Vr)
	[-]	[%]	[div/m]	[%]	[div/m]	[%]	[%]	[div/m]	[div/m]	[div/m]	[rad]
Sim 22	3	1	400	1	100	1	1	50	25	48	1.1108
Óptimo (RLM)	3	1	400	1	100	1	1	50	25	48	1.1072

Como en algunos de los parámetros significativos no es posible seguir cambiando su valor, ya que en el óptimo se encuentran en los extremos dentro de la región experimental, se continúa solo con los parámetros  $NdW$  y  $NdH$ , para encontrar la configuración óptima.

Una vez se estableció los parámetros significativos y cuyos valores se podían variar, se realizó un diseño de segundo orden para superficie de respuesta. Se realizó el análisis ANOVA, el modelo de regresión y el punto óptimo, representado gráficamente en la figura 3d. El punto óptimo en valores codificados es dado como,  $NdW=0.577$  y  $NdH= -0.869$ , que en valores reales corresponde a  $NdW=148$  div/m y  $NdH= 226$  div/m, respectivamente. Se realiza una simulación confirmatoria en el óptimo, obteniéndose un valor de RMSE de 1.111rad, muy similar al valor óptimo predicho por el modelo de RLM de 1.109rad. Lo que indica que la metodología de superficie de respuesta predice razonablemente el valor mínimo del RMSE.

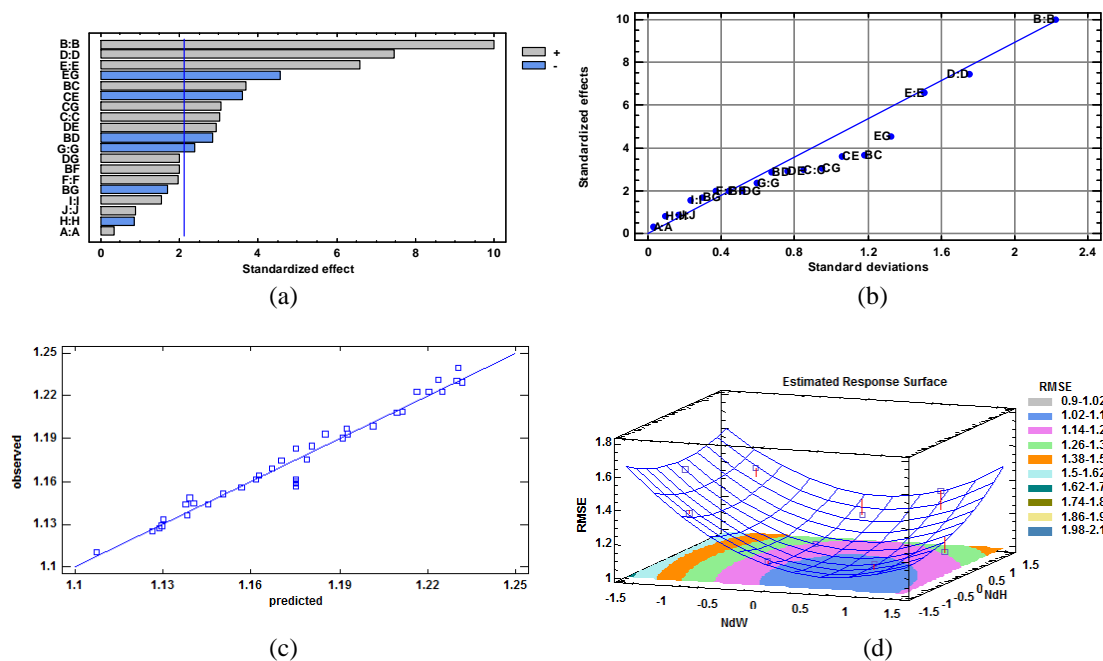


Figura 3. Resultados gráficos del análisis estadístico. (a) Gráfica estandarizada de Pareto. (b) Gráfico de probabilidad mitad normal. (c) Gráfico de valores ajustados contra predichos. (d) Superficie de respuesta.

Fuente: Esta investigación.

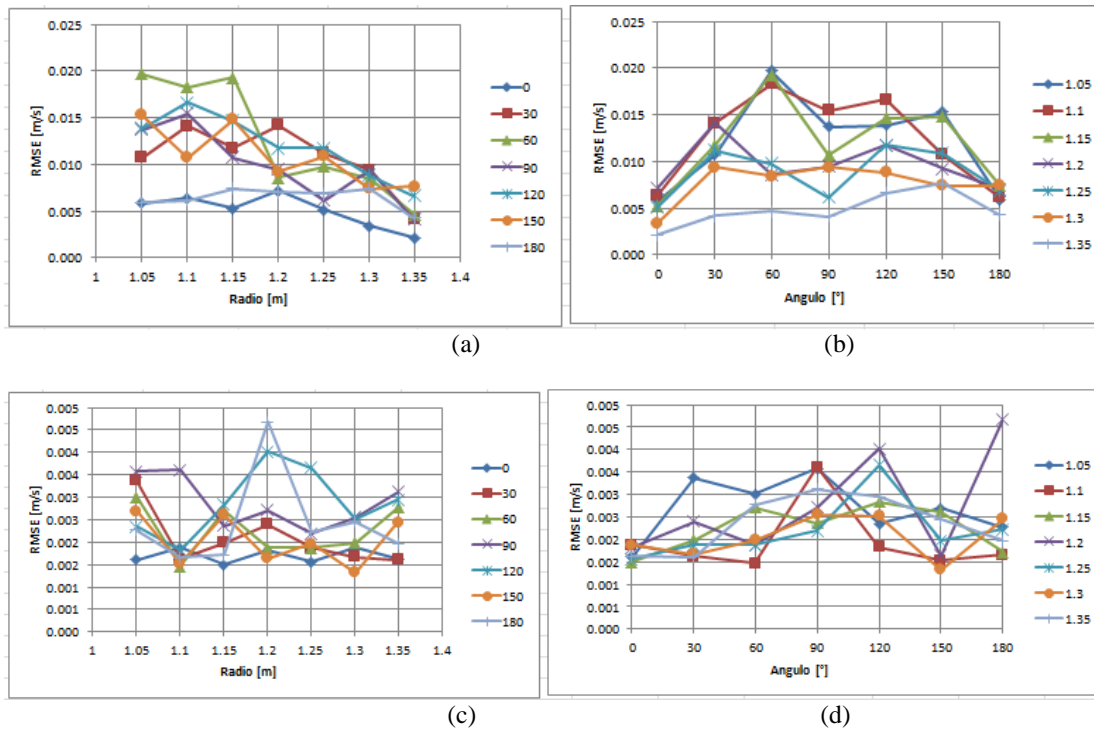
Es de anotar que los factores que tiene que ver con el número de elementos o densidad de la malla y la distribución de los elementos, afectan directamente el refinamiento de la malla cerca de las fronteras sólidas, modificando el  $y_{plus}$  ( $y^+$ ) y el  $y_{star}$  ( $y^*$ ), criterios utilizado por Ansys-fluent para aplicar la función de pared estándar, esto explica que la configuración óptima encontrada esté más cercana a una distribución uniforme con elementos alejados de la pared, que a la malla densamente refinada cerca de la misma. Para el modelo de turbulencia RNG  $\kappa$ - $\epsilon$ , la función de pared estándar es aplicada para un  $y^*$  menor a 11.225, un mallado muy



fino trabajando con funciones de pared resulta ser conflictivo, lo que se ve reflejado en valores altos del RMSE cuando los factores que modifican la separación de los elementos desde la pared, adquieren niveles máximos.

### 3.2 Campos de velocidad obtenidos con la calibración en esta sección o se habla del campo de velocidad, sino de la variación del RMSE.

Se calcularon los valores del RMSE en (m/s) para cada perfil vertical de velocidades con la configuración óptima del mallado. Se encontró que la configuración de la malla, no afecta por igual el cálculo de los vectores de velocidad, como se observa en la Figura 4, donde se esperaría que el RMSE sea una línea recta en función de la variación angular y radial, con un valor ideal de cero. Para la velocidad radial el modelo hidrodinámico se ajusta mejor para los perfiles al final de la curva del canal que al inicio de la misma, figura 4(a); lo mismo que para los perfiles junto a las paredes con valores del RMSE más bajos, que en el centro de la sección transversal, figura 4(b). Para la velocidad axial y circunferencial, no se observa una tendencia definida del RMSE con respecto a la variación angular y radial, con valores muy variables del RMSE; en la figura 4(d) se observa que el modelo hidrodinámico tiene un mayor ajuste en los perfiles junto a la pared interna del canal. Esto indicaría un potencial mejoramiento refinando la malla a nivel local para mejorar los resultados de la simulación.



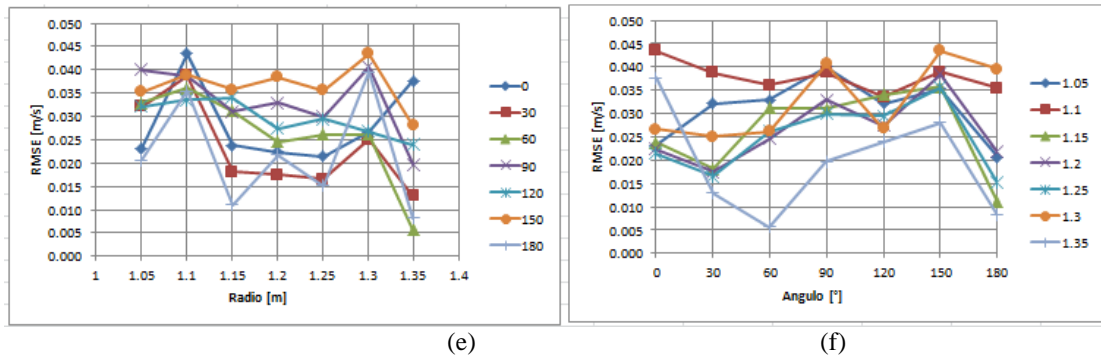
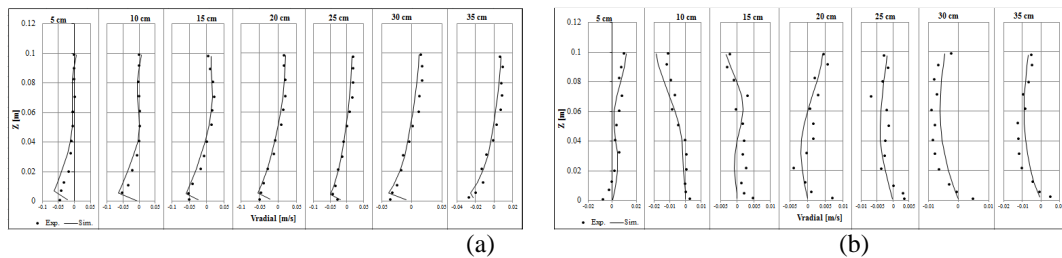


Figura 4. Variación de los errores RMSE en (m/s) para cada uno de los perfiles de velocidad. (a) Velocidad radial contra el radio de curvatura (b) Velocidad radial contra el ángulo de curvatura (c) Velocidad axial contra el radio de curvatura. (b) ) Velocidad axial en sentido radial. (e) Velocidad tangencial contra el radio de curvatura. (f) Velocidad tangencial contra el ángulo de curvatura.

En la Figura 5 se indica los valores de la velocidad simulados y medidos, para cada perfil de velocidades en la sección a  $90^\circ$  de curvatura, para las tres velocidades. Gráficamente se observa que los valores simulados (línea continua) sigue la tendencia de los valores experimentales (puntos negros), con una razonable precisión. Para la velocidad radial en el plano de  $90^\circ$  se obtuvo un valor del  $RMSE = 0.0105 \text{ m/s}$  que parametrizado con la velocidad radial máxima experimental de  $V_{r \max} = 0.0614 \text{ m/s}$ , se obtiene un RMSE de 17.1%. Para la velocidad axial en el plano de  $90^\circ$  se obtuvo un valor del  $RMSE = 0.0029 \text{ m/s}$  que parametrizado con la velocidad axial máxima experimental de  $V_{a \max} = 0.0141 \text{ m/s}$ , se obtiene un RMSE de 20.56%. Para circunferencial en el plano de  $90^\circ$  se obtuvo un valor del  $RMSE = 0.0351 \text{ m/s}$ , que parametrizado con la velocidad circunferencial media experimental de  $V_{c \text{ med}} = 0.1796 \text{ m/s}$ , se obtiene un RMSE de 19.54%. Cuyos porcentajes de error son similares para las tres velocidades, lo que indica que el criterio asumido de evaluar la variable de respuesta con el ángulo de inclinación del vector velocidad en el plano radial-axial en términos de azimuth, produce un buen ajuste de los valores simulados sobre los experimentales para todas las tres velocidades. Para efectos de tener un criterio de máximo ajuste, se extrajeron los perfiles de mayor ajuste para las tres velocidades en la sección a  $90^\circ$ , indicados en la figura 6(d), obteniéndose un  $RMSE = 0.0041 \text{ m/s}$  (6.67% de la  $V_{r \max}$ );  $RMSE = 0.0022 \text{ m/s}$  (9.22% de la  $V_{a \max}$ ) y  $RMSE = 0.0066 \text{ m/s}$  (3.09% de la  $V_{c \max}$ ); es posible que estos valores del error para el mejor ajuste no puedan ser mejorados ya que como se observa la variación se debe a la dispersión de los datos experimentales y no a los valores simulados. Se encuentra que los órdenes de magnitud de las velocidades máximas registradas son de  $V_{a \max} = 6.60\% V_{c \max}$ ,  $V_{r \max} = 28.77\% V_{c \max}$ , y  $V_{a \max} = 22.96\% V_{r \max}$ , con  $V_{c \max} = 0.2134 \text{ m/s}$ . La importancia de conocer la magnitud de los campos de velocidad, es que la velocidad radial y axial definen el flujo secundario, el cual se puede cuantificar estudiando la fuerza de dicho flujo a través de varios criterios, como la intensidad de flujo secundario, la circulación y la vorticidad (Han et al., 2011), (Blanckaert and Graf, 2001), (Bai et al., 2014), (Stranden, 2007).



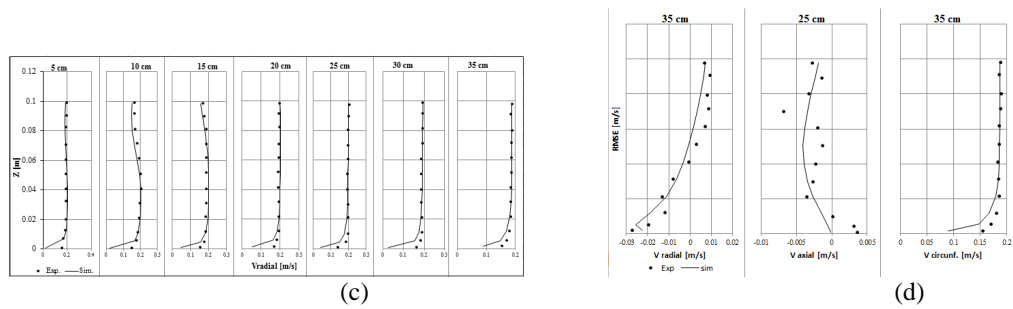
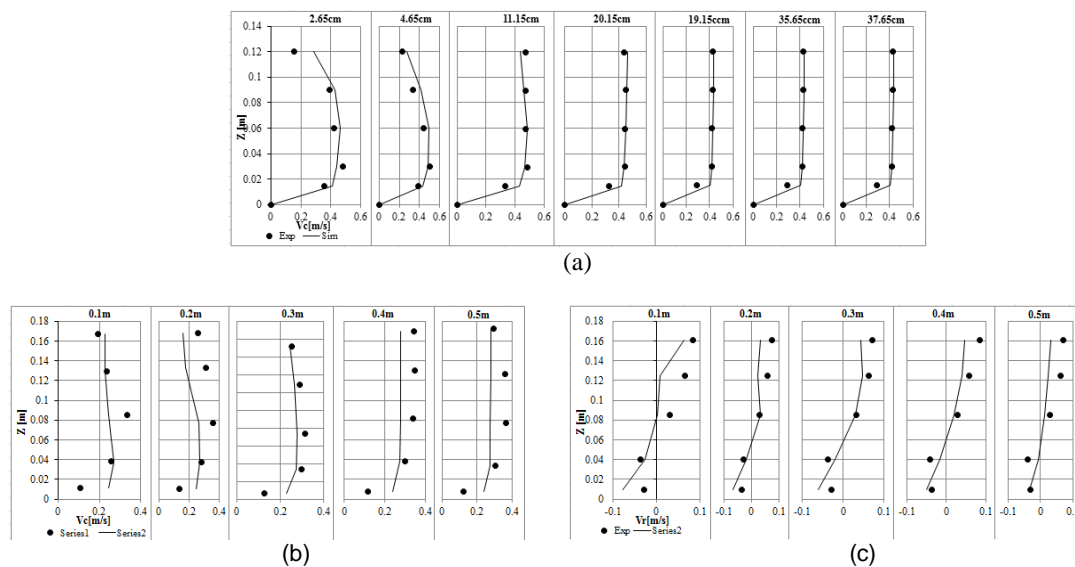


Figura 5. Perfiles de velocidad simulados y medidos, para las tres componentes del vector velocidad en la sección a  $90^\circ$ . (a) Velocidad radial. (b) Velocidad axial. (c) Velocidad tangencial. (d) Perfiles de velocidad de mayor ajuste.

### 3.3 Validación de la calibración

Para la validación de la calibración se usan datos experimentales de los campos de velocidad reportados en los trabajos de Gholami, Abhari y Bonackdari, a los cuales se les aplica la misma configuración óptima de parámetros numéricos del canal de Bai, y se evalúa si el RMSE es lo suficientemente aceptable, en comparación con los valores obtenidos en la calibración. La figura 6 muestra los perfiles de velocidad simulados y experimentales para los diferentes canales en la sección transversal correspondiente al ángulo de curvatura de  $90^\circ$ . Los valores del RMSE se parametrizan con respecto a la velocidad de entrada para efectos de comparación, en porcentaje. *Validación con el canal de* (Gholami et al., 2014), se obtuvo un  $RMSE_{Gob} = 0.46 \text{ m/s}$  (10.5%), ver figura 6(a), solo reporta datos experimentales de la velocidad circumferencial. *Validación con el canal de* (Abhari et al., 2010), no reporta datos de la velocidad axial; en las figuras 6(b) y 6(c) se presentan los perfiles de velocidad tangencial y radial calculados y simulados. Para la velocidad radial se obtuvo un valor del RMSE de  $0.028 \text{ m/s}$  para un porcentaje de 11.28%; para la velocidad circumferencial se obtuvo un RMSE de  $0.07671 \text{ m/s}$  para un porcentaje de 30.0%. *Validación con el canal de* (Bonakdari et al., 2011), en la figura 7(d) se presentan la variación de la velocidad circumferencial simulada y experimental, se obtuvo un RMSE promedio para el plano de  $0.1028 \text{ m/s}$  para un porcentaje de 27.32%; en la figura 7(e) se presentan la variación de la velocidad radial simulada y experimental, con un RMSE de  $0.024 \text{ m/s}$  para un porcentaje de 6.33%.



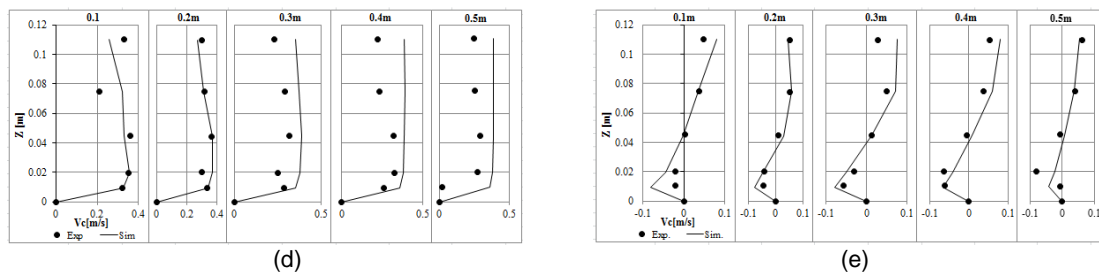


Figura 6. Perfiles de velocidad simulados y medidos, para canales a 90° de curvatura. (a) Velocidad circunferencial canal de Gholami (b) Velocidad circunferencial canal de Abhari. (c) Velocidad radial canal de Abhari. (d) Velocidad circunferencial canal de Bonakdari. (e) Velocidad radial canal de Bonakdari.

### 3.4 Discusión

Se establece que la metodología propuesta con base a DEE por (Gómez et al., 2017) para calibrar modelos hidrodinámicos en cuanto a las profundidades de agua también es válida para la calibración de modelos hidrodinámicos en cuanto al campo de velocidad, lo cual la convierte en un aporte importante al estado del arte, con un potencial importante para ser aplicada a futuras investigaciones donde se tenga que calibrar modelos numéricos.

En la literatura se han calibrado campos de velocidad, reportando solamente los valores del RMSE de la configuración óptima, pero no presentan la metodología con la cual llegaron a dicha configuración, lo cual marca la diferencia con este artículo donde se presenta sistemáticamente como llegar a una configuración óptima de un modelo numérico.

Valores de RMSE logrados en la configuración óptima de los modelos numéricos para el campo de velocidades es reportado por (Patil et al., 2014), (Wood et al., 2015).

## 4 Conclusiones

Se realiza la simulación hidrodinámica del flujo en canales curvos usando las ecuaciones de conservación de masa y RANS, junto con el modelo de turbulencia RNG  $\kappa$ - $\epsilon$ ; aplicando DEE para el estudio de independencia de malla, combinando diseño factorial fraccionado con diseño de superficie de respuesta; obteniéndose las siguientes conclusiones.

Se demuestra que la superficie de respuesta es posible usarla para análisis de independencia de malla y calibración de factores numéricos en el flujo de canales curvos, pudiéndose realizar el análisis de sensibilidad, cribado de factores y obtención de la configuración óptima de parámetros. Se encontró que los parámetros que definen la cantidad de elementos en sentido longitudinal ( $NdE$ ,  $NdS$ ,  $NdC$ ), no son significativos, al menos dentro de la región experimental estudiada. Al final se encuentra que solamente los factores que definen el número de elementos de la malla en la sección transversal son significativos, y seguramente con un estudio detallado de estos dos parámetros ( $NdW$ ,  $NdH$ ) se garantice unos buenos resultados en la simulación.

Los parámetros que cuantifican la distribución de los elementos ( $SeE$ ,  $SeS$ ,  $SeW$ ,  $SeH$ ), indican que la simulación de mayor ajuste con respecto a los datos experimentales, se encuentra cuando los elementos son distribuidos uniformemente, esto seguramente se debe a que el modelo de turbulencia RNG  $\kappa$ - $\epsilon$  utiliza función de pared para cuantificar el efecto de las fronteras sólidas y a pesar de que se realice un mallado fino cerca de las fronteras sólidas, si el parámetro adimensional  $y_{star}$  ( $y^*$ ) es menor a 11.225, no se tiene en cuenta para el cálculo. En este sentido seguramente para otros modelos de turbulencia los factores que representan la distribución de los elementos, resulte ser muy importante. Los resultados en el óptimo son consecuentes con la teoría de función de pared ya que el número de elementos tanto en sentido radial como axial no tienden al valor máximo si no a un valor mínimo, a mayor número de elementos menor es el valor de  $y^*$ . Modelos de turbulencia como el RSM,  $\kappa$ - $\omega$  y SST calculan numéricamente los campos de velocidad dentro de la capa límite, si en ella se ha colocado una malla lo suficientemente fina, puede ayudar a mejorar los datos simulados.

Los campos de velocidad obtenido mediante simulación hidrodinámica en la etapa de calibración, produce valores de RMSE aproximadamente por debajo del 20% para las tres componentes de velocidad y al aplicar la misma configuración a canales con geometrías y condiciones de flujo diferentes, se logran porcentajes de

RMSE relativamente similares. Lo que demuestra, que es posible extender o extrapolar una configuración de una simulación conseguida en la etapa de calibración a otras geometrías y condiciones de flujo para realizar predicciones, asegurando que estas, hechas a partir de una configuración inicial sean confiable en sus resultados, al menos conservando características similares, por ejemplo, en este estudio todos los canales tienen fondo horizontal, con superficie de agua controlada a la salida y longitudes de canal recto antes y después de la curva, paredes y fondo del canal con rugosidad hidráulicamente lisa, régimen de flujo subcrítico – turbulento, lo que tipifica el tipo de geometría y régimen de flujo sobre la cual se podrían realizar las predicciones. Si las geometrías son muy diferentes, seguramente se necesite hacer una nueva calibración detallada para cada canal curvo y poder realizar las predicciones con un margen de seguridad aceptable.

# C Anexo: Criterios de bondad de ajuste

## Criteria of goodness-of-fit

Hernán J. Gómez<sup>\*§</sup>, Francisco Mauricio Toro-Botero<sup>\*\*</sup>, A. Gómez-Giraldo<sup>\*\*\*</sup>

<sup>\*§</sup> *Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Nariño, San Juan de Pasto, Colombia, hgomez@udenar.edu.co, tel. 57(4)4255105, 3104687912, Cl. 80 #65-223, M2, of 202-203, Medellín, Antioquia.*

<sup>\*\*</sup> *Titular Professor, Departamento de Geociencias y Medio Ambiente. Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia, fmtoro@unal.edu.co.*

<sup>\*\*\*</sup> *Associated Professor, Departamento de Geociencias y Medio Ambiente, Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia, eagomezgi@unal.edu.co.*

### Abstract

In this paper a methodology is suggested to evaluate the goodness-of-fitting between observed and numerically predicted variables in curved open channel flows. The mathematical model uses the continuity and the Reynolds averaged Navier-Stokes (RANS) equations with the RNG  $\kappa$ - $\epsilon$  turbulence model, numerically solved with commercial software Ansys Inc. The concept of design of experiments (DOE) together with some criteria of goodness-of-fitting was used in a new coherent suggested methodology for the calibration and validation the numerical model. The goodness of fitting criteria was applied to secondary flow variables like Helicity, intensity of the secondary current and the vortex index instead the primary variables like the velocity field and the free surface. This methodology guaranteed that the model results converge satisfactorily to an optimal setup of the numerical model and it is valid for the analysis of independence of the model computational grid and the setup of others parameters related to the boundary conditions.

**Keywords:** Curved open channel, secondary flow, Design of Experiments (DOE), Goodness-of-fit.

### 1. Introducción

Flow in curved channels, generally speaking, is characterized by the flow separation due to the curve, by the presence of secondary currents along the curve and perpendicular to the channel axis generated by the deflexion of the flow stream lines (Van Balen, 2010), and by free surface variations due to the channel longitudinal curvature. These flow structures generate complex tridimensional flow patterns (Han et al., 2011; Song et al., 2012) that have been studied by numerical modelling and by laboratory experiments, being the numerical approach the one that provides better methodological flexibility to pursue a detailed study despite the necessity to pursue a model calibration and validation process. In general, most of the numerical models used to simulate this type of flows are based on the Reynolds averaged mass and momentum conservation laws coupled with a turbulence closure model. In some cases, the “rigid lid” approximation is used to simplify the numerical solution (Bai et al., 2014).

No standard methodology has been suggested in the literature to calibrate and validate a numerical model that includes the main flow features in its governing equations. Most cases reported use primary variables like the velocity field at different cross sections of the curve to compare the numerical results to laboratory experiments, despite the difficulty in using those profiles for the comparison given the complexity of the flow. Therefore, there is no general consensus on which are the most suitable variables to represent the flow patterns nor the statistical indicators to be used to evaluate the quality of the model calibration and validation processes. Some authors (Berger and Field, 1984; Moffatt and Tsinober, 1992; Stranden, 2007; Han et al., 2011; Ghobadian and Mohammadi, 2011; ANSYS Inc., 6.3) have successfully used secondary variables like the *Helicity* of the flow ( $H$ ), the intensity of the secondary currents ( $I$ ) and the vortex number ( $S_w$ ) for the calibration-validation process. Additionally, to compare the model results to the laboratory experiments, two statistical methods have been traditionally used: a) the OFAT method which varies one model parameter at the time and its influence on the

results are analyzed (Wahid and Nadir, 2013; Gutiérrez and De la Vara, 2012; Lye, 2002) and, b) the statistical experiment design method (SED) which has been used mainly for laboratory experiments (Montgomery, 2012).

For the degree of prediction, a model can be evaluated by using different statistical parameters which quantify the goodness of fitting between the model results and some reference values (laboratory measurements, for example): The determination coefficient ( $R^2$ ), the mean absolute error (MAE), the mean absolute error in percentage (MAPE), the index of fitness ( $d$ ) introduced by (Willmott, 1981), (Willmott, 1982), the efficiency coefficient of Nas and Sutcliffe (NSE), the mean square root error (RMSE), and the variation coefficient, among others. A detailed discussion of different goodness of fitting indexes can be found in (Willmott, 1981), (Willmott, 1982), (Legates and McCabe Jr., 1999), (Hsu and Kuo, 1999), (Toledo and Koutsopoulos, 2004), (Alexandris et al., 2008), (Jara-Rojas et al., 2009), (Ritter and Muñoz-Carpena, 2013).

Given the lack of uniform criteria existing in the literature today to evaluate the behavior of a numerical model for simulating a given physical phenomenon, in this paper a general methodology to calibrate and validate a numerical model is presented and applied to the case of a free Surface flow in a curved channel. The methodology uses the SED method to "run" the numerical experiments and evaluates the goodness of fitting between the model results and experimental measurements by using several statistical indexes for the secondary flow variables.

## 2. Methodology

### Channel Geometry and velocity field experimental data

#### *Coordinate System*

The reference and coordinate systems for the velocity field is shown in Figure (1a), where the global system is defined by the  $x$ ,  $y$ ,  $z$  coordinates and the local system, whose origin is located at the center of the circle of the channel curve, is defined by  $t$ ,  $r$ ,  $z$  coordinates representing the tangential, the radial and the vertical directions, respectively. The corresponding velocity components are, respectively,  $V_t$ ,  $V_r$  and  $V_z$ . The relationship between the Local and Global coordinate system is clear from Figure 1a. The meridional velocity vector ( $V_m$ ) is computed from the  $V_r$  and  $V_z$  components as  $V_m = \sqrt{(V_r)^2 + (V_z)^2}$  and the angle between the  $rz$  plane and the horizontal plane is obtained as  $\theta = \tan^{-1}(V_z/V_r)$ . Figure (1b) shows the channel dimensions used for the laboratory (Bai et al., 2014) and numerical experiments and Figure (1c) shows the grid used by (Bai et al., 2014) for the experimental velocity measurements for several transverse sections along the channel curve.

#### *Channel Geometry*

For the numerical model calibration and validation, experimental data are required. In this case, the velocity field ( $V_t$ ,  $V_r$  y  $V_z$ ) at different cross sections along the channel curve obtained with a Micro ADV profiler and reported by (Bai et al., 2014) are used. The 40 cm width channel (See Figure (1b)) is built with transparent acrylic plates, in a horizontal bottom with a  $180^\circ$  curve, a 1.2 m radius of curvature ( $R_m$ ) and with two straight branches, upstream and downstream the curve ( $L_e = L_s = 2$  m). The velocity measurements were obtained for  $Q = 0.01008$  m<sup>3</sup>/s and a 0.15 m water depth ( $h_e$ ) at the curve entrance. For these values, the corresponding Froude number ( $Fr = \frac{V}{\sqrt{gh_e}}$ ) is 0.148 and a Reynolds number ( $Re = \frac{VD_H}{\nu}$ ) of 68967 was obtained, where  $D_H$  is the hydraulic diameter ( $D_H = 4R_H$ ),  $V$  is the mean velocity at the curve entrance,  $R_H$  is the hydraulic radius,  $g$  is the acceleration due to gravity and  $\nu$  is the water kinematic viscosity at 298.15°K. Velocity profiles were measured at 7 transverse sections located at  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $150^\circ$  and  $180^\circ$  from the curve entrance. At every cross section, the velocities were measured at locations shown in Figure (1c).

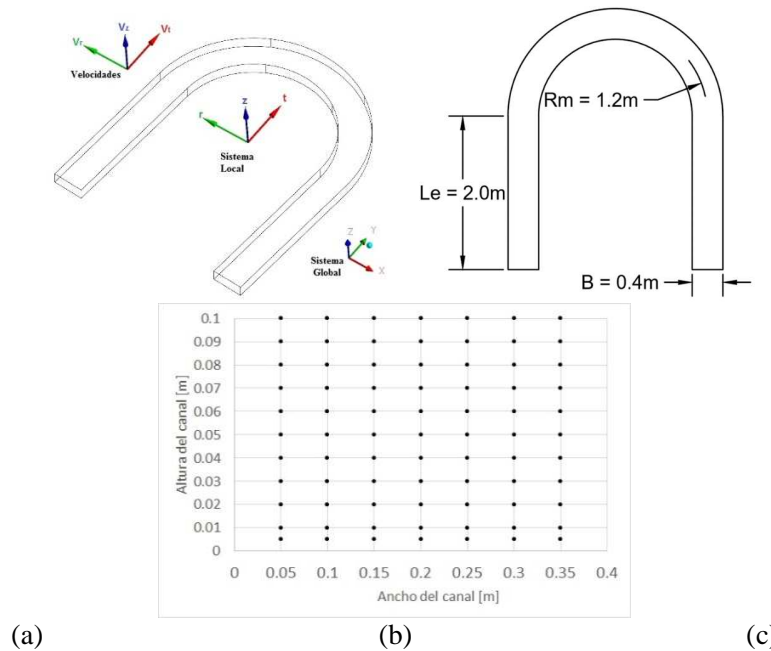


Figure 1. Experimental Channel configuration. (a) Local and Global coordinate systems. (b) Channel plan view. (c) Velocity measurement grid

#### Calibration methodology

A given physical phenomenon (numerical), in a domain ( $\Omega$ ) can be represented by a group of input parameters ( $\Pi$ ) and a group of output (answer) parameters ( $Y$ ) in a relationship of the form,  $\Pi \rightarrow \Omega \rightarrow Y$ . In a statistics design of experiment (DOE) procedure those independent parameters are known as *factors*, the values they can take in the experiment are known as *levels* and the dependent parameters are known as *answer variables*. The purpose of a SDE is to find a proper combination of the  $\Pi$  parameters, the *levels* they can take in the experiment and the relevance that any of these  $\Pi$  parameters can take over the  $Y$  parameters. For a numerical model calibration, a similar approach can be followed where the equivalent  $\Pi$  parameters may be related to the characteristics of the computational grid (grid size, elements form), the implementation of the boundary conditions, and the size of the computational domain compatible with the boundary conditions, among others. The  $Y$  parameters, in this case, are those results of the optimal combination of the  $\Pi$  parameters that makes the difference between the numerical results and a set of reference *answer variables* (measurements) a minimum.

Any methodology used to compare predicted values and reference values (measurements) should account for three main components (Ritter et al., 2011), (Legates and McCabe Jr., 1999), (Ritter and Muñoz-Carpena, 2013), which in this work are: i) qualitative comparison of the magnitude of the *answer variables* (including results from the numerical model and reference variables), usually a graphics comparison; ii) include at least one measurement of the goodness of the statistical fitting between the simulated and the reference *answer variables*, usually statistical indexes like the efficiency index of Nash and Sutcliffe (NSE) or the Willmot's index of good fitting (Willmott, 1981), (Willmott, 1982), and iii) include a measurement of the absolute error between the *answer variables* like the RMSE or MAE indexes.

A flow chart of the suggested methodology presented in this work is shown in Figure 2. A critical point of this methodology is whether the goodness of fitting indexes between the numerical model results and the *reference answer variables* are accepted or rejected. To solve this critical point, two options are available, namely the criteria of the NSE index suggested by (Ritter and Muñoz-Carpena, 2013) and a criteria based on the magnitude of the goodness of fitting statics reported by the specialized literature (Bai et al., 2014).



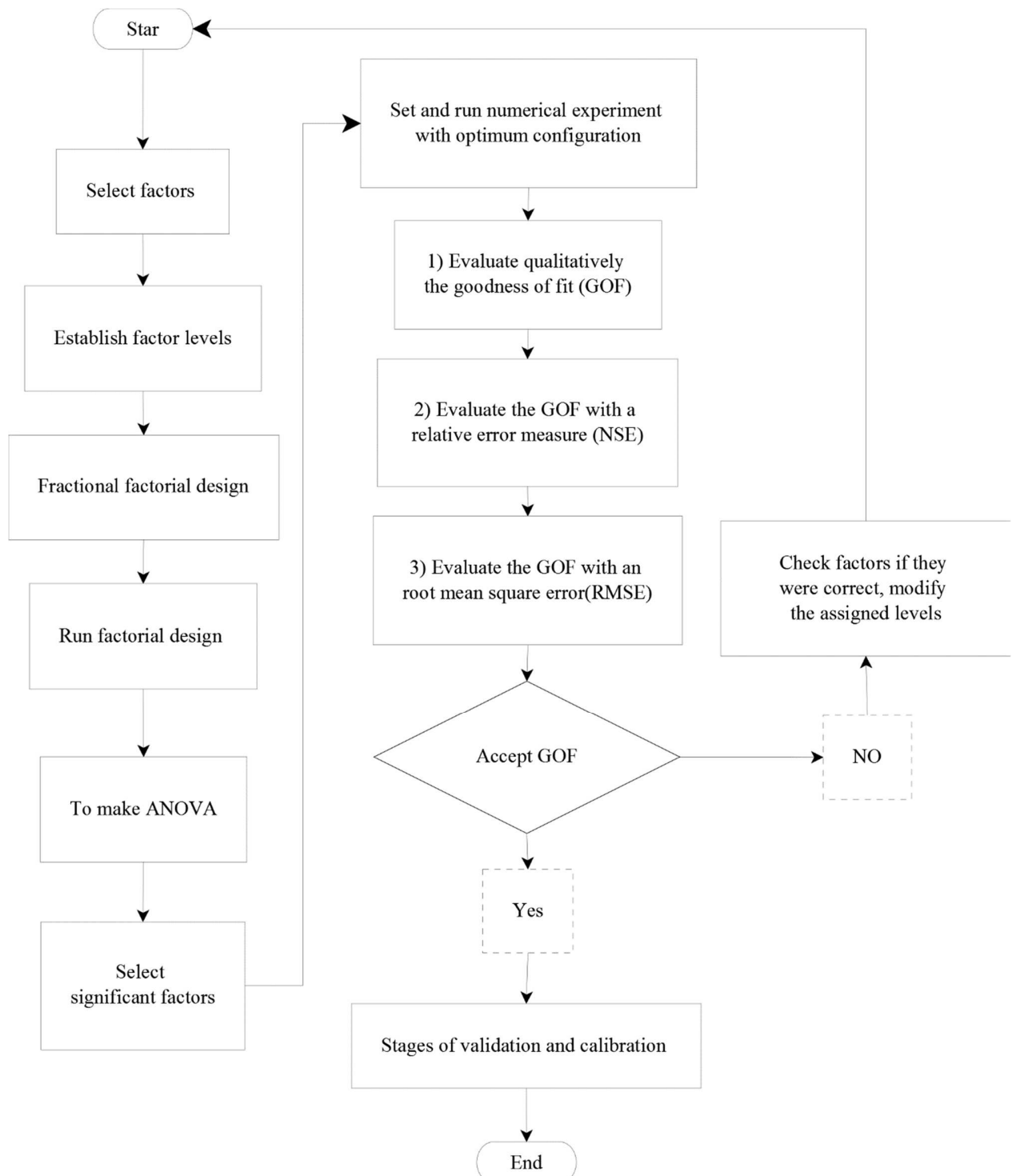


Figure 2.- Flow chart of the suggested calibration methodology

In the next paragraphs the suggested methodology will be applied to the calibration of a numerical model used to simulate the free surface flow in a curved channel.

### Definition of the input parameters and the answer variables

The input parameters selected for this application are related to the configuration of the computational grid (elements size and distribution). Because the computational domain is a curved channel with two straight branches (one upstream the curve and a second one downstream the curve) a set of hexahedric elements with longitudinal and transverse variations was chosen. For this grid, 9 input parameters related to the grid configuration were defined and one input parameter related to the velocity at the curve entrance as boundary condition for a total of 10 input parameters. These parameters are represented by equation (1):

$$Y = f(NP_E, ND_B, ND_H, ND_E, ND_S, ND_C, Se_B, Se_H, Se_E, Se_S) \quad (1)$$

Equation (1), includes 3 groups of factors, namely  $ND$ ,  $Se$ ,  $NP$ , where the  $ND$  factor represents the number of grid cells, the  $Se$  factor represents a parameter for the grid distribution and  $NP$  represents the velocity boundary condition at the channel entrance. Each group of factors has a subindex representing the channel width (B), the water depth in the channel curve (H), the straight branch of the channel upstream the curve (E), the straight branch of the channel downstream the curve (S). The  $ND$  factor is converted into a non-dimensional parameter computed as  $Le/ND/R_H$ , in terms of the length of the upstream branch ( $Le$ ) and the Hydraulic Radius of the section at the curve entrance, with the purpose of interpreting this parameter for other channels geometry. The skewness or distribution factor ( $Se$ ) represents the ratio  $100 \cdot L_{max}/L_{min}$ , where  $L_{max}$  is the max element length and  $L_{min}$  is the minimum element length in a given direction. A unit value for  $Se$  indicates a uniform grid of identical cell size and a value larger than 1 indicates that the cells near the solid walls are finer than those away from it (see Fig 3). The  $NP_E$  factor represents the number of vertical coordinates used to prescribe the logarithmic velocity profile at the channel entrance (Schlichting et al., 2000). The answer variable  $Y$ , in our case, corresponds to those statistical indexes computed for the three velocity components ( $V_t$ ,  $V_r$  y  $V_z$ ) and for angle  $\theta = \tan^{-1} \left( \frac{V_z}{V_r} \right)$ .

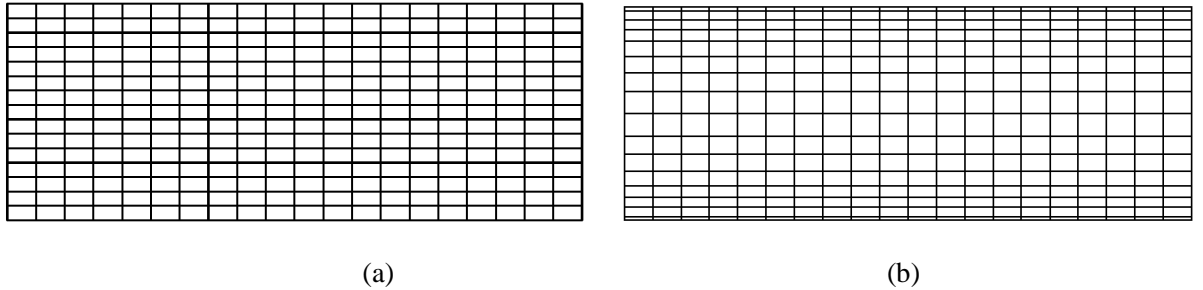


Figure 3. Grid structure for a transverse section of the canal: (a) Uniform grid for  $Se = 1$  and (b) Non uniform grid  $Se = 3$ .

### Statistical indexes used to evaluate the good-fitting for the velocity field

In this section, for the definition of the good-fitting indexes it is stated that the sub-script  $P$  refers to predicted value and the sub-script  $O$  refers to the observations. The good-fitting index for the velocity direction (angle) perpendicular to the main flow is computed according to equation (2):

$$RMSE_{\theta} = \frac{\left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\theta_{O_i} - \theta_{P_i})^2 \right]^{0.5}}{\theta_{O_{max}} - \theta_{O_{min}}} \times 100 \quad (2)$$

Where  $\theta_{O_{min}}$  [rad] y  $\theta_{O_{max}}$  [rad], are the *max* and *min* values for the observed angle and  $N$  is the number of observations.

According to (Jorba Casellas, 2005) it is possible to evaluate the good-fitting for the 2D velocity field on a given plane by using a modified RMSE index given by equation (3) where the velocities are on the **r-z** plane:

$$RMSE_{2D} = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [(V_{rOi} - V_{rPi})^2 + (V_{zOi} - V_{zPi})^2]}}{V_{max} - V_{min}} \times 100 \quad (3)$$

Where  $V_{max}$  y  $V_{min}$  are the max and min values of the velocity, max and min values chosen between the max  $V_z$  and max  $V_r$ . For each velocity component, the proper RMSE indexes are given by equations (4) to (6):

$$RMSE_{Vt} = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [(V_{tOi} - V_{tPi})^2]}}{V_{tmax} - V_{tmin}} \times 100 \quad (4)$$

$$RMSE_{Vr} = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [(V_{rOi} - V_{rPi})^2]}}{V_{rmax} - V_{rmin}} \times 100 \quad (5)$$

$$RMSE_{Vz} = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [(V_{zOi} - V_{zPi})^2]}}{V_{zmax} - V_{zmin}} \times 100 \quad (6)$$

One of the disadvantages of the ANOVA analysis is that the methodology is not applicable for simultaneous comparison of multiple answer variables so, to overcome this difficulty, a unique parameter ( $X_{rms}$ ) is obtained by grouping the individual indexes as shown by equation (7):

$$X_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N_v} \sum_{i=1}^{N_v} (x_i^2)} \quad (7)$$

where  $x$  is very one of the statistic parameters that are grouped and  $N_v$  is the number of them. The good-fitting criteria is, then, to focus on identifying those parameters that have more effect on minimizing  $X_{rms}$ .

According to (Legates and McCabe Jr., 1999) and (Ritter and Muñoz-Carpena, 2013), the NSE parameter, given by equation (8), can be used to complement the good-fitting analysis:

$$NSE = 1 - \left( \frac{RMSE}{SD} \right)^2 \quad (8)$$

Where  $SD$  is the standard deviation of the observations. The  $NSE$  is a non-dimensional parameter for the good-fitting analysis widely used in hydrological modelling and flexible enough to be used in hydrodynamic simulation (Ritter and Muñoz-Carpena, 2013). A one value for  $NSE$  indicates perfect fitting.

### Definition of secondary variables

In order to calibrate and validate the numerical model in a more general context, additionally to the basic variables (velocity field, and water depths), two secondary variables are computed from the basic variables, looking for the model to reproduce the general structure of the flow. Some of this secondary variables used in this work are presented below.

#### Flow Helicity

The concept of helicity was first suggested by (Berger and Field, 1984) for magnetic fields and some years later this concept was used in hydrodynamics to study vortical flows by (Moffatt and Tsinober, 1992). For secondary currents in a curved channel, the concept of helicity was introduced by (Bai et al., 2014) who analyzed the secondary currents in a 180° curved channel. The helicity is computed, for cross sections (perpendicular to the channel longitudinal axis) of the curved channel as:

$$H_e = \sum_A |(\nabla \times V) \cdot V| \Delta A \quad (9)$$

where  $H_e$  ( $l^4/s^2/m$ ) is the helicity density,  $V$  is the velocity vector along the cross section,  $\Delta A$  is a differential area of the cross section. The net helicity is obtained from equation (9) when the absolute value is not considered.

#### Intensity of secondary currents

Several authors (Stranden, 2007), (Ghobadian and Mohammadi, 2011), suggested that the recirculating current can be computed in terms of the intensity of the secondary flow which, in turn, is computed as the ratio of the kinetic energy in radial direction to the kinetic energy in longitudinal direction, in the a curved open channel:

$$I = \frac{\sum_A V_r^2 \Delta A}{\sum_A V_t^2 \Delta A} \quad (10)$$

### Hydrodynamic model

The flow in a curved channel free Surface flow is governed by the mass conservation equation and the Reynolds averaged Navier-Stokes (RANS) equations (Ansys Inc., 2015a), (Jesse Wells, 2010), (Schlichting et al., 2000), (Gholami et al., 2014), which for a Cartesian coordinate system for a steady state flow are written as:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = -\delta_{ij} \frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \overline{u'_i u'_j}) \quad (12)$$

Where the  $u_i$  are the time averaged velocities in the  $x_i$  Cartesian direction (for  $i = 1, 2, 3$ ),  $\mu$  is the fluid molecular viscosity,  $\rho$  is the fluid density,  $\rho \overline{u'_i u'_j}$  is the Reynolds stress tensor,  $u'_i u'_j$  is turbulent fluctuation velocity,  $p$  is the pressure and  $\delta_{ij}$  is the Kronecker delta tensor. The second term on the right hand side of equation (12) represents the molecular viscous stresses and the third one represents the turbulent stresses. For the turbulence closure, the RNG  $\kappa$ - $\epsilon$  model has been successfully used for simulating the flow in curved channel free surface flows (Matthews et al., 1998), (Bai et al., 2014), (Ansys Inc., 2015a). This RNG  $\kappa$ - $\epsilon$  model better captures the side walls effects (like flow separation) than the standard  $\kappa$ - $\epsilon$  model (Kleinstreuer (2003)). This set of equations is implemented in the Ansys software used for the numerical experiments.

### Hydrodynamic Simulation

The numerical solution of equations (11) and (12) are obtained by the Ansys software. For the numerical solution, 4 types of boundaries were defined: a) Open boundary at entrance, b) Open boundary at exit, c) free Surface and, d) close boundaries (solid walls). For the open boundary at entrance, the logarithmic velocity profile (Schlichting et al., 2000) was prescribed given the 2m straight branch of the channel upstream the curve. For the open boundary at exit, the zero pressure (atmospheric pressure) condition was used. For the solid walls (channel bottom and lateral walls) the non-slip condition with standard wall functions were prescribed and the free surface was modeled by the "rigid lid" approximation, which is valid for free Surface changes smaller than 10% of the still water depth upstream the curve entrance (Bai et al., 2014). The numerical schemes used for the approximate solution of the governing equations, include: a) the PISO algorithm for coupling velocity and pressure, b) second order UPWIND scheme for the convective terms in the momentum equations and, c) the PRESTO algorithm for the pressure interpolation.

## 3. Results and discussion

### Factors detailed selection and optimal model configuration

Following the suggested methodology, we start with the stage of selection of factors that show significant effect on the *answer variable*. The numerical experiment is design for a fraction factorial of  $2^{10-5}$  with a IV resolution, 32 model runs, resolution that allows to evaluate the most important effects on the *answer variable* without hidden effects or double interactions between factors. After computing the  $X_{rms}$  as the *answer variable* for each numerical experiment, an ANOVA analysis was performed showing that, with a 95% level of confidence, the  $Se_B$  y  $Se_W$  factors, in their low level, were the factors showing significant effect on the answer variable ( $X_{rms}$ ). This result shows that small variations in their level, have big impact on the *answer variable*, producing a minimum value for a uniform size distribution of elements, result that indicates that no refinement of the elements near the channel walls improves the solution. This result is clear given that as boundary condition on the walls, a friction wall condition was used, avoiding the need for a grid refinement near the walls. Continuing in order of significance are the  $Nd_H$ ,  $Nd_E$  y  $Nd_W$  factors in their low levels. A standardized Pareto plot (Montgomery, 2012) and (Gutiérrez and De la Vara, 2012), is shown in Figure 4a, for 95% of level significance (a standardized effect of nearly 2 in Figure 4a) shows that only the B and D factors show a significance level higher than 95%. As a confirmation of this result, the plot of the half normal probability distribution, shown in Figure 4b, presents the B and D factors as the more relevant ones (they are the farthest from the origin).

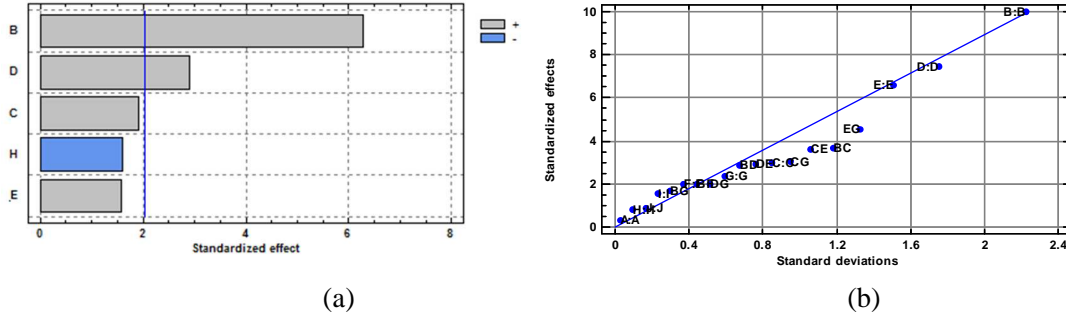


Figure 4. Statistical analysis results. (a) A standardized Pareto plot; (b) Half normal probability plot. The factors are:  $A=Np_H$ ,  $B=Se_H$ ,  $C=Nd_H$ ,  $D=Se_W$ ,  $E=Nd_W$ ,  $F=Se_E$ ,  $G=Se_S$ ,  $H=Nd_E$ ,  $I=Nd_S$ ,  $J=Nd_C$ .

Those factors that have no significant effect on the *answer variable* can be set to a convenient level in order to minimize the computational effort. In particular, the  $Np_E$  factor needs to be specified to a small number of points in the vertical to adequately describe the velocity logarithmic profile at the curve entrance.

The model optimal configuration obtained through the ANOVA analysis provides the factor levels that minimized the answer variable ( $X_{rms}$ ). Then, those factors related to the computational grid were taken to a non-dimensional factor by scaling them by a characteristic length of the channel, which in our case was the hydraulics radius at the entrance section. The results are:  $Te_B = 0.1166 R_H$ ,  $Te_H = 0.0486 R_H$ ,  $Te_L = 0.2333 R_H$ , and  $ND_C = 2^\circ$ . For those factors related to the element distribution in the domain, it was found that a skewness larger than 1 have no effect on  $X_{rms}$ , result that indicate that elements are uniformly distributed in the hole domain. When the aspect ratio of the elements is checked, a 4.8 value was obtained, value that can be used later as a reference value for other cases (computational grids). For this optimal configuration, the model results will be compared to reference data: laboratory measurements.

### Good-fitting for the calibration stage

#### Qualitative comparison

Figure 5 shows the comparison of the flow vortical structure among the model results (S1), the experimental data reported by (Bai et al., 2014) (Exp), simulated results reported by (Bai et al., 2014) (S2) and our model results with a non-optimal grid (S3). The helicity (Figure 5a) at several cross sections along the curve is well reproduced by our numerical model, following closely the experimental data and the simulations reported by (Bai et al., 2014), although our results slightly over-predicts the experiments. Notice how the helicity obtained by the non-optimal grid clearly departs from (under-estimates) the experimental data, including some differences in the shape of the plot. When the secondary current intensity is analyzed (Figure 5b), the results show that our model and the simulations reported by (Bai et al., 2014) are very close between them, showing some differences at the cross section located  $60^\circ$  from the entrance. Both models over-predict the experimental data although the shape of the curve is maintained. The results obtained by the non-optimal grid (S3) are closer to the experiments in sections away from the entrance and from the exit of the curve. For both variables, the simulations obtained by our model with the optimal grid correctly predicts the location of the peaks (cross section  $60^\circ$  downstream the entrance), important feature of this type of flows reported by the literature (Stranden, 2007) and (Bai et al., 2014).

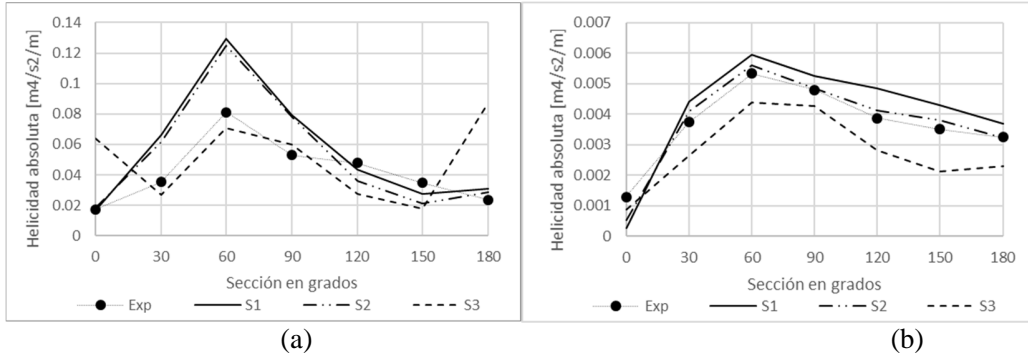


Figure 5. Spatial variation of the Helicity and the Intensity of the secondary flow: (a) Helicity, (b) Intensity of the secondary current. Exp: lab measurements by (Bai et al., 2014); S1: simulation by the optimal grid; S2: simulation by (Bai et al., 2014); and S3: simulation by non-optimal grid.

An additional qualitative analysis was performed by comparing the streamlines at the cross section 120° from entrance obtained from Exp (Figure 6a); by S1 (Figure 6b), by S2 (Figure 6c) and by S3 (Figure 6d). These figures show good agreement among the Exp, S1 and S2 cases, presenting a strong and large counter clock vortex with its eye located in the middle of the cross section and a smaller and wicker anti-clock wise vortex near the free surface at the inner wall, vortex clearly observable for the S1 and S2 cases and no so clear for the Exp case. On the contrary, the S3 case shows only one large and strong anti-clock vortex with its eye located much closer to the inner wall, vortex very different from the other cases.

The next challenge is to quantify the good-fitting behavior of the simulations considering the characteristics of the vortex structure, characteristics like the location of the vortex eye and the vortex intensity.

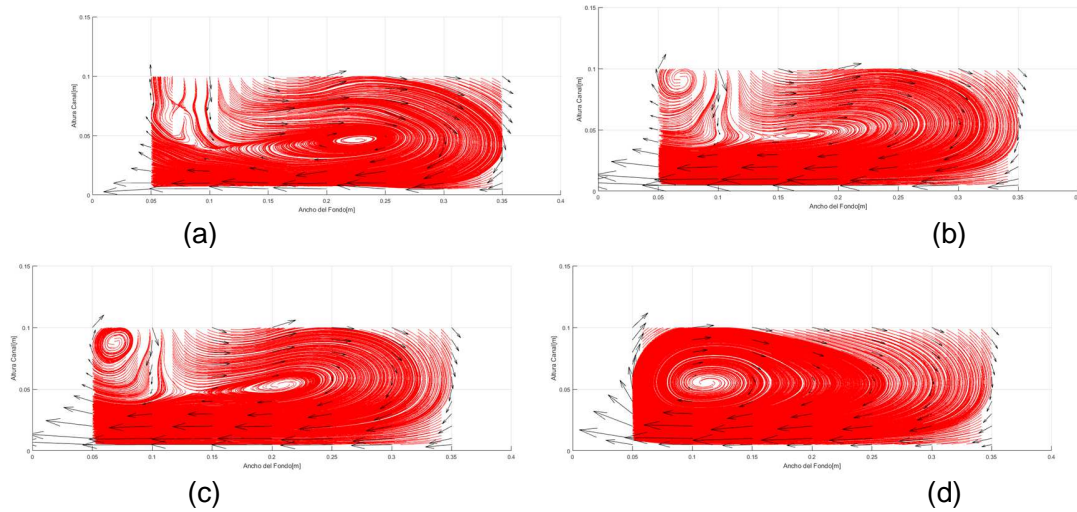


Figure 6. Stream lines of the secondary current at the cross section located 120° from entrance. (a) Experiments by (Bai et al., 2014); (b) S1 Simulations; (c) S2 simulations and, (d) S3 simulations. The channel inner wall is located at the left hand side border of each plot

#### Measure of the absolute error

Based on the obtained optimal factor configuration and results from the ANOVA analysis, the model results are compared, in terms of the goodness of fitting, to those reported in the specialized literature. The comparison is performed with the data reported by (Bai et al., 2014) y (Patil et al., 2014) and by using equations (2), (5) and (6), whose results are presented in Figure 7(a) for the S1 and S3 cases. It is clear that the error (RMSE) magnitude for the three velocity components and the angle  $\theta$  for all cases and for all reference data are of the same order of magnitude ((Patil et al., 2014) do not report error values for  $V_i$  because they considered a 2D simulation). The  $X_{rms}$  value obtained for our model for the S1 case was 15.88% while (Bai et al., 2014) reported a value of 16.5% (Figure 7(b)).

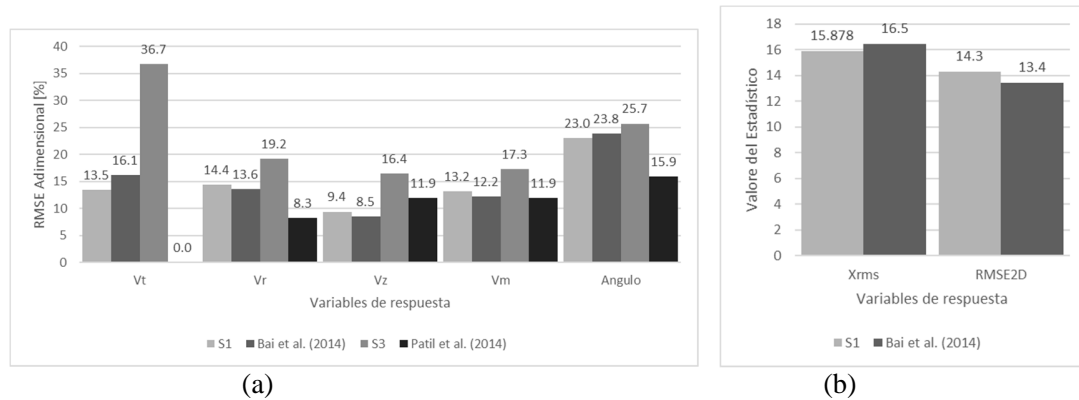
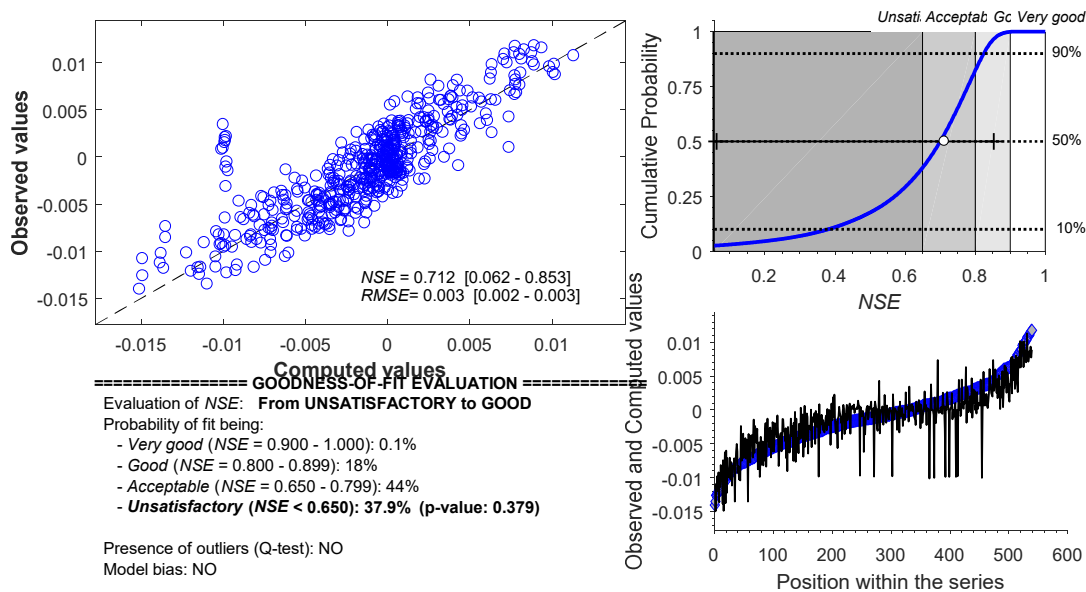


Figure 7. Comparison of the statistical indexes obtained with our model against cases reported in the literature. (a) RMSE index, and (b)  $X_{rms}$  y  $RMSE_{2D}$  indexes.

#### Measure of the relative error

As a measurement of the relative error, the NSE coefficient, for the axial velocity component, is computed for the (Bai et al., 2014) simulations (Figure 8a) and for our simulations (Figure 8b). For both simulations, the NSE coefficient is of the same order of magnitude, 0.721 for (Bai et al., 2014) and 0.765 for our simulations, corresponding to probabilities of 62% and 81%, respectively, for an acceptable agreement with the experimental data. This NSE criteria is stricter than the RMSE index and none of the simulations (including those reported in the literature) reach a value of 95% corresponding to a qualification of “very good agreement”, becoming this fact a challenge in hydrodynamic simulations.



a)

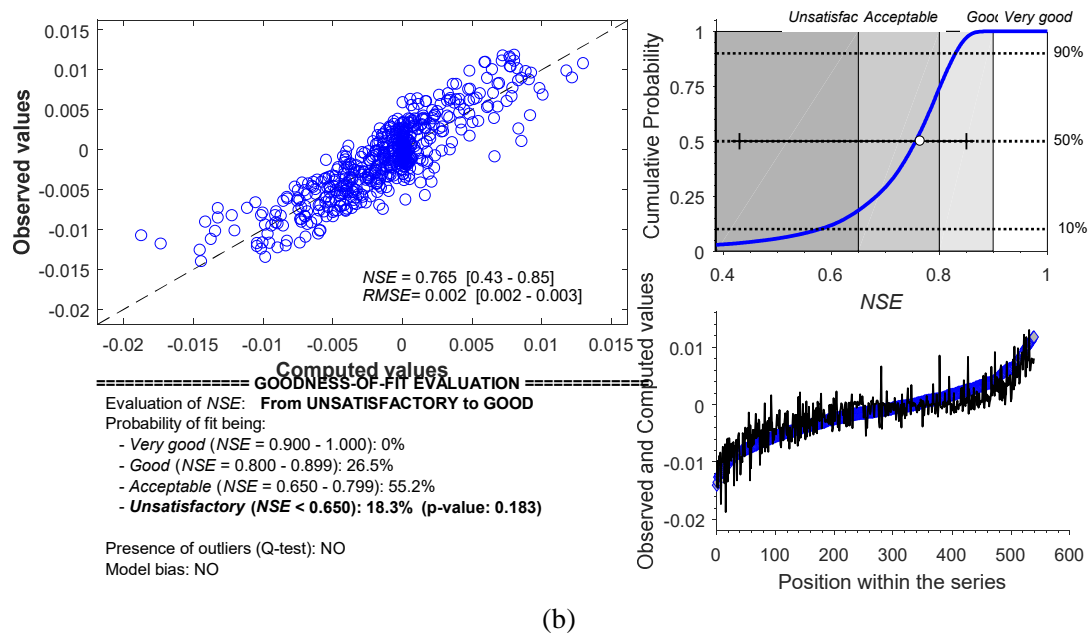


Figure 8.- Goodness of fitting for the axial velocity component by the NSE coefficient: (a) simulations by (Bai et al., 2014) and (b) S1 case.

It is relevant to consider that in order to obtain a “very good agreement” between the measurements and the results of a numerical model it is necessary to maintain a coordinated procedure between the experiments and the numerical simulations given the difficulties to apply exactly the same conditions for both procedures, that it, it is not always possible to specify the same conditions to the numerical model, for example, irregularities in the geometry of the experimental channel presented after the channel construction (Walls along the channel curve, junctions between the straight branches of the channel and the channel curve, etc.), irregularities that may induce some flow conditions (flow bursts) that cannot be captured by the numerical model because the irregularities are not introduced in model geometry.

Additionally, despite the RNG  $k-\varepsilon$  model is very efficient, it is not certainly, the best. A LES model may behave better than a RANS model paying the price of a higher computational effort. This is the challenge for future research (Bai et al., 2014).

#### 4. Conclusions

A new methodology, applied to the numerical simulation of the flow in a curved channel, is presented and validated. The implemented numerical model is based on the mass conservation, the RANS equations and the RNG  $k-\varepsilon$  model for the turbulence closure. The numerical experiments were designed by following the Design of experiments fraction factorial procedure to study the effects of the computational grid on the model results. The quality of the numerical results compared to the experimental data was studied using good-fitness criteria.

It was clearly shown that the suggested methodology was successfully used to study the computational grid characteristics and the configuration of several factors related to the model boundary conditions. The results of this study showed that after the proper factor selection it was possible to define the optimal model configuration. The study showed also that the grid factors related to the longitudinal characteristics of the grid ( $ND_E$ ,  $ND_S$ ,  $ND_C$ ) have not significance on the *answer variable*. On the contrary, those factors related to the grid element distribution ( $Se_E$ ,  $Se_S$ ,  $Se_W$ ,  $Se_H$ ) have relevance on the model results in such a way that the optimal grid resulted in a uniformly distributed grid. This somehow unexpected result can be explained by the use of the RNG  $k-\varepsilon$  turbulence closure model because near the solid walls a wall friction law is used avoiding the need for a finer grid in these regions.

The values of the statistical indexes RMSE,  $X_{rms}$  y RMSE<sub>2D</sub>, computed for the velocity field during the calibration stage, were of the same order of magnitude of those reported in the literature. This result was possible because of the numerical model optimal grid configuration obtained by applying the suggested methodology. Results



were shown for the model non-optimal configuration and its corresponding statistical error indexes were not as good as those corresponding to the model optimal grid configuration.

Given the complexity of the secondary flow in the channel curve due to its turbulent behavior, and given the simulation conditions (steady state) used in this work to calibrate the model, the flow structure (Helicity and Intensity of the secondary flow) was used instead the simulated velocity field. In some sense, the comparison with measurements have an average meaning. Non instant values are considered.

Despite the reasonable results obtained with this model configuration, more challenges need to be tackled in further research. When the numerical simulation is focused on the flow hydrodynamic characteristics like vortices, their size, their intensity, their rotation frequency, the suggested methodology may be updated to the proper case: more sophisticated measuring techniques and more sophisticated calibration techniques may be needed. In this work, only the grid parameters were considered.

# D Anexo: Medición de velocidades usando ADVPII

## Measurement of velocities using ADVPII

Hernán Javier Gómez Zambrano<sup>a</sup>, Docente del Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Nariño UDENAR. *hgomez@udenar.edu.co*, Magister en Recursos Hidráulicos. Estudiante de Doctorado.

FranciscoMauricio Toro Botero, Profesor Titular Departamento de Geociencias y Medio Ambiente. Universidad Nacional de Colombia, UNAL, *fmtoro@unal.edu.co*, Doctor en Ingeniería.

Andrés Evelio Gómez Giraldo, Profesor Asociado Departamento de Geociencias y Medio Ambiente, Universidad Nacional de Colombia, UNAL, *eagomezgi@unal.edu.co*, Doctor en Ingeniería.

<sup>a</sup> Correspondencia, Hernán Javier Gómez Zambrano, tel. 57(2)7313034, 3104687912, Cl. 80 #65-223, Medellín, Antioquia.

## RESUMEN

Se utiliza un Acoustic Doppler Velocimeter Vectrino Profiler II (ADVPII) para realizar mediciones de campos de velocidad en un canal curvo. Se establecen nuevos criterios para la configuración de los parámetros de entrada de dicho instrumento, como la frecuencia de medición, el tiempo de medición de un experimento y se verificó los criterios para establecer el valor de parámetros adicionales. Campos de velocidad en la dirección tangencial, radial y axial del flujo fueron medidos, analizando los vectores de velocidad en sentido transversal del flujo, identificando movimiento vortical, mediante técnicas de visualización del flujo. Los valores experimentales permitieron encontrar la relación entre la intensidad del flujo secundario y el ángulo de curvatura del canal.

*Palabras clave:* canal curvo, campos de velocidad, flujo secundario, velocímetro acústico Doppler, helicidad.

## ABSTRAC

An Acoustic Doppler Velocimeter Vectrino Profiler II (ADVPII) is used to perform velocity fields measurements on a curved channel. New criteria are established for the configuration of the input parameters of such instrument, as the measurement frequency and the measurement time of an experiment, and the criteria for establishing the value of additional parameters were verified. Velocity fields in the tangential, radial and axial direction of the flow were measured, analyzing the velocity vectors in the transverse direction of the flow, identifying swirl motion, by means of flow visualization techniques. The experimental values allowed to find the relation between the intensity of the secondary flow and the angle of curvature of the channel.

*Words key:* curved open channel, velocity fields, secondary flow, acoustic Doppler velocimeter, helicity.

## 1 INTRODUCCIÓN

El campo de velocidades en un canal curvo posee componentes de velocidad en los tres ejes de coordenadas, que en flujo en canales curvos las velocidades ortogonales al movimiento principal es representativo, a diferencia del campo de velocidades en un canal recto donde las velocidades transversales son pequeñas comparadas con la velocidad principal del flujo. Las componentes transversales de la velocidad ejercen un

papel importante dentro del flujo, que para efectos del transporte de sedimentos puede influenciar fenómenos como la socavación, deposición, mezcla o separación de partículas.

El efecto Doppler acústico ha sido utilizado ya hace varias décadas, pero solo a partir de la década de los 90 aparecieron los primeros instrumentos comerciales (Craig et al., 2011). Para la medición del campo de velocidades se utilizó un ADV Vectrino Profiler II (ADVPII) por su acrónimo en inglés "Acoustic Doppler Velocimeter", este dispositivo es capaz de medir las tres componentes de velocidad del flujo como son la velocidad axial ( $V_z$ ), radial ( $V_r$ ) y circunferencial ( $V_\theta$ ). La diferencia con un ADV convencional, es que este mide las componentes de velocidad en un punto, en cambio el ADVPII mide un perfil longitudinal completo en la profundidad, hasta una longitud de 0.035 m, con una resolución de un milímetro.

En la literatura no se reportan casos de medición con ADVPII en canales curvos, por ser este un dispositivo relativamente nuevo, donde su salida al mercado se inició en el año 2011 (Craig et al., 2011). A partir de dicha fecha se han reportado investigaciones relacionadas con flujo en canales abiertos, generalmente canales rectos. (Craig et al., 2011) compara los resultados del perfil de velocidades obtenidos con ADVPII, con datos obtenidos con PIV por su acrónimo en inglés "Particle Image Velocimeter", encontrando similitudes coherentes, desafortunadamente este trabajo no reporta la configuración de los parámetros del software controlador ADVPII. (Rusello and Allard, 2012) presentan un estudio para mediciones cerca al fondo evaluando el efecto del tipo de material del fondo sobre los perfiles de velocidad, en este trabajo se estipulan algunas recomendaciones para configurar el software controlador del ADVPII relacionados con el manejo de la *relación señal/ruido* (SNR) por sus siglas en inglés "Signal to Noise Ratio" en lo cual el valor del SNR debe ser lo más alto posible. Entre los trabajos prácticos está el reportado por (Leng and Chanson, 2016) quienes utilizan el ADVPII para medir campos de velocidad en secciones transversales de un canal recto, cuyas mediciones fueron validadas con un ADV Vectrino de medición puntual, reportan algunos criterios de configuración del dispositivo de medición, destacándose la frecuencia de medición (Sampling Rate (SR)) usada de 100Hz, el rango de velocidades (velocity range, (VR)) de 1.0m/s, resolución del perfil de 1mm y altura del perfil de 30mm, con 25 repeticiones por perfil. En relación con campo de velocidades en canales curvos, se presentan datos medido con un ADV puntual en un canal de 180° de curvatura, reportando datos de 0 a 180°, en secciones cada 30° (Bai et al., 2014).

Este trabajo tiene como objetivos obtener datos de los campos de velocidad para identificar flujo vortical con datos experimentales en el área medida usando el ADVPII y proporcionar datos depurados que puedan ser utilizados para la calibración y validación de modelos hidrodinámicos con los cuales se pueda calcular el campo de velocidades en un canal curvo.

Se obtuvo campos de velocidad en diferentes secciones transversales en un canal curvo, para varios perfiles verticales por sección, los cuales permitieron construir líneas de corriente del flujo secundario en cada sección e identificar cualitativamente el patrón de flujo y cuantitativamente algunas magnitudes características de flujo vortical usando el criterio de helicidad ( $H_e$ ), la cual fue relacionada con el cambio de curvatura del canal.

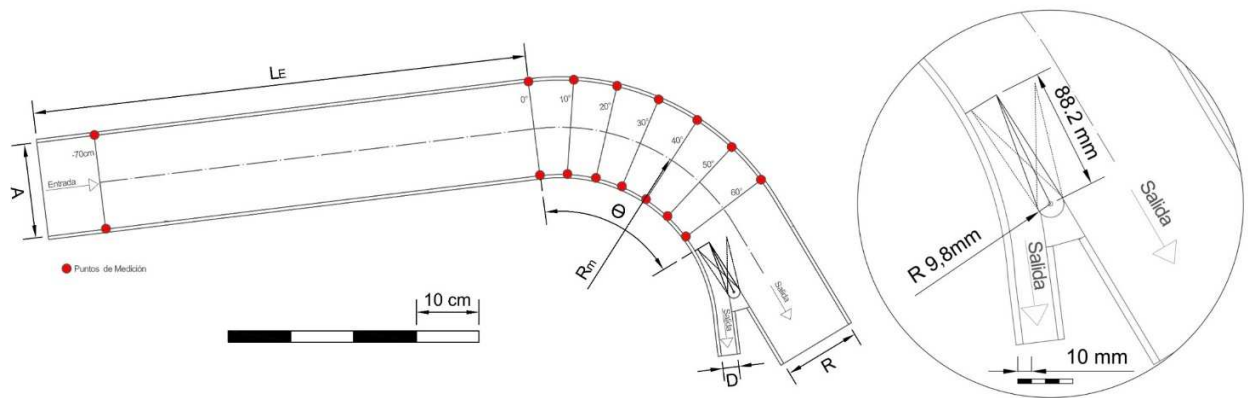
Se obtiene una nueva metodología para determinar el tiempo de medición, basada en energía cinética turbulenta (TKE) y en conceptos estadísticos de bondad de ajuste. Esto debido que no existe una metodología para estimar dicho tiempo, ya que este depende de las condiciones del flujo y la geometría del canal.

## 2 MATERIALES Y MÉTODOS

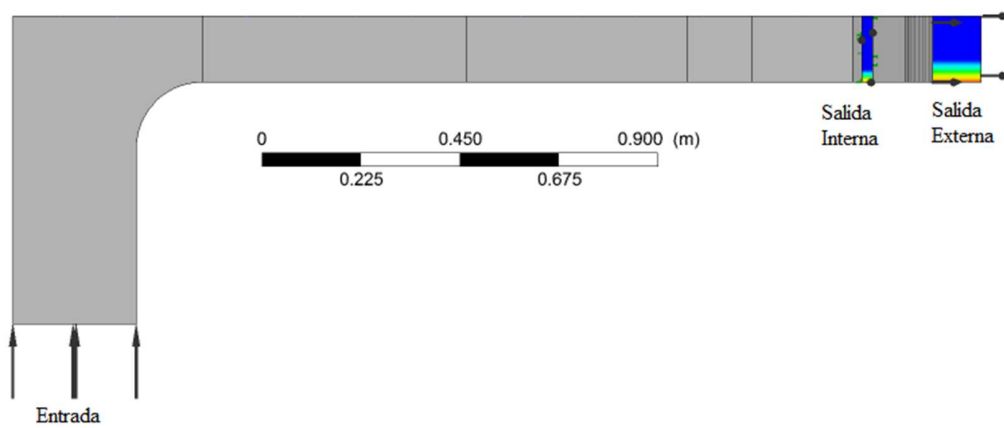
### Descripción de instalación física

El canal fue construido en acrílico transparente tanto en las paredes como el fondo, con un sistema recirculatorio impulsado por una bomba sumergible, el agua sale de la bomba por medio de una tubería a presión, la cual llega a un tanque vertical que sirve de abastecimiento del canal, continúa por un tramo de canal recto, seguido de la curvatura y termina en una salida bifurcada, para retornar el flujo por caída libre al tanque de succión donde está conectada la bomba, la cual vuelve a realizar la recirculación.  $B$  es el ancho del canal de 0.15m,  $h_e$  es la profundidad del agua en la entrada del canal de 0.0972m,  $N_s$  es el número de salidas en el canal dos (2),  $R_m$  es el radio medio del canal de 0.325m,  $Q$  es el caudal de 0.0051m<sup>3</sup>/s,  $\theta$  es el ángulo de curvatura total de 66°,  $L_e$  es la longitud del tramo recto de entrada antes de la curva de 1.25m; con fondo horizontal. El tanque vertical a la entrada se empata con la parte recta del canal con una transición circular de radio 0.25m, la sección de entrada del tanque es de 0.25m x 0.15m, la altura entre el dispositivo disipador de energía y el inicio de la transición circular es de 0.5m.

En la Figura 1 se indican los esquemas y detalles geométricos del canal. Los perfiles medidos se distribuyeron separados 0.01m uno del otro, como se indica en la Figura 1(c), iniciando en 0.035 m desde la pared interna de la curva, para un total de nueve perfiles verticales.



(a)



(b)

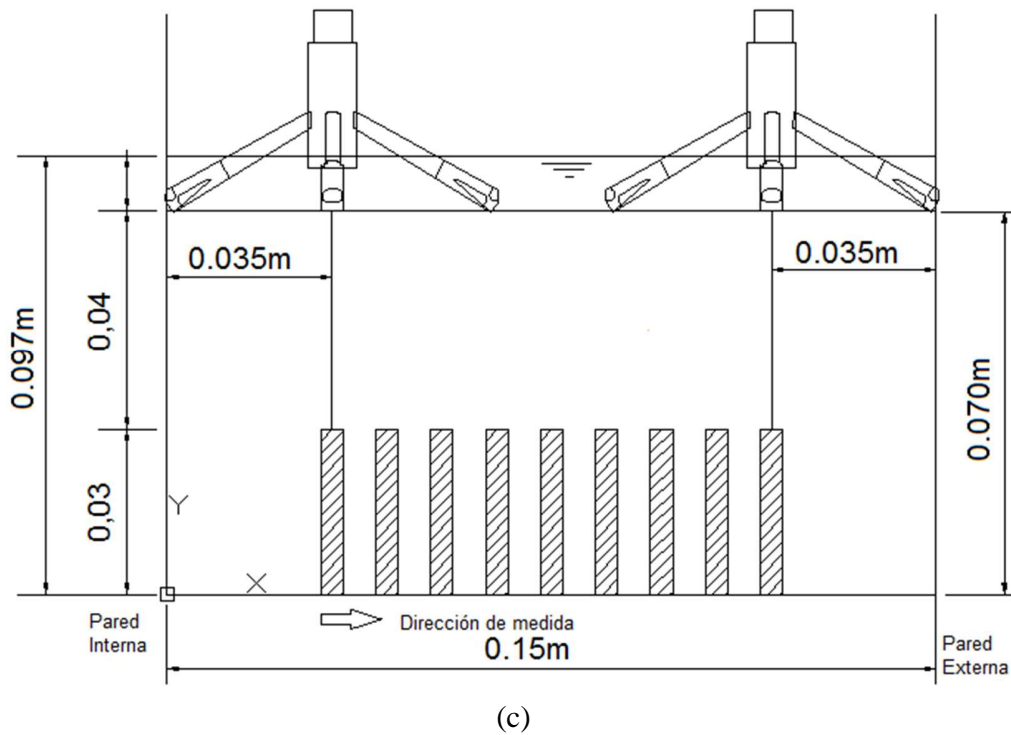


Figura 1. Geometría del canal. (a) Planta del canal sin el tanque de entrada. (b) Perfil del canal indicando el tanque de entrada. (c) Distribución de los perfiles medidos en cada sección.

### Sistemas de referencia

El origen del sistema de referencia para las velocidades está localizado en el centro circunferencial de la curva del canal con ejes  $t$ - $r$ - $z$  (diferentes al sistema de referencia global  $x$ - $y$ - $z$ ), se llamará velocidad tangencial ( $V_t$ ) o la velocidad principal del flujo tangente a la curva, (conocida también como velocidad circunferencial), con signo según la regla de la mano derecha desde el eje  $z$  al eje  $r$ ; a la velocidad transversal se llamará velocidad radial ( $V_r$ ) positiva si crece con el radio; la velocidad vertical ( $V_z$ ) se llamará velocidad axial, paralela al eje  $z$  ortogonal al plano  $t$ - $r$ ; positiva si crece con  $z$ , en la Figura 2, se indica el sistema de referencia en forma gráfica.

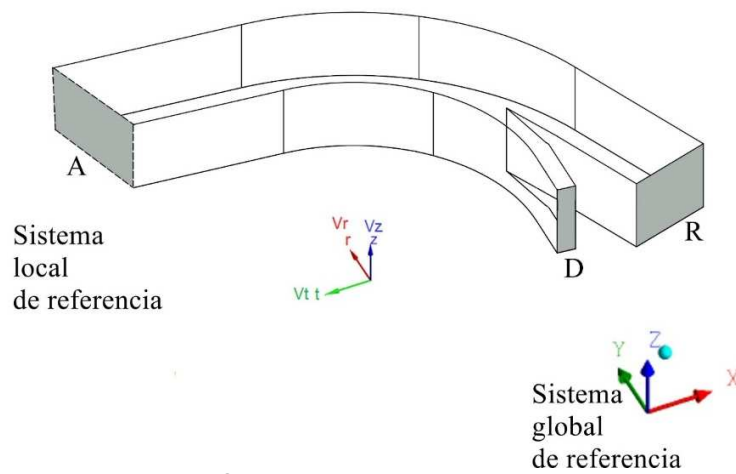


Figura 2. Sistema de referencia para las velocidades

### Características del ADVPII

El ADVPII es un dispositivo ultrasónico que permite medir los campos de velocidad en un flujo de agua, capaz de medir un campo de velocidades al más bajo precio, quizá a un costo 10 veces menor (Carrillo, 2016).

El sistema perfilador doppler, muestrea múltiples volúmenes por ciclos de medición, por lo tanto, proporciona velocidades en tres dimensiones (3D) para un rango de volúmenes, lo que permite medir un perfil con resolución de un milímetro en una longitud de 0.035m (Craig et al., 2011).

El ADVPII está compuesto de una sonda central que hace de receptor y cuatro emisores (beams), donde  $x$  es positivo en dirección del receptor con la marca roja, donde  $z$  es positivo hacia la parte superior de la sonda y  $y$  es determinado según la regla de la mano derecha, estas direcciones se indican en los esquemas de la Figura 3a. El volumen de muestreo se indica en la figura 3b con una longitud máxima de 0.035m. La escala geométrica de tamaño del dispositivo se indica en la figura 3c. Los "beams" están colocados a  $30^\circ$  con referencia a la sonda central como lo indica la Figura 3d. El ADVPII proporciona valores de la velocidad en (m/s) en dirección  $x$  ( $V_x$ ), velocidad en  $y$  ( $V_y$ ) y dos velocidades en  $z$  ( $V_{z1}$ ,  $V_{z2}$ ), estas velocidades en  $z$ , deben tener la misma magnitud y por lo general se suelen promediar para el post proceso. Se debe de tener en cuenta que las velocidades dependen de la dirección en que se coloque el instrumento con respecto a la instalación física en la cual se esté midiendo. Además de las velocidades también se reporta indicadores de la calidad de la señal, como la *amplitud* ( $A$ ) de la señal; la (SNR) y la *correlación* (COR) que es una medida de la calidad de la señal, dada en porcentaje. Altos valores de SNR siempre producen altos valores de COR (Nortek USA, 2012).

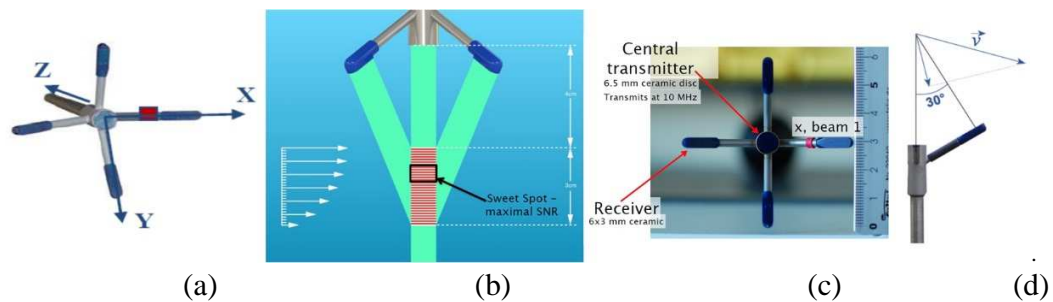


Figura 3. Esquemas del ADVPII. (a) Sistema de referencia de las velocidades. (b) Tamaño del volumen de muestreo. (c) Receptores y transmisores. (d) Inclínación de los emisores con respecto a la sonda central (Nortek USA, 2012).

El ADVPII viene controlado por un software el cual permite configurar los parámetros de entrada para el experimento, hacer seguimiento a la toma de datos y exportar los datos a entorno Matlab. Los parámetros de entrada se indican en la Figura 4, correspondiente a la pantalla de interfaz de usuario, donde se indica (SR), (VR), el Ping algorithm (PA), el rango de medición desde la primera hasta la celda final (Range to first cell (mm) a Range to last cell (mm), el nivel de potencia de la señal (Power level, PL) y el tiempo de medición (Collection time, CT) en la pestaña de (*File parameters*). El mérito de una buena medición es poder establecer el valor de estos parámetros adecuadamente. Para algunos existen recomendaciones del fabricante, para otros se deben realizar por ensayo y error ya que dependen de las características del flujo, para otros no existe un criterio establecido como para el CT y SR, ya que dependen de las características del flujo y la instalación física, (efecto de la infraestructura, bomba de recirculación, etc) (Nortek AS, 2016).

The screenshot shows the 'Vectrino-II Configuration' window with the following settings:

- Sampling rate (Hz):** 100
- Data rate:** 68300 bytes/s (148%)
- ~39 min storage : ~19 min to transfer**
- Measure speed of sound:** ☐
- Salinity (ppt):** 35
- Speed of sound (m/s):** 1438
- Velocity range:** 0.1
- Ping algorithm:** Min interval
- Horizontal range (m/s):** [empty]
- Vertical range (m/s):** [empty]
- Adaptive check:** Once
- Co-ordinate system:** XYZ
- Sync:** None
- Amplitudes in dB:** ☒
- Range to first cell (mm):** 40
- Range to last cell (mm):** 70
- Cell size (mm):** 1.0
- Number of cells:** 31
- Transmit pulse size (mm):** 1.0
- Calibrated range (mm):** 40 - 74
- Power level:** High
- Board:** VNO 1331
- Probe:** VCN 8531
- FPGA:** 1325
- Version:** Profiler
- Rev:** 1329
- Date:** Oct 20 2011

Buttons at the bottom: Apply, Revert, OK, Cancel.

Figura 4. Parámetros de entrada para la medición con ADV.

Para establecer la frecuencia de medición adecuada, es posible adaptar el criterio basado en turbulencia que permite hacer un estimativo de la frecuencia mínima (García et al., 2005), (Gunawan et al., 2011) y (Herrero, 2014). Para estimar el tiempo de medición no existe una metodología establecida, en este artículo se propone un criterio fundamentado en el concepto de energía cinética turbulenta y estadística de bondad de ajuste, como el coeficiente de eficiencia de Nash y Sutcliffe (NSE) (Ritter and Muñoz-Carpena, 2013).

Otro parámetro que se tiene dificultades para establecerlo es el "Velocity range", (Nortek AS, 2016) proporciona las siguientes recomendaciones (1) conocer de antemano el tipo de flujo es de gran ayuda; (2) para flujos suaves (smooth flows) entendido como flujos laminares o de baja turbulencia, iniciar con la velocidad media esperada y configurar el VR un poco más alto que esta, (3) para flujos más energéticos o de alto cortante (ej: un chorro turbulento) el VR necesitará ser mucho más alto, (4) permitir siempre que la calidad de los datos dicte el valor del VR, (5) buscar los datos de mejor calidad posible. El VR seleccionado se refiere a la velocidad horizontal máxima esperada ( $x/y$ ), dado que esto es lo que se suele medir generalmente. Al seleccionar un rango de velocidad, los rangos calculados de velocidad horizontal y vertical se actualizan automáticamente, pero se debe asegurar que el rango de velocidad se seleccione de tal manera que ni el rango de velocidad horizontal ni el rango de velocidad vertical sea superado por las velocidades del agua, de lo contrario obtendrá la fase envolvente en los datos (ej: un cambio repentino en el signo de velocidad de un valores positivos grandes a valores negativos grandes o viceversa (Craig and Gómez, 2015).

Como prerequisite, toda medición debe iniciarse con valores de  $COR > 90\%$  y de  $SNR > 20dB$  (Nortek USA, 2016), (Rusello and Allard, 2012) y (Craig et al., 2011). También se debe asegurar que hayan partículas dispersas en el agua para incrementar el valor de SNR (Nortek USA, 2016).

La precisión en la medición de la velocidad del ADVPII es de  $0.5\%$  de la velocidad  $\pm 1\text{mm/s}$ . En este sentido velocidades por debajo o cercanas de  $1\text{mm/s}$  presentarán gran incertidumbre en la medición,  $1\text{mm/s} \pm 1.005\text{mm/s}$ .

El problema de las velocidades transversales en un flujo vortical es que existen áreas del flujo donde está localizado el centro del vórtice y las velocidades en dichas regiones son cercanas a cero, seguramente ellas tendrán grandes incertidumbres.

### Criterio para establecer el tiempo de medición

Teniendo en cuenta que el flujo estudiado es tridimensionalmente complejo, donde existe una combinación de efectos espacio-temporales, se introduce el concepto de energía cinética turbulenta (TKE) por sus siglas en inglés "Turbulence Kinetic Energy" en vez de estudiar el flujo con componentes de velocidad por separado. Con los valores medidos con el ADVPII, es posible conocer su valor y establecer un criterio para determinar el tiempo de medición.

- *Energía cinética turbulenta*

En la literatura se ha propuesto el cálculo de TKE como base a las varianzas de las fluctuaciones turbulentas (Wallace and Hobbs, 2006). Retomando la física básica donde la energía cinética es dada como  $KE=1/2mV^2$ , donde  $m$  es la masa y  $V$  es la velocidad, y si se da en términos de energía cinética específica, se tiene que  $TKE_e=KE/m=1/2V^2$ , o energía cinética por unidad de tiempo (Wallace and Hobbs, 2006). Extendiendo el concepto a las fluctuaciones turbulentas se obtiene la ec. (1).

$$TKE_e = \frac{1}{2} \left( \overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2} \right) \quad (1)$$

Restando la media  $\bar{u}$  de las componentes fluctuantes  $u_i$ , se obtiene solo la porción fluctuante del flujo, marcadas con prima ('), dada en ec. (2).

$$u'_i = u_i - \bar{u} \quad (2)$$

La intensidad de la turbulencia en la dirección  $u$  es medida por la varianza. La ec. (3) indica dicha relación.

$$\sigma_u^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (u_i - \bar{u})^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (u'_i)^2 = \overline{[u']^2} \quad (3)$$

$\sigma_u^2$  es la varianza de la componente de velocidad  $u$ . Para las otras componentes de velocidad, se pueden deducir ecuaciones similares. En este sentido se puede calcular la TKE en función de las varianzas según ec. (4).

$$TKE_e = \frac{1}{2} \left( \sigma_u^2 + \sigma_v^2 + \sigma_w^2 \right) \quad (4)$$

Con la ec. (4) se pueden calcular la evolución de los perfiles de  $TKE_e$  con respecto al tiempo de medición con el ADVPII, obteniéndose una variación espacio-temporal de  $TKE_e$  como se indica en la Figura 5. Como se puede observar existe una dispersión mayor de los perfiles para tiempos cortos de medición, a medida que el tiempo de medición se incrementa, los perfiles tienden a formar una banda estrecha entre ellos, en la cual el tiempo de medición pierde su efecto.



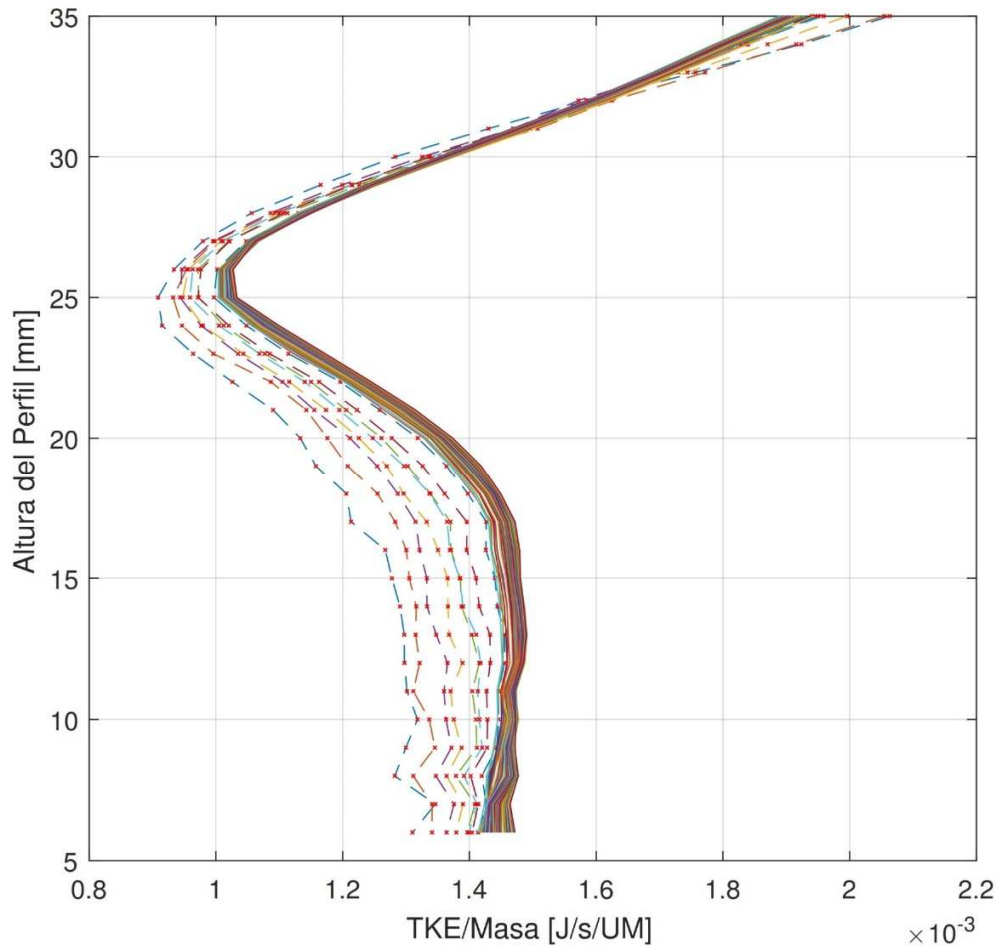


Figura 5.- Variación espacio-temporal de TKE<sub>e</sub>.

- *Estadística de bondad de ajuste*

Tomando el concepto de bondad de ajuste del software FITEVAL es posible hacer una comparación de un grupo de datos con otros y observar que tan similares son (Ritter and Muñoz-Carpena, 2016), (Ritter and Muñoz-Carpena, 2013). Se usa este criterio para comparar dos perfiles de TKE de manera secuencial y establecer que tan cercanos son. La bondad de ajuste se establece con base a dos indicadores estadísticos, uno la raíz del error cuadrático medio (RMSE) y el otro el coeficiente de eficiencia de Nash y Sutcliffe (NSE) (Ritter and Muñoz-Carpena, 2013). Como la distribución de estos estadísticos es desconocida, es posible con métodos de *re-muestreo* o técnicas de "*bootstrapping*" calcular la probabilidad de cada indicador estadístico y establecer probabilidades de que el indicador caiga en un rango determinado (Ritter and Muñoz-Carpena, 2013), (Zoubir and Boashash, 1998). La NSE se relaciona con el RMSE con la siguiente expresión, ec. (5).

$$NSE = 1 - \left( \frac{RMSE}{SD} \right)^2 \quad (5)$$

En ec. (5) SD es la desviación estándar de los datos base a comparar (si se compara observados con predichos, SD es de los observados). Se han establecido unos rangos de bondad de ajuste para NSE, donde se considera que un valor de NSE es aceptable por encima de 0.75 y una significancia estadística cualitativa distribuida en cuatro rangos, para *muy buena* si  $NSE \geq 0.91$ , *buena* si  $0.84 \leq NSE < 0.91$ , *aceptable* si  $0.75 \leq NSE < 0.84$  y *no aceptable* si  $NSE < 0.75$ . En este sentido no existen recomendaciones en que intervalo debe estar NSE para seleccionar un tiempo de medición, lo que indica es que a mayor valor de NSE, la cercanía

de los perfiles debe ser mayor y consecuentemente el tiempo de medición será mayor. Por otro lado, debe existir un valor de NSE máximo, donde su valor entre un perfil y otro no se pueda superar y entrará en un rango de precisión del instrumento y de otros efectos como el tipo de flujo y características de la instalación física.

El programa FITEVAL reporta una información gráfica de los datos comparados, los valores de RMSE y NSE globales, y la probabilidad de que NSE se encuentre dentro de los valores límites establecidos. Para seleccionar el tiempo de medición se opta por una probabilidad del 90% de que NSE se encuentre en el rango de "muy bueno". En la figura (6) se comparan dos grupos de datos, indicando gráficamente su relación, y reportando los valores de los estadísticos RMSE y NSE, la probabilidad de NSE para cada rango, la detección de "outliers" y la gráfica de probabilidad de NSE.

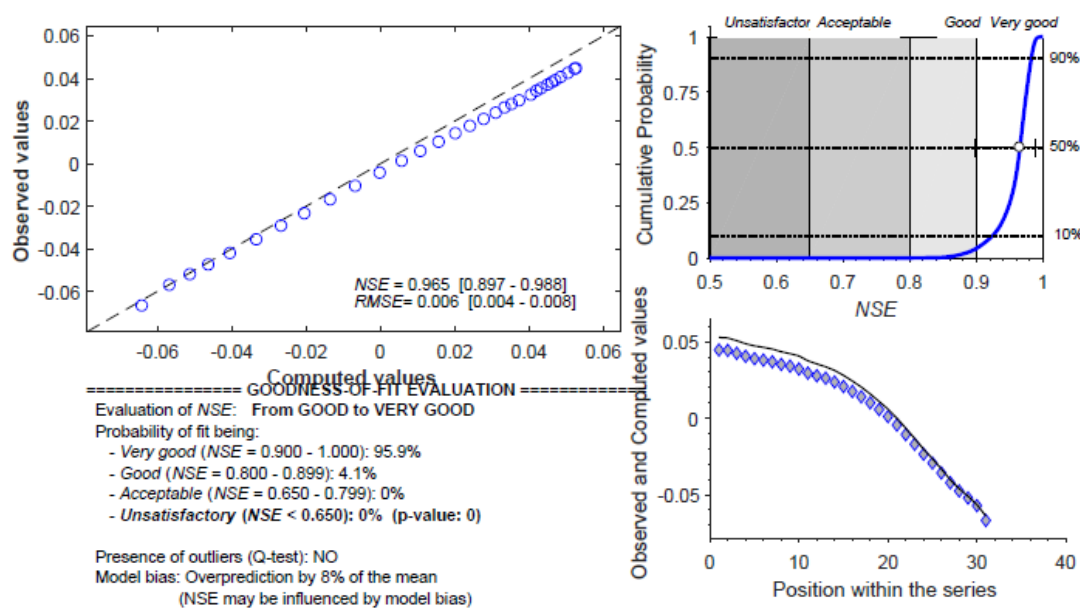


Figura 6. Resultados del análisis estadístico del software FITEVAL.

### Metodología para determinar el tiempo de medición

Este método consiste en realizar un filtrado de los perfiles promedio de la TKE, descartando aquellos perfiles que no cumplan el umbral estadístico establecido. En términos prácticos lo que mide es el grado de dispersión de los perfiles con el tiempo. En el diagrama de flujo de la Figura 7, se indica los pasos a seguir una vez se tenga la medición temporal de los campos de velocidad.

El método consiste en dividir la señal completa de tiempo  $T$  en periodos intermedios ( $0-t_1\text{min}$ ,  $0-t_2\text{min}$ ,  $0-t_i$ , ...,  $0-T$ ), luego se calcula el perfil promedio de TKE para cada sub-tiempo de medición, se compara estadísticamente el primer perfil con los subsiguientes, el segundo con los subsiguientes, y así sucesivamente, se calcula el estadístico NSE entre los dos perfiles y la probabilidad de que el NSE caiga dentro del intervalo 0.9-1.0, como cada perfil promedio corresponde a un tiempo de medición se relaciona la probabilidad con cada tiempo y se escoge aquel correspondiente a una probabilidad del 90%. En la figura 7 se presenta el diagrama de flujo de la metodología propuesta.

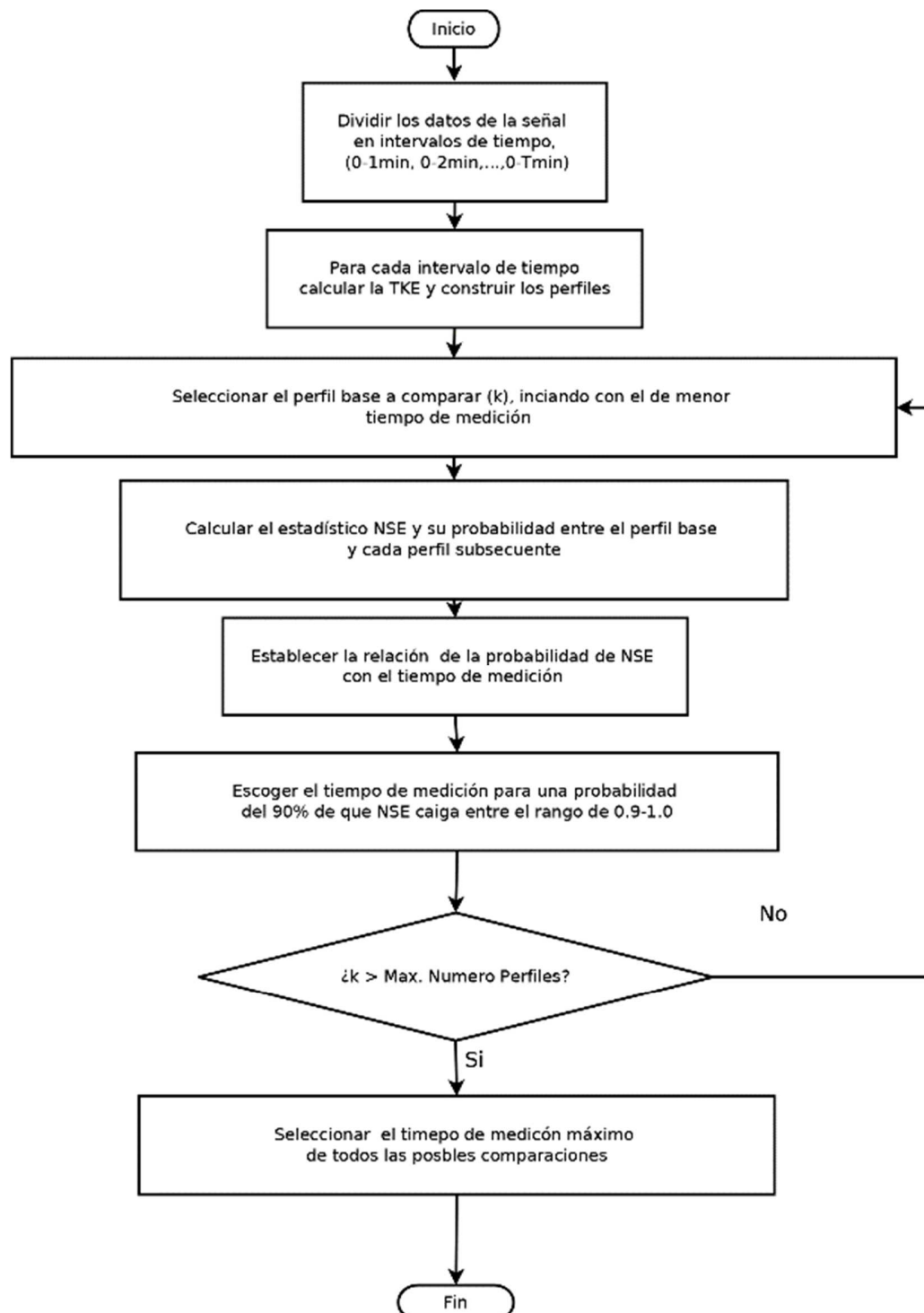


Figura 7.- Diagrama de flujo para encontrar el tiempo de medición (CT) para el ADVPII

#### Criterio para establecer la frecuencia de medición

No existe un criterio de la frecuencia de medición específico para el ADVPII, pero es posible estudiarlo a partir de conceptos de turbulencia. Retomando el criterio de (García et al., 2005) y aplicado por (Gunawan et al., 2011) y (Herrero, 2014); donde la frecuencia de medición debe satisfacer la condición  $F = f_m T_f > 20$ , donde  $T_f$  es

la escala de tiempo de la turbulencia del flujo generado por fricción con el fondo, que se estima como  $T_f = L / V_{conv}$ ,  $L$  es la escala de longitud de los grandes vórtices (del orden de la profundidad  $H$  del flujo) y  $V_{conv}$  es la velocidad convectiva (del orden de la velocidad media del flujo en la dirección longitudinal).

Otro criterio es el dado por Nezu and Nakagawa (Gunawan et al., 2011), donde se estipula que la frecuencia de medición debe ser mayor a  $50 \cdot U / \pi / H$ , donde  $U \approx V_{conv}$ .

### Caracterización del flujo secundario

El flujo secundario se genera cuando un flujo es forzado a moverse en un conducto curvo ya sea con flujo a superficie libre o flujo a presión. Según lo expuesto por Van Balen, la generación de flujo secundario en un canal curvo se explica de la siguiente manera: Debido a la presencia de superficie libre la velocidad principal del flujo es mayor en la parte superior de la columna de agua. Como un resultado neto del efecto centrípeto actuando directamente sobre la velocidad principal del flujo, el fluido es conducido hacia afuera, siendo más fuerte su efecto en la parte superior de la columna de agua. Como una consecuencia de la conservación de masa, el flujo cerca al fondo del canal es direccionado hacia la pared interna de la curva. Por lo tanto esto induce un movimiento de flujo en el plano de la sección transversal de la curva perpendicular al flujo principal o sentido radial, que también produce advección al flujo principal. Este proceso, comúnmente referido como advección diferencial, causa que la velocidad principal sea más alta en la mitad externa de la curva que, en el caso de canales naturales, trae consecuencias de socavación de la banca externa (Van Balen, 2010).

Teniendo en cuenta que el flujo vortical posee estructuras complejas, se establecen unos criterios más simplificados para su cuantificación. La ICS en cada sección transversal se puede realizar mediante el concepto de intensidad de flujo secundario según lo exponen (Han et al., 2011) y (Stranden, 2007) y mediante el concepto de helicidad (Moffatt and Tsinober, 1992). A continuación, se amplía el concepto de helicidad.

La helicidad fue inicialmente propuesta para estudios de campos magnéticos (Berger and Field, 1984). Posteriormente este concepto fue introducido para estudiar flujo vortical (Moffatt and Tsinober, 1992). La helicidad ( $H_e$ ) ha sido usada para evaluar la ICS, como lo reportan (Bai et al., 2014), quienes estudian la evolución del flujo secundario a través de una canal de  $180^\circ$  de curvatura. Las ecuaciones (6) y (7) son dadas como:

$$H_e = (\nabla \times V) \cdot V \quad (6)$$

La ICS de flujo secundario ( $I_h$ ), ec. (7), es evaluada como.

$$I_h = \int_{\forall} H_e d_x^3 \quad (7)$$

En ec. (6) el término  $H_e$  se conoce como la densidad de helicidad del flujo y es el producto del rotacional  $\omega$  ( $\omega = \nabla \times V$ ) por el vector velocidad ( $V$ ),  $\omega$  actúa en un punto infinitesimal del flujo. Tanto  $H_e$  como  $I_h$  son cantidades pseudo-escalares, ya que tiene implícita una dirección de giro, por ejemplo cambian de signo según el marco de referencia de la regla de la mano derecha o de la mano izquierda (Moffatt and Tsinober, 1992).

### Metodología de configuración del ADVPII

Para encontrar una configuración adecuada para operar el ADVPII, es necesario realizar una serie de actividades que garantice la buena calidad de los datos, en este sentido se propone y ejecuta la siguiente metodología, basada en experimentación preliminar propia, en recomendaciones dadas en la literatura y recomendaciones dadas por el fabricante (Nortek USA, 2016). Existen tres pasos generales que hay que realizar: 1) maximizar los valores de COR y SNR, 2) Establecer los valores de la frecuencia de medición y el tiempo de medición, 3) Configurar parámetros restantes según recomendaciones del fabricante. A continuación, se presenta los pasos a seguir para la configuración y ejecución de las mediciones con el ADVPII.

1. Identificar los parámetros de entrada del software controlador del ADVPII.
2. Identificar las variables de salida o de respuesta a ser evaluadas (COR SNR).
3. Asignar los valores (o niveles) a cada parámetro de entrada.
4. Ejecutar el arreglo experimental en un perfil vertical previamente seleccionado.

5. Realizar post proceso consistente en el filtrado de las señales originales.
6. Evaluar el efecto de los parámetros de entrada sobre COR Y SNR.
7. Seleccionar aquellos parámetros que maximicen los valores de COR y SNR.
8. Verificar que la señal no esté produciendo valores conocidos como "weak spots".
9. Establecer la frecuencia mínima de medición.
10. Calcular el tiempo mínimo de medición, con experimentos preliminares de larga duración.
11. Configurar el software controlador del ADVPII con los parámetros seleccionados.
12. Ejecutar las mediciones de los perfiles en las secciones transversales del canal.
13. Realizar el post proceso de mediciones finales, calcular los valores medios temporales de cada componente de velocidad.

#### Ejecución de la metodología

*Identificar los parámetros de entrada del software controlador del ADVPII.* Se identificaron, los parámetros (Sampling Rate (SR) en Hz, Ping Algorithm (PA), Power Level (PL), Velocity Range (VR) en m/s, Collection time (CT) en minutos), según la interfaz de usuario.

- 1 *Identificar las variables de respuesta a ser evaluadas.* Según lo recomendado anteriormente los dos parámetros que se deben maximizar son la COR y el SNR como prerequisite para iniciar la medición, toda medición debe iniciarse con valores de COR > 90% y de SNR > 20dB (Nortek USA, 2016), (Rusello and Allard, 2012) y (Craig et al., 2011). También se debe asegurar que hayan partículas dispersas en el agua para incrementar el valor de SNR (Nortek USA, 2016).
- 2 *Evaluar el efecto de los parámetros de entrada sobre la COR y SNR.* Para ello se recurrió al diseño estadístico de experimento, implementando un diseño factorial  $2^k$  completo donde  $k=3$ , para un total de 8 mediciones, los parámetros incluidos para el análisis son: PA, PL y SR, los parámetros restantes se evaluaron independientemente. El diseño estadístico de experimentos es una técnica clásica muy bien conocida donde sus conceptos se explican didácticamente en (Gutiérrez and De la Vara, 2012) y (Montgomery, 2012).
- 3 *Asignar los valores (o niveles) a cada parámetro de entrada.* El arreglo experimental con valores codificados y reales se indica en la Tabla 1. El símbolo codificado (+) indica que el parámetro se le asigna un valor máximo, (-) que se asigna un valor mínimo, para el análisis estadístico no se necesitan los valores reales, esto permite que se pueda evaluar el efecto de parámetros cualitativos como *Low* y *High* del parámetro *Min Interval*.

Tabla 1. Diseño del factorial  $2^3$  en valores codificado y reales.

No de Experimento	Niveles Codificados			Niveles Reales		
	PA	PL	SR	PA	PL	SR
1	-	-	-	<i>Min Interval</i>	<i>Low-</i>	<i>10</i>
2	+	-	-	<i>Adaptative</i>	<i>Low-</i>	<i>10</i>
3	-	+	-	<i>Min Interval</i>	<i>High</i>	<i>10</i>
4	+	+	-	<i>Adaptative</i>	<i>High</i>	<i>10</i>
5	-	-	+	<i>Min Interval</i>	<i>Low-</i>	<i>100</i>
6	+	-	+	<i>Adaptative</i>	<i>Low-</i>	<i>100</i>
7	-	+	+	<i>Min Interval</i>	<i>High</i>	<i>100</i>
8	+	+	+	<i>Adaptative</i>	<i>High</i>	<i>100</i>

- 4 Ejecutar el arreglo experimental en un perfil vertical. Se midió un perfil de 0.030m de longitud vertical, para obtener 31 datos, con resolución de 0.001m, localizado en el eje del canal en la sección de 40 grados de curvatura. El CT se configuró en 15 minutos por recomendaciones del fabricante (en esta etapa no se conoce cuál es el TC más apropiado) (Craig and Gómez, 2015).
- 5 *Realizar un filtrado de las señales originales.* Este se realizó usando el algoritmo Phase-Space Thersholding Method (PSTM) dado por (Goring and Nikora, 2002), incorporado en el software en Matlab

VTMT realizado por (Becker, 2014), se removieron valores de COR menores a 20% y SNR menores a cinco dD (5.0dB); este software de postproceso proporciona los valores medios de las tres componentes de velocidad, desviación estándar de cada velocidad, COR y SNR en forma gráfica y en archivo numérico. Se exporta la señal filtrada para análisis posteriores.

- 6 *Identificar los parámetros de mayor significancia sobre las variables de respuesta y sus respectivos valores (niveles).* Usando la técnica estadística conocida como Análisis de Varianza (ANOVA) por su acrónimo en inglés, se encontró el efecto de los parámetros de entrada PA, PL y SR sobre SNR y COR y la significancia de cada uno.
- 7 *Identificación de “weak spots”.* Estos se identifican graficando la amplitud de las señales de cada velocidad y si la curva presenta un comportamiento de “diente de sierra” en algún punto en el perfil, es que existe “weak spots”. Es necesario incrementar un poco el valor VR. En la figura 8, se indica el comportamiento de la Amplitud para cada una de las velocidades y para los ocho experimentos, se observa que las curvas son uniformes, lo que indica ausencia de “weak spots”.

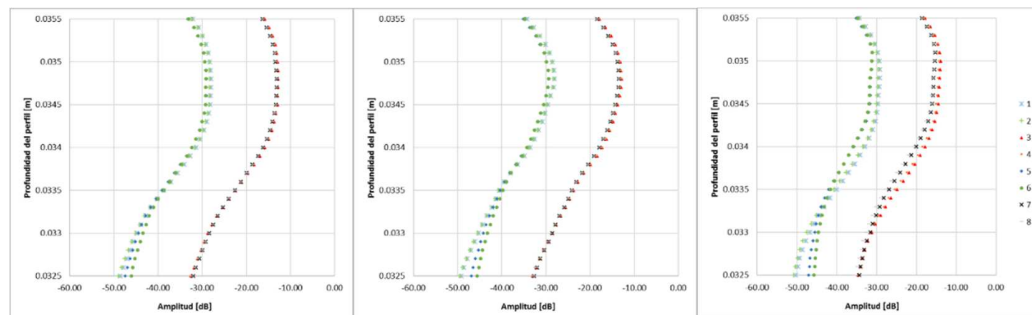


Figura 8.- Variación de la Amplitud con la profundidad del perfil y el número de experimentos (1 a 8). (a) Amplitud señal de velocidad en x. (b) Amplitud señal de velocidad. (c) Amplitud señal de velocidad en z.

- 8 *Establecer la frecuencia mínima de medición.* Para las condiciones investigadas con  $H=0.098\text{m}$  y  $U=0.35\text{m/s}$ , se obtiene que la frecuencia mínima de medición fue de  $f_m > 72\text{Hz}$  usando el criterio de García. El criterio de Nezu and Nakagawa proporciona una frecuencia mínima de 58Hz. Como estos valores son relativamente altos, en nuestro caso se asumió un valor conservador para la frecuencia de medición como el valor máximo del instrumento de 100 Hz.
- 9 *Calcular el tiempo mínimo de medición.* Se aplicó la metodología expuesta anteriormente, y se calculó el tiempo de medición con el criterio de la probabilidad del 90% de que el estadístico NSE se encuentre en el rango de 0.9-1.0, para los perfiles medidos de TKE. Se seleccionaron seis perfiles dentro del canal de duración 2 horas, a los cuales se les realizó el análisis y se determinó un tiempo de medición apropiada, para completar la campaña de medición.
- 10 *Establecer los valores para la configuración óptima del ADVPII.* Se definió los siguientes valores para los parámetros de entrada  $SR=100\text{Hz}$ ,  $VR=0.1\text{m/s}$ ,  $PA=\text{Min Interval}$ ,  $PL=\text{Hight}$ ,  $TC=60\text{min}$  (se optó este valor conservador para sustituir el número de repeticiones por experimento),  $\text{Range to First cell}=40\text{mm}$ ,  $\text{Range to Last cell}=70\text{mm}$ , para un perfil de 30mm de longitud vertical con resolución de 1mm, se obtuvo 31 datos por perfil.
- 11 *Ejecutar las mediciones de los perfiles en las secciones transversales del canal.* Con los parámetros de entrada establecidos se realizaron mediciones en varias secciones transversales del canal ( $0^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $50^\circ$  y  $60^\circ$  grados de curvatura).
- 12 *Postproceso de los datos definitivos.* Se repitió el paso 6

### 3 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

#### Efecto de los parámetros de entrada sobre COR y SNR

Se realizó una evaluación cualitativa de los valores COR y SNR por medio gráfico de los arreglos experimentales, donde se grafican los valores promedios de las dos variables de respuesta, como se indica en la figura 10, en la cual se puede observar claramente que algunas mediciones producen valores bien diferenciados del SNR formando perfiles en bandas bien definidas. En la figura 9 se observa tres grupos de valores de SNR, cuatro mediciones producen valores bajos de SNR y cuatro producen valores altos de SNR, para cada velocidad, de las mediciones se observa que esta diferencia claramente identificada es debida al parámetro PL, donde el valor de *Hight* produce valores altos de SNR.

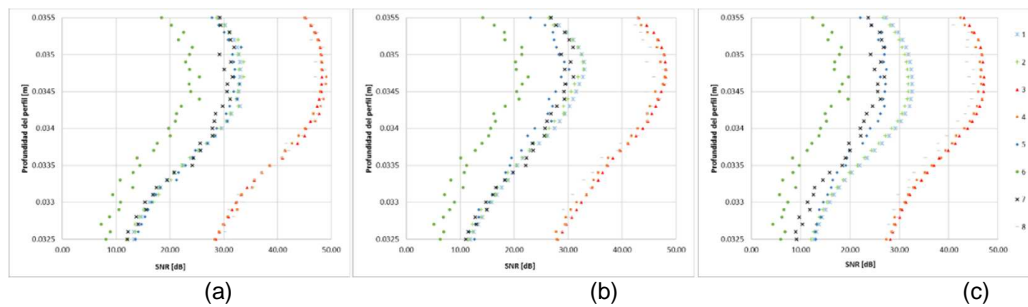


Figura 9.- Gráficas de SNR, para los ocho experimentos. (a) SNR para Señal en x. (b) SNR para Señal. (c) SNR para Señal en  $z^6$

Es de anotar que al agua se agregaron pequeñas partículas de antracita, entre 53micrones y 200 micrones, en concentración volumétrica de 0.01%, lo que elevó el valor de SNR el cual es susceptible a las partículas dispersas en el agua "scatterings" esto fue posible por ser un sistema recirculatorio en donde las partículas no se pierden del sistema.

Para realizar el análisis cuantitativo mediante la aplicación del método de ANOVA, se promediaron los valores de COR y SNR a lo largo del perfil y para las tres velocidades. Para los datos a lo largo del perfil se aplicó el promedio aritmético y para el promedio de las velocidades se hizo un promedio usando el concepto de la media cuadrática ( $X_{rms}$ ),  $X_{rms} = ((x^2 + y^2 + z^2)/3)^{0.5}$ . Los datos se indican en la tabla 2.

Tabla 2. Valores promedios de las variables de respuesta para el arreglo experimental factorial  $2^3$ .

No de Experimento	1	2	3	4	5	6	7	8
COR[%]	94.9	94.1	95.3	94.1	85.7	78.8	95.9	95.6
SNR[dB]	25.2	24.8	40.8	40.5	23.2	14.9	22.8	39.8

Se realiza el ANOVA usando el software Statgraphics y se obtiene que el factor más significativo es el nivel de potencia (PL) para un nivel de confianza del 95% y en un nivel máximo (+), lo que indica que PL se debe configurar en High, un valor alto de PL permite que la señal cruce todo el perfil medido dentro del agua, aunque puede traer el inconveniente de que produzca rebotes de la señal en el fondo. Los factores menos significantes se configurar usando los criterios ya mencionados.

Los perfiles de velocidad de las ocho mediciones se indican en la figura 10, la cual nos muestra la variación vertical de la velocidad en cada uno de los ejes. Se observa que existen dos mediciones para la velocidad  $V_x$  y  $V_z$ , que se alejan de la tendencia de las mediciones restantes, para la velocidad radial no se observa una tendencia clara.

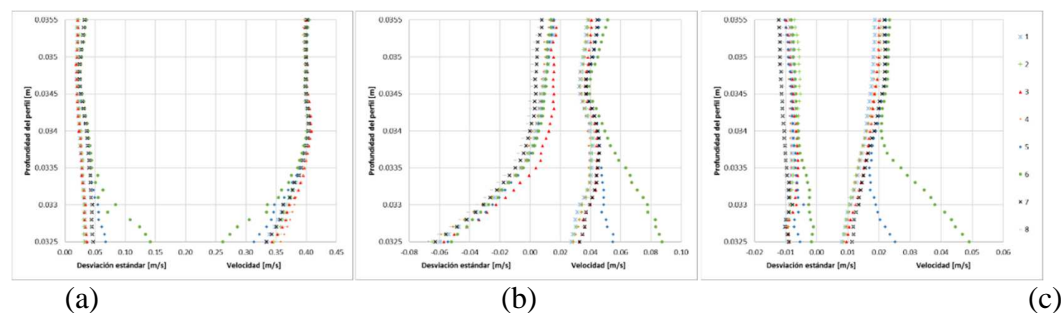


Figura 10.- Perfiles de velocidad para cada uno de los ejes coordenados. (a)  $V_t$ . (b)  $V_r$ . (c)  $V_z$ <sup>7</sup>**Efecto del tiempo de medición sobre la TKE**

Como resultado de aplicar la metodología propuesta se encontraron los tiempos mínimos de medición para los diferentes perfiles distribuidos en el dominio del canal. Los datos se indican en la tabla No 3. Se observó que estos tiempos tienen una gran variabilidad espacial, con perfiles donde su variabilidad temporal es tan pequeña que son independientes del tiempo, hasta perfiles con tiempos de medición de aproximadamente una hora, por lo tanto, no se pudo establecer un patrón de variabilidad espacial de tiempos de medición dentro del dominio del canal. Tomando como criterio el valor absoluto de  $NSE > 0.75$ , se obtiene valores un poco menores, que entrarían en el rango de -aceptables- según el criterio expuesto anteriormente (Ritter and Muñoz-Carpena, 2013). Con este método el tiempo de medición es dependiente del valor adoptado del índice estadístico.

Tabla 3.- Tiempos de medición en minutos, de los seis perfiles medidos en el canal.

	60gr35mm	60gr75mm	60gr115mm	0gr35mm	0gr75mm	0gr115mm
Prob NSE > 90%	3	72	17	32	25	62
Valor de NSE > 0.9	1	62	16	27	20	49
Valor de NSE > 0.75	0	49	1	18	16	32

En la Figura 11, se indica el resultado de comparar dos pares de perfiles, el perfil de tiempo de medición de 1 min con el perfil de 10 minutos, Figura 11a y el perfil de 105 min con el perfil 120 minutos, Figura 11b. Se observa que la probabilidad de que NSE esté entre el rango 0.9-1.0 para los perfiles de 1min y 2 min es de 1.8%, lo cual indica que estos perfiles están alejados más allá del rango de la probabilidad deseada y el segundo par de perfiles con una probabilidad del 100%, los cuales por corresponder a un largo periodo de medición están dentro de la probabilidad deseada.

<sup>7</sup>

Código Matlab de análisis de señales VTMT Soft\_Filtrado\_ADV\_Modificado 10May2016 de Junio 2016.



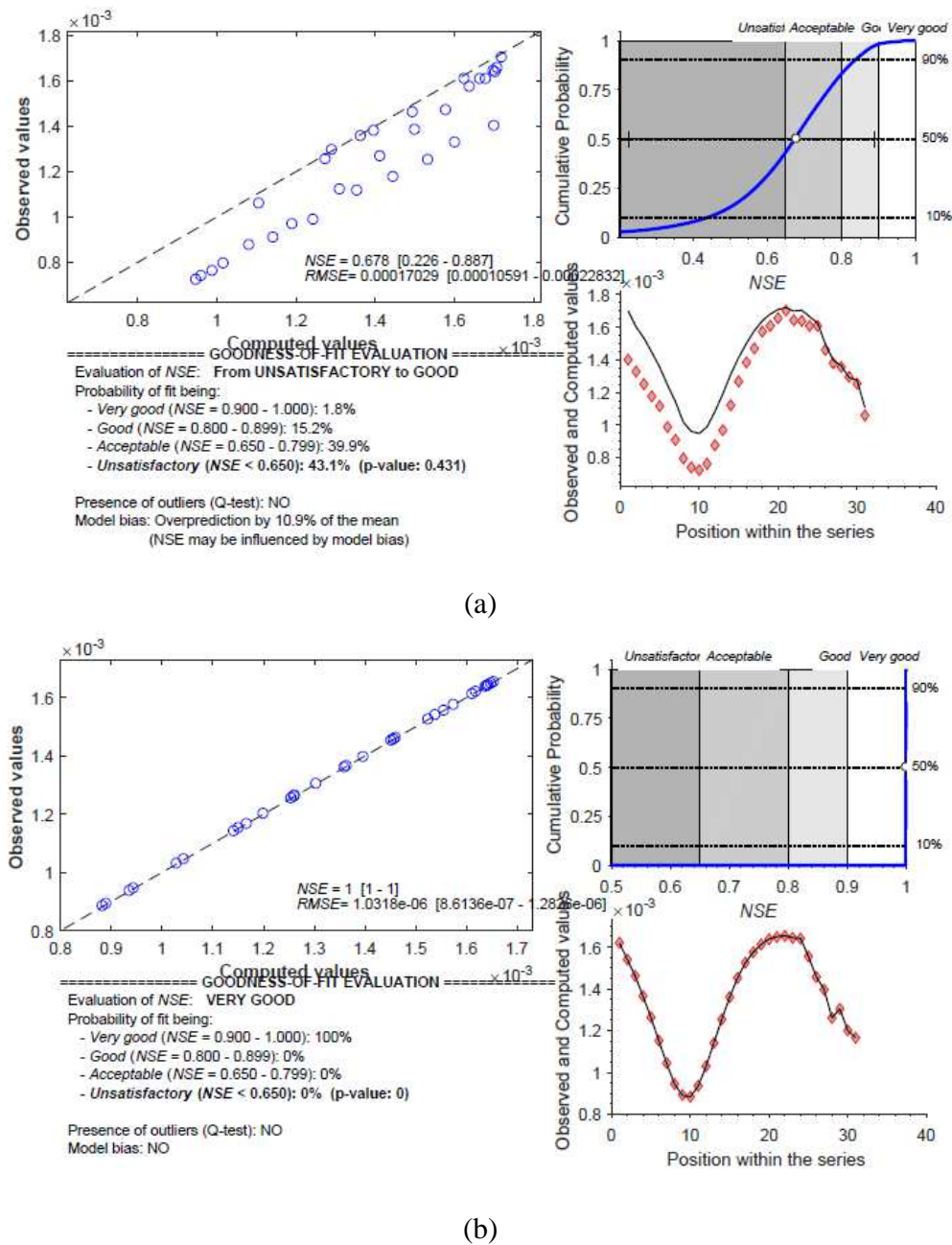


Figura 11.- Datos de salida del software Fiteval, para la comparación de dos perfiles promedio en el tiempo de la sección 60°-0,115m. (a) Estadístico para el perfiles 1 min ( $\diamond$ ) y perfil 2 minutos (---). (b) Estadístico para el perfil 115 min ( $\diamond$ ) y el perfil 120 minutos (---).

Aunque no hay antecedentes similares de este método aplicado a calcular tiempos de medición con dispositivos ADV, es bastante consistente con el comportamiento de los perfiles promedio en el tiempo, ya que al graficar la TKE contra el tiempo, Figura 12(a), para todos los puntos del perfil vertical, la señal tiende a estabilizarse con el tiempo, lo que indica que a partir de cierto tiempo de medición se consiguen perfiles promedios muy similares, este tiempo límite se indica con la línea punteada. En la figura 12(b), se observa una mayor dispersión para tiempos cortos de medición y para tiempos mayores los perfiles verticales tienden a

acomodarse en una franja más estrecha, que correspondería a la parte final de la curva en la figura 12(a). Desafortunadamente el costo computacional de este método es importante, ya que cada vez que se hace el cálculo de la probabilidad se debe realizar el proceso de “*bootstrapping*”, que es el de mayor tiempo computacional (3 horas para datos a 100hz, en 2 horas de medición, cada minuto).

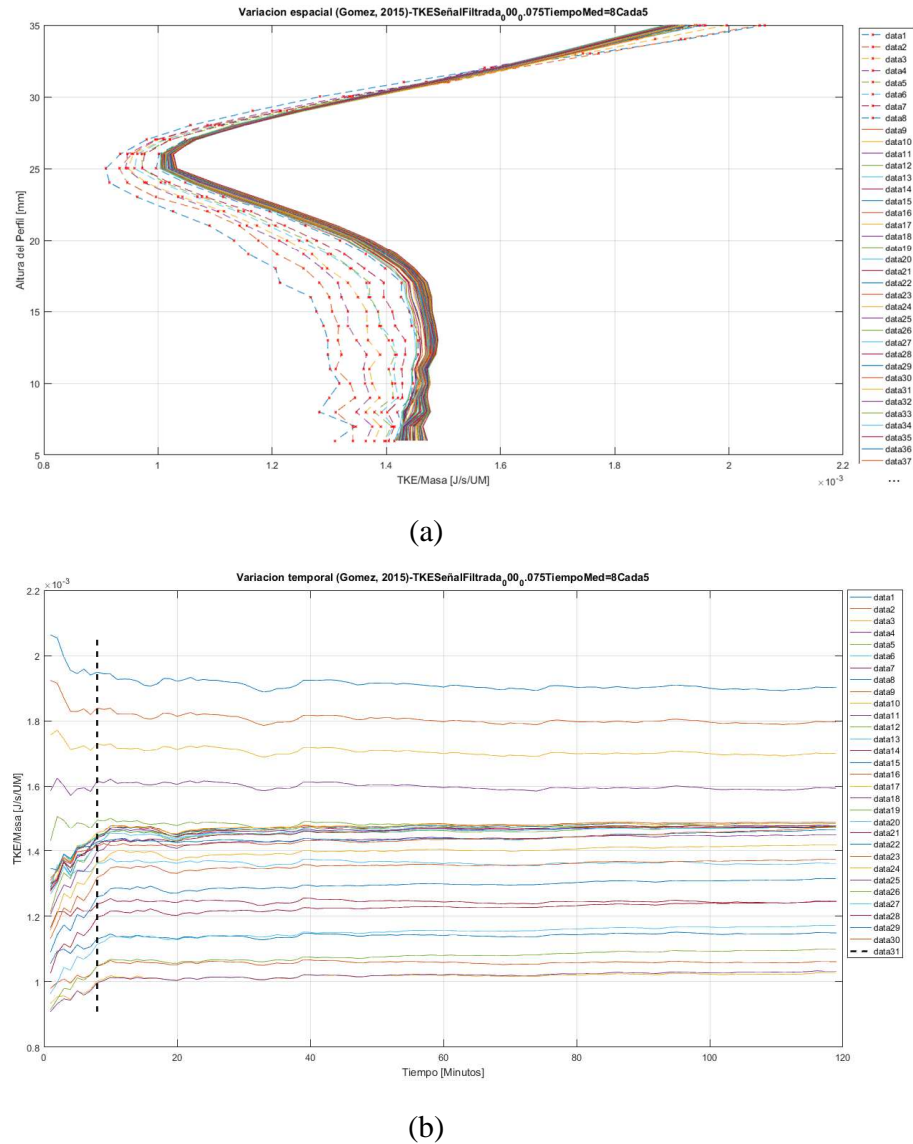


Figura 12- Variación espacio-temporal de TKE. (a) Variación de los promedios temporales de TKE para todos los puntos del perfil, línea discontinua marca el tiempo de medición. (b) Variación vertical y temporal de los perfiles de TKE.

### Caracterización cualitativa del flujo secundario

Con los datos obtenidos en la campaña de medición en la cual se midieron los campos de velocidad, se obtuvieron las líneas de corriente (LC) para una caracterización cualitativa del flujo secundario y se calcularon los parámetros de intensidad del flujo. En la Figura 13 se indican los vectores transversales del flujo con sus respectivas LC. Los vectores tienen un factor de escalamiento de 0.1 según la función *quiver* de Matlab, los

cuales pueden ser extraídos con una herramienta Cad. (ej:  $V_{rexp} = -0.3099 \text{ m/s}$  del valor de  $V_r$  abajo -izquierda de figura 14a.  $V_{cad} = -0.003095/0.1 = -0.03095 \text{ m/s}$ , con error de 0.14%)

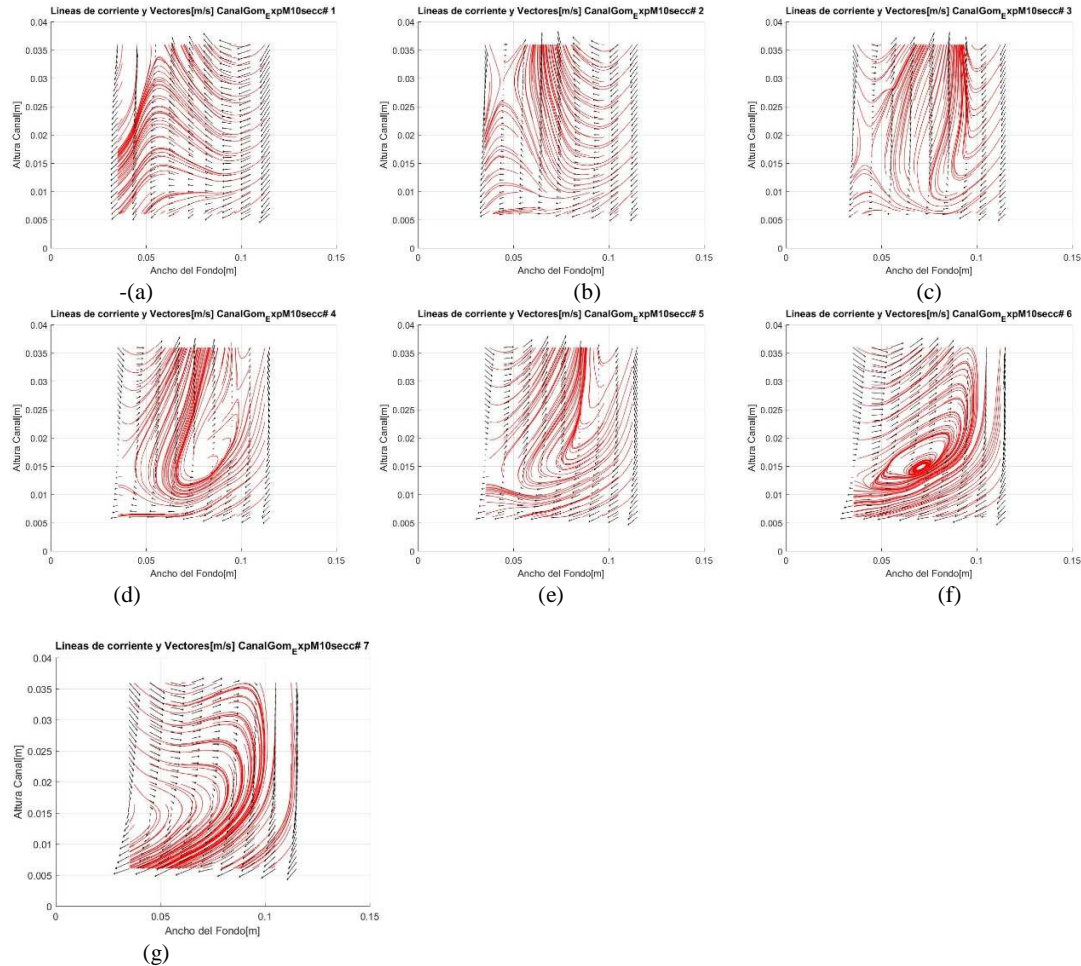


Figura 13.- Vectores de velocidad y líneas de corriente para cada sección transversal entre (a)  $0^\circ$ , (b)  $10^\circ$ , (c)  $20^\circ$ , (d)  $30^\circ$ , (e)  $40^\circ$ , (f)  $50^\circ$  y (g)  $60^\circ$ . Margen izquierda corresponde a la pared interna de la curva.

Debido a las limitaciones geométricas del ADVPII para instalarlo dentro del canal de 0.15m de ancho, no permite identificar el flujo vortical en toda la sección, pero nos brinda una primera aproximación de cómo es su comportamiento. Según los patrones de las líneas de corriente a partir de la sección  $20^\circ$ , se empieza a desarrollar un flujo secundario más definido, en las dos primeras secciones no es claro el patrón de flujo.

#### Caracterización cuantitativa del flujo secundario

Una vez identificado el patrón de flujo en el cual se observa claramente el flujo secundario en la zona medida, se cuantifica la Intensidad de circulación secundaria (ICS) usando el concepto de helicidad, en la Figura 14, se muestra la variación de la helicidad con respecto al ángulo de curvatura del canal, para el canal de la presente investigación (C1) y el canal (Bai et al., 2014), en el cual se observa un valor máximo cerca al ángulo entre  $60^\circ$  y  $70^\circ$  grados, en ambas curvas, lo que indica que el comportamiento es comparable y que los datos experimentales obtenidos en la presente investigación representan el fenómeno físico estudiado.

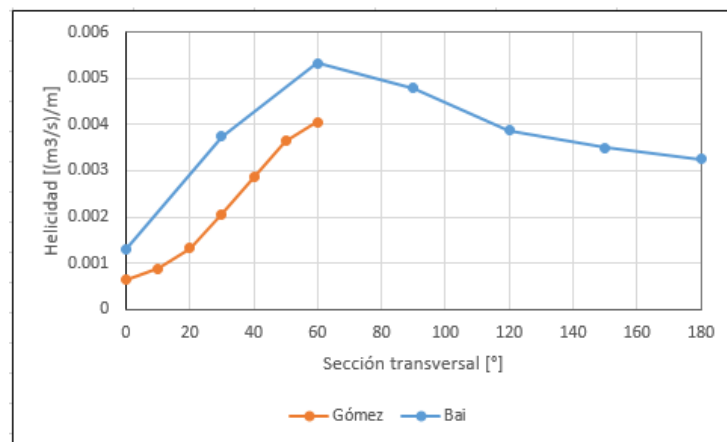


Figura 14.- Variación de la helicidad con respecto a las secciones transversales en grados del canal curvo.

#### 4 CONCLUSIONES

Se realiza un análisis de sensibilidad de los parámetros de entrada del ADVPII con respecto a COR y SNR con base el diseño estadístico de experimentos. Encontrando que el nivel de potencia de la señal acústica es el parámetro que mayor influencia tiene en el valor de SNR y COR. Se considera que el DEE junto con ANOVA son adecuados para el estudio de los efectos de parámetros independientes sobre variables de respuesta en este tipo de fenómenos.

Se propuso una nueva metodología para encontrar el tiempo de medición basado en TKM y criterios estadísticos de bondad de ajuste. Los cuales proporcionan valores coherentes del tiempo de medición. Aunque los valores obtenidos son más conservadores con datos de tiempos de medición reportados en la literatura, brinda órdenes de magnitud del tiempo de medición. Se considera que tomando un tiempo máximo de los tiempos estimados, con el método propuesto se puede obtener una buena calidad de los datos de velocidad.

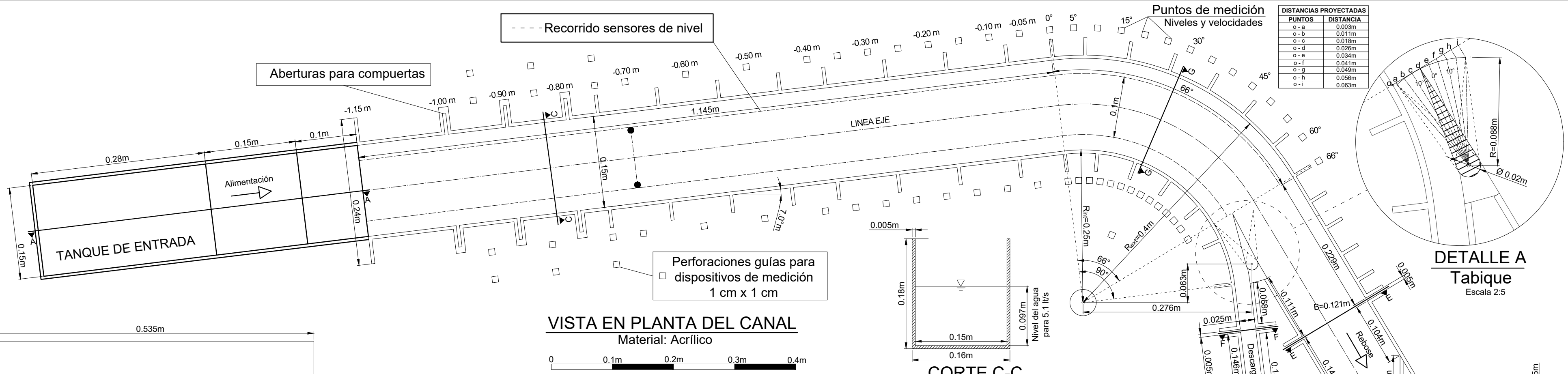
Se obtuvo datos de experimentación física usando el ADVPII para flujo en canales curvos. Se encontró que estos datos son coherentes con lo reportado en la literatura, donde se pudo identificar la formación de flujo secundario en diferentes secciones transversales del canal curvo. Los datos pueden ser usados para calibración y validación de modelos numéricos hidrodinámicos en canales curvos usando los datos experimentales.



## **E Anexo: Planos, instalaciones e instrumentos de medición**

Figura E1: Plano de construcción para el canal Tipo C1

Figura E2: Plano de construcción para el canal Tipo C2



VISTA EN PLANTA DEL CANAL  
Material: Acrílico

CORTE C-C  
Sección del canal

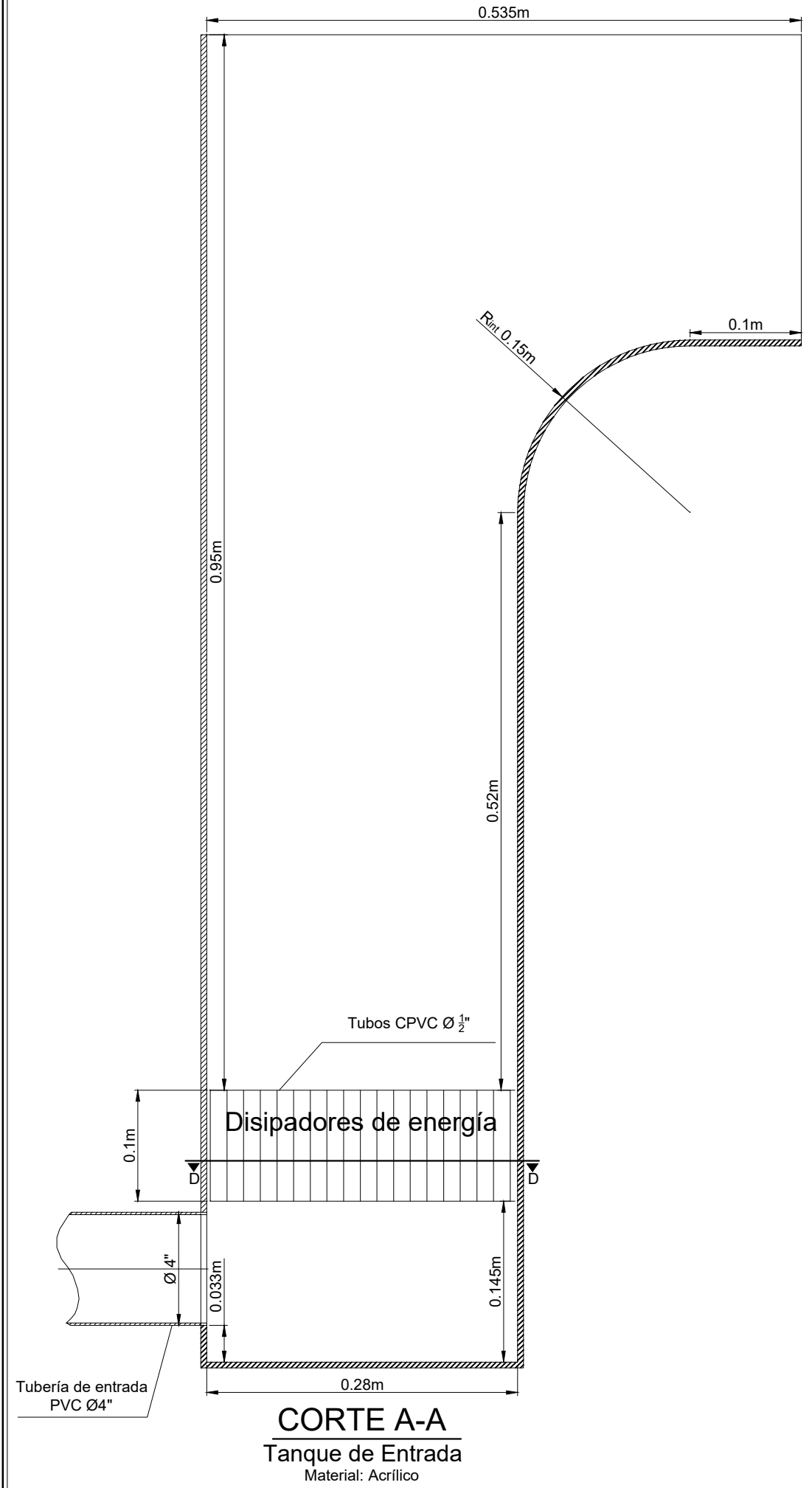
CORTE G-G  
Sección del canal  
30.00°

CORTE E-E  
Rejilla rebose  
Material: Acrílico

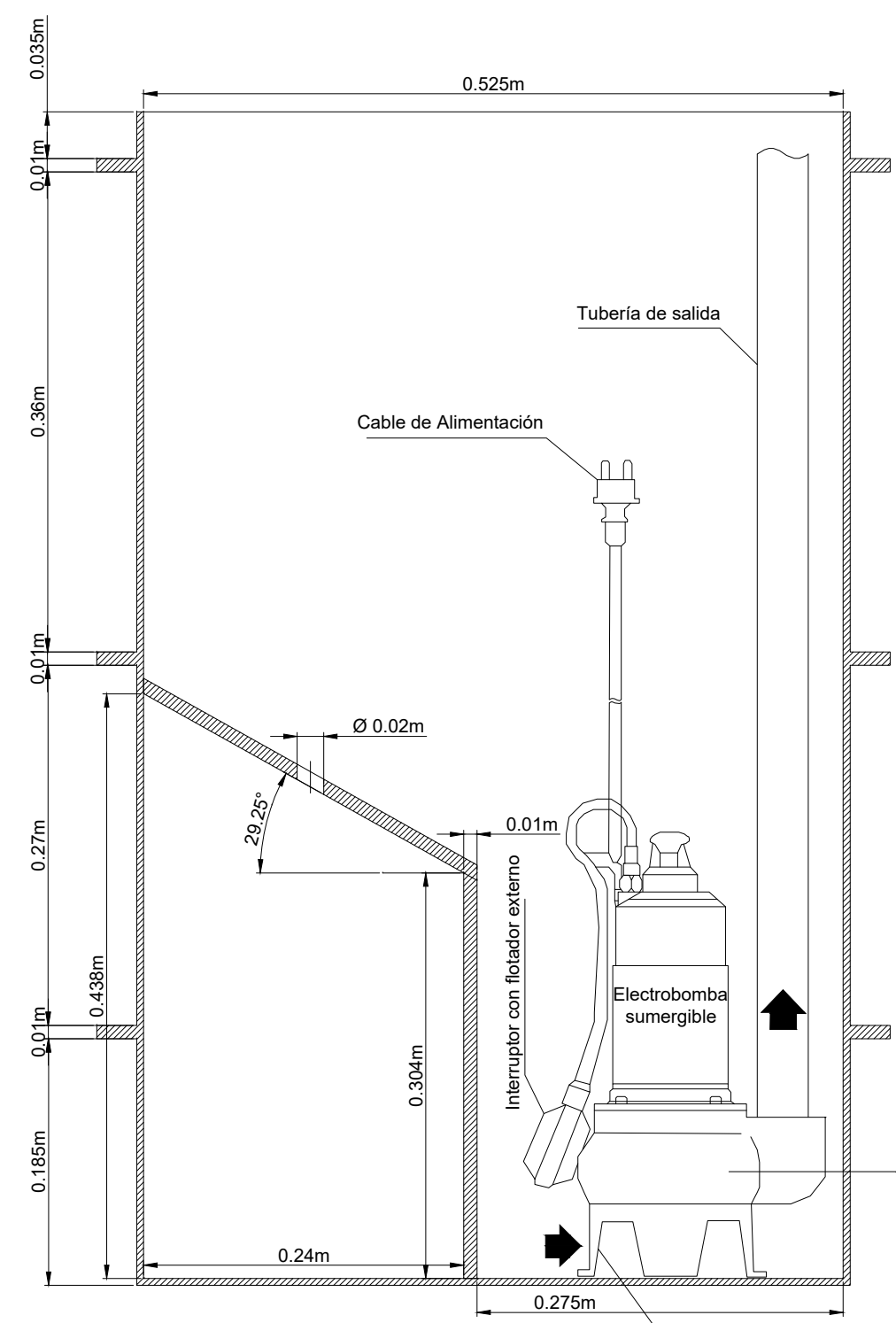
CORTE F-F  
Rejilla descarga  
Material: Acrílico

CORTE B-B  
Tanque de succión  
Material: Acrílico

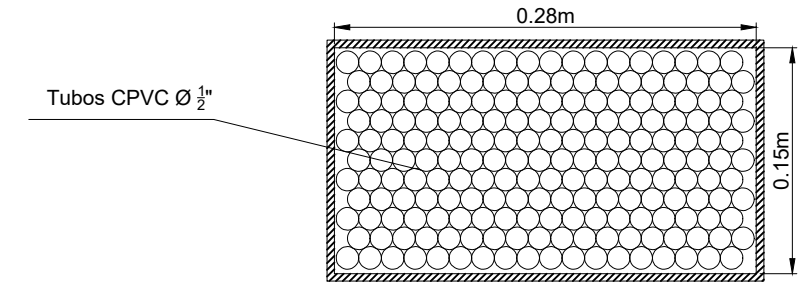
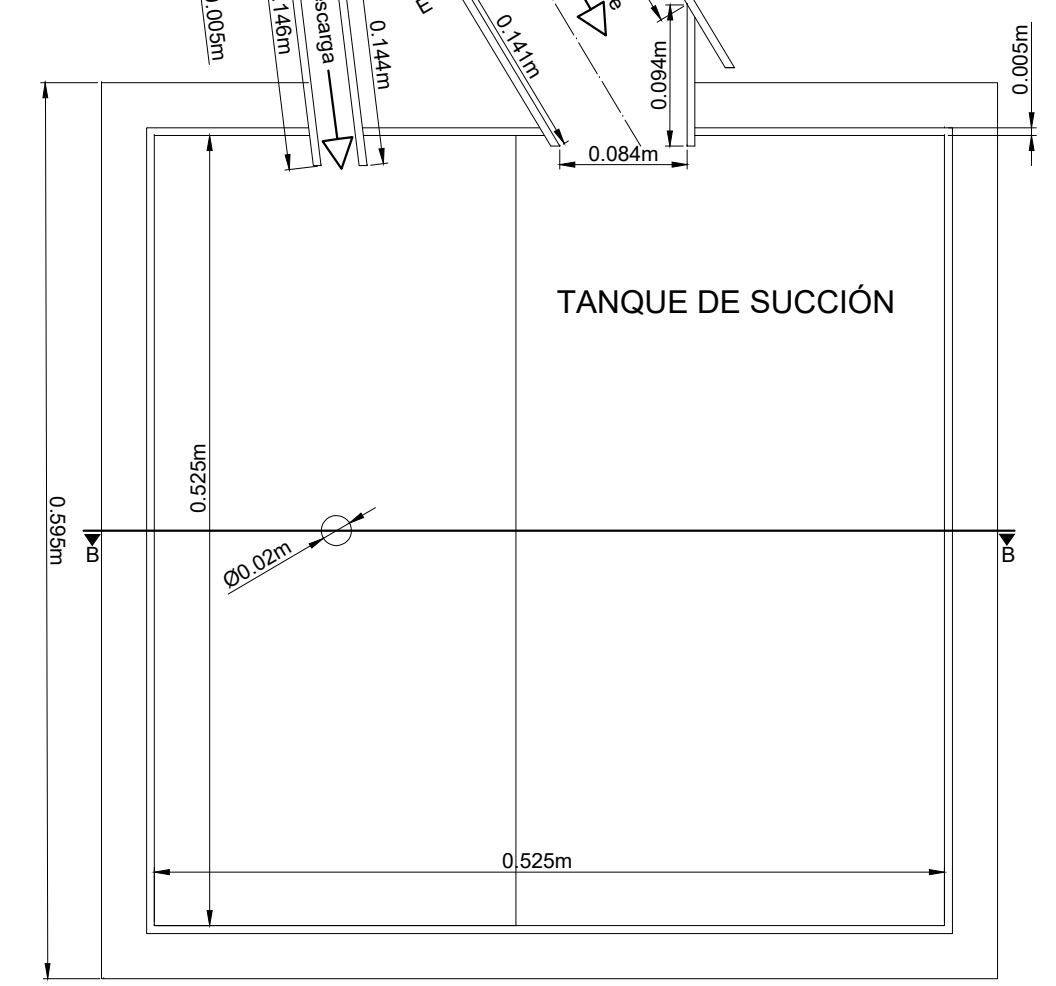
CORTE D-D  
Detalle disipadores de energía



CORTE A-A  
Tanque de Entrada  
Material: Acrílico



Electrobomba sumergible  
MCm 10/50



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA  
FACULTAD DE MINAS

OBRA: CANAL TIPO CI (LOCALIZADO: EDIFICIO M2 LABORATORIO DE HIDRÁULICA)

DISEÑO: HERNÁN JAVIER GÓMEZ

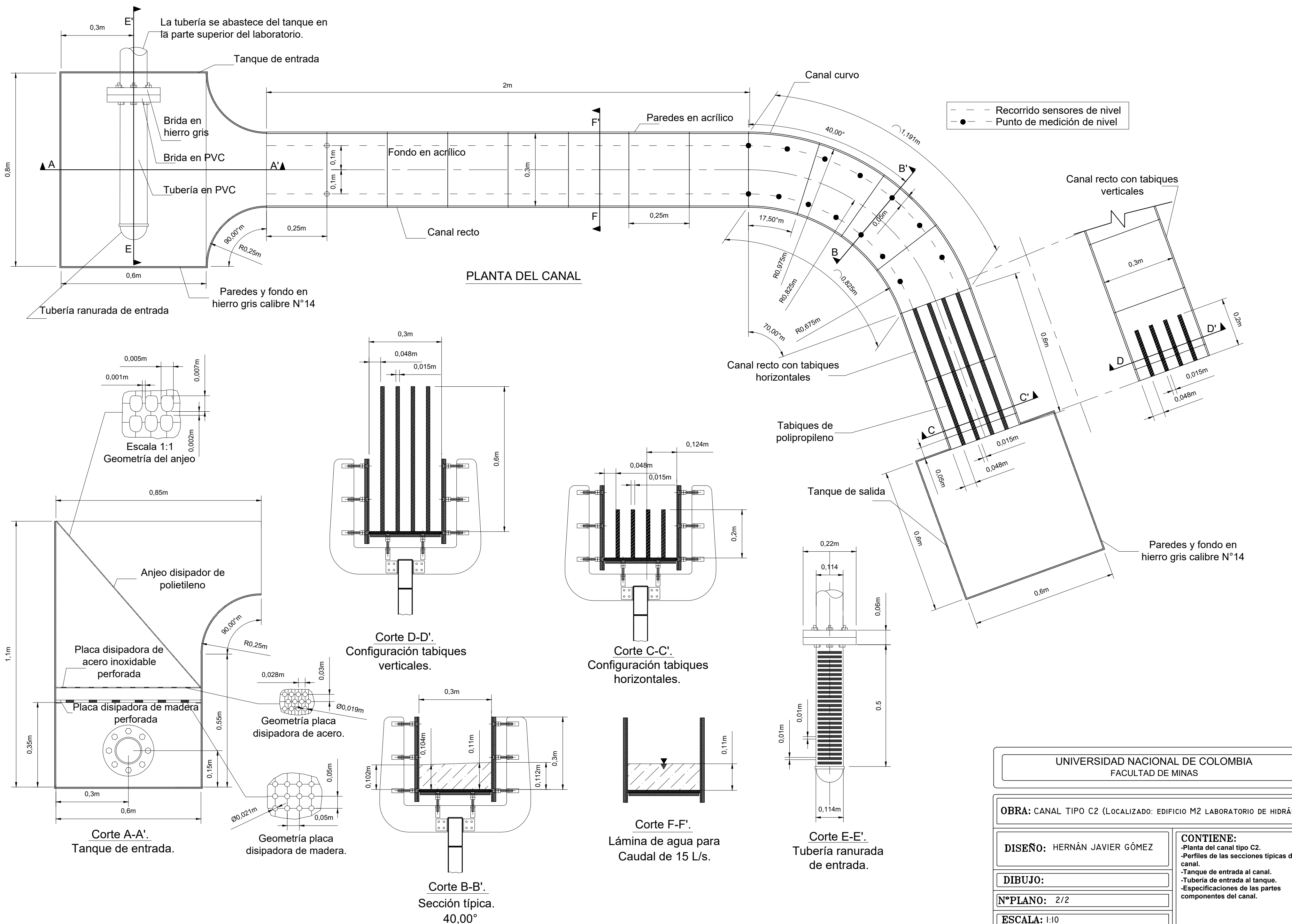
DIBUJO:

Nº PLANO: 1/2

ESCALA: 1:5

CONTIENE:  
-Vista en planta del canal  
-Sección típica del canal  
-Tanque de succión  
-Tanque de entrada  
-Disipadores de energía  
-Bomba





UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA FACULTAD DE MINAS	
OBRA: CANAL TIPO C2 (LOCALIZADO: EDIFICIO M2 LABORATORIO DE HIDRÁULICA)	
DISEÑO: HERNÁN JAVIER GÓMEZ	CONTIENE: -Planta del canal tipo C2. -Perfiles de las secciones típicas del canal. -Tanque de entrada al canal. -Tubería de entrada al tanque. -Especificaciones de las partes componentes del canal.
DIBUJO:	
N°PLANO: 2/2	
ESCALA: 1:10	





(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



(f)



(g)



(h)

Figura E3: Montaje de canal recirculatorio tipo (C1) **(a)** Montaje general. **(b)** Tanque de entrada. **(c)** Cuerpo del canal. **(d)** Curva del canal. **(e)** Tabique separador. **(f)** Rejilla vertical de control de flujo. **(g)** Salida final del sistema. **(h)** Tanque de succión.



Figura E4: Montaje de canal conexión directa, tipo (C2) **(a)** Montaje general. **(b)** Tanque de entrada. **(c)** Cuerpo del canal. **(d)** Tabiques verticales control de flujo. **(e)** Tabiques horizontales control de flujo. **(f)** Salida del sistema.



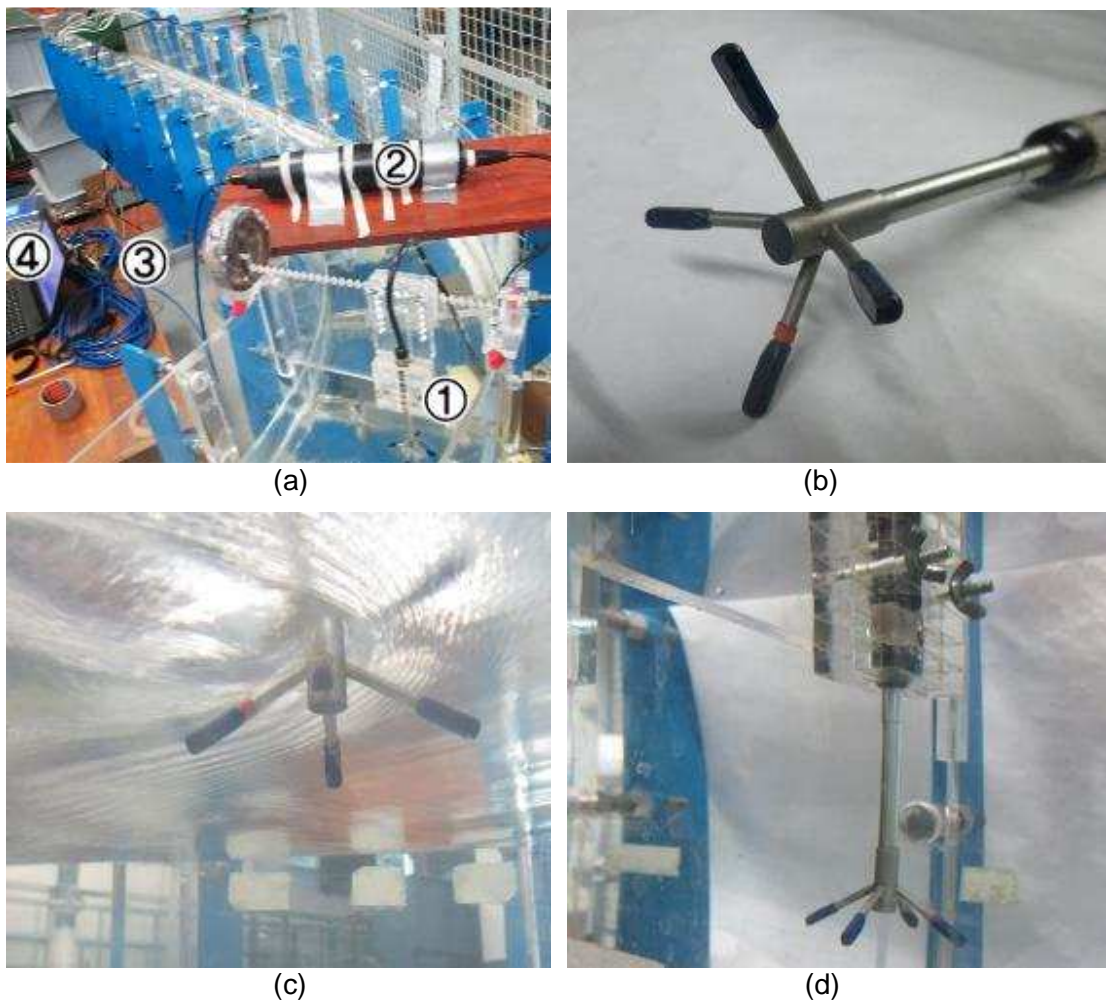


Figura E5: Instalación del ADV **(a)** Montaje general. (1) Perfilador ADV. (2) Transductor de señal. (3) Cable conexión. (4) Sistema de cómputo. (Computadora) **(b)** Detalle ADV. **(c)** ADV sumergido. **(d)** ADV sumergido.



(a)



(b)



-(c)



(d)

Figura E6: Instalación de sensores **(a)** Sensores **(b)** Datalogger de sensores. **(c)** Sensores registrando. **(d)** Dosificador en húmedo de sólidos de tambor rotatorio



Figura E7: Instalación de medidor de caudal. **(a)** Doppler Flow Meter. **(b)** Conexión a tubería. **(c)** Configuración del Doppler Flow Meter.



## F Anexo: Solución analítica del modelo Euleriano-Lagrangiano

Se toma como base la ecuación planteada para el modelo Eulerino-Lagrangiano, en la revisión de literatura, pero solamente teniendo en cuenta las fuerzas de arrastre( $\vec{F}_D$ ), fuerza de boyamiento( $\vec{F}_B$ ) y Fuerza de masa virtual ( $\vec{F}_{MV}$ ).

$$m_p \frac{d\vec{U}_p}{dt} = \vec{F}_D + \vec{F}_B + \vec{F}_{MV} \quad (F.1)$$

Remplazando cada una de las fuerzas se obtiene la siguiente ecuación:

$$m_p \frac{d\vec{U}_p}{dt} = \frac{C_D \rho_f A}{2} (\vec{U}_f - \vec{U}_p)^2 - m_p g \left( 1 - \frac{\rho_f}{\rho_p} \right) + C_{VM} m_f \frac{d}{dt} (\vec{U}_f - \vec{U}_p) \quad (F.2)$$

$$(m_p - C_{VM} m_f) \frac{d\vec{U}_p}{dt} = \frac{C_D \rho_f A}{2} (\vec{U}_f - \vec{U}_p)^2 - m_p g \left( 1 - \frac{\rho_f}{\rho_p} \right) \quad (F.3)$$

El valor del gradiente de velocidad del fluido( $dU_f/dt$ ) en la fuerza virtual se desprecia, ya que se supone un flujo unidimensional, uniforme y permanente (Li, 2009). Remplazando los valores del área de la partícula  $A = \pi d_p^2/4$ , la masa de la partícula  $m_p = \pi d_p^3/6 \rho_p$  y la masa virtual  $m_f = \pi d_p^3/6 \rho_f$ . Como la integral se resuelve en una dimensión, el vector de velocidades se transforma en magnitud de velocidades.

$$\left( \frac{\pi d_p^3}{6} \rho_p - C_{VM} \frac{\pi d_p^3}{6} \rho_f \right) \frac{dU_p}{dt} = \frac{C_D \rho_f}{2} \frac{\pi d_p^2}{4} (U_f - U_p)^2 - \frac{\pi d_p^3}{6} \rho_p g \left( 1 - \frac{\rho_f}{\rho_p} \right) \quad (F.4)$$

$$\left( \frac{d_p}{6} \rho_p - C_{VM} \frac{d_p}{6} \rho_f \right) \frac{dU_p}{dt} = \frac{C_D \rho_f}{2} \frac{1}{4} (U_f - U_p)^2 - \frac{d_p}{6} \rho_p g \left( 1 - \frac{\rho_f}{\rho_p} \right) \quad (F.5)$$

$$\left( \frac{d_p}{6} \rho_p - C_{VM} \frac{d_p}{6} \rho_f \right) \frac{dU_p}{dt} = \frac{C_D \rho_f}{2} \frac{3}{4} (U_f - U_p)^2 - \frac{d_p}{6} \rho_p g \left( 1 - \frac{\rho_f}{\rho_p} \right) \quad (F.6)$$

$$\frac{dU_p}{dt} = \frac{3 C_D \rho_f (U_f - U_p)^2}{4 d_p (\rho_p - C_{VM} \rho_f)} - \frac{\rho_p g \left( 1 - \frac{\rho_f}{\rho_p} \right)}{(\rho_p - C_{VM} \rho_f)} \quad (F.7)$$

Para el rango de Stokes se tiene que  $C_D = 24/R_{ep}$ , donde  $R_{ep}$  es dado como

$$R_{ep} = \frac{\rho_f |U_f - U_p| d_p}{\mu} \quad (F.8)$$

$$\frac{dU_p}{dt} = \frac{18\mu}{d_p^2} \frac{(U_f - U_p)}{(\rho_p - C_{VM} \rho_f)} - \frac{\rho_p g \left( 1 - \frac{\rho_f}{\rho_p} \right)}{(\rho_p - C_{VM} \rho_f)} \quad (F.9)$$



$$\frac{dU_p}{dt} = -\frac{18\mu}{d_p^2} \frac{\vec{U}_p}{(\rho_p - C_{VM}\rho_f)} + \frac{18\mu}{d_p^2} \frac{U_f}{(\rho_p - C_{VM}\rho_f)} - \frac{\rho_p g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_p}\right)}{(\rho_p - C_{VM}\rho_f)} \quad (F.10)$$

Se integra esta última ecuación y se obtiene la velocidad de la partícula.

$$\frac{1}{t_v} = \frac{18\mu}{(\rho_p - C_{VM}\rho_f)d_p^2}; C_{VM} = \frac{1}{2} \quad (F.11),$$

$$U' = \frac{\rho_p g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_p}\right)}{(\rho_p - C_{VM}\rho_f)} \quad (F.12)$$

$$t_v U' = \frac{(\rho_p - C_{VM}\rho_f)d_p^2}{18\mu} \frac{\rho_p g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_p}\right)}{(\rho_p - C_{VM}\rho_f)} = -\frac{\rho_p g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_p}\right)d_p^2}{18\mu} \quad (F.13)$$

Velocidad de sedimentación para el rango de Stokes,  $U_{sk}$

$$U_{sk} = \frac{g\rho_p \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_p}\right)d_p^2}{18\mu} \quad (F.14)$$

Remplazando

$$\frac{dU_p}{dt} = -\frac{U_p}{t_v} + \frac{U_f}{t_v} - U' \quad (F.15)$$

Dando,

$$k = \frac{U_f}{t_v} - U' \quad (F.16)$$

$$\frac{dU_p}{dt} = -\frac{U_p}{t_v} + k \quad (F.17)$$

$$\frac{dU_p}{-\frac{U_p}{t_v} + k} = dt \quad (F.18)$$

Si  $s = -U_p/t_v + k$ ,  $ds = -dU_p/t_v$ ,  $dU_p = -t_v ds$ ;

$$\frac{-t_v ds}{s} = dt \quad (F.19)$$

$$\ln s = -\frac{t}{t_v} + \ln C \quad (F.20)$$

$$s = Ce^{-\frac{t}{t_v}} \quad (\text{F.21})$$

$$-\frac{U_p}{t_v} + k = Ce^{-\frac{t}{t_v}} \quad (\text{F.22})$$

$$U_p = t_v k - t_v Ce^{-\frac{t}{t_v}} \quad (\text{F.23})$$

Si  $t=0$ ,  $U_p=U_i$ .

$$U_f = t_v k - t_v C \quad (\text{F.24})$$

$$\frac{\vec{U}_f - t_v k}{-t_v} = C \quad (\text{F.25})$$

$$U_p = t_v k - t_v \left( \frac{U_f - t_v k}{-t_v} \right) e^{-\frac{t}{t_v}} \quad (\text{F.26})$$

$$U_p = t_v k + (U_f - t_v k) e^{-\frac{t}{t_v}} \quad (\text{F.27})$$

$$U_p = t_v \left[ \frac{U_f}{t_v} - U' \right] + \left( U_f - t_v \left[ \frac{U_f}{t_v} - U' \right] \right) e^{-\frac{t}{t_v}} \quad (\text{F.28})$$

$$U_p = [U_f - t_v U'] + (U_f - [U_f - t_v U']) e^{-\frac{t}{t_v}} \quad (\text{F.29})$$

$$U_p = U_f - U_{sk} + U_f e^{-\frac{t}{t_v}} - [U_f - U_{sk}] e^{-\frac{t}{t_v}} \quad (\text{F.30})$$

$$U_p = U_f - U_{sk} + U_f e^{-\frac{t}{t_v}} - U_f e^{-\frac{t}{t_v}} + U_{sk} e^{-\frac{t}{t_v}} \quad (\text{F.31})$$

$$U_p = U_f - U_{sk} + U_{sk} e^{-\frac{t}{t_v}} \quad (\text{F.32})$$

$$U_p = U_f - \left( 1 - e^{-\frac{t}{t_v}} \right) U_{sk} \quad (\text{F.33})$$

#### INTEGRACIÓN DE LA TRAYECTORIA

Se tiene la ecuación de la velocidad.

$$U_p = U_f - U_{sk} + U_{sk} e^{-\frac{t}{t_v}} \quad (\text{F.34})$$

Como  $U_p = dZ_p/dt$ .

$$U_p = \frac{dZ_p}{dt} = U_f - U_{sk} + U_{sk} e^{-\frac{t}{t_v}} \quad (\text{F.35})$$

$$dZ_p = \left( U_f - U_{sk} + U_{sk} e^{-\frac{t}{t_v}} \right) dt \quad (F.36)$$

$$Z_p = \int_{t_o}^t \left( U_f - U_{sk} + U_{sk} e^{-\frac{t}{t_v}} \right) dt \quad (F.37)$$

$$Z_p = \int_{t_o}^t \left( U_f - U_{sk} + U_{sk} e^{-\frac{t}{t_v}} \right) dt \quad (F.38)$$

Si se usa  $s=-t/t_v$ ,  $ds = -1/t_v dt$ ,  $dt=-dst_v$ ,  $s_o=-t_o/t_v$ ,

$$Z_p = \int_{t_o}^t (U_f) dt - \int_{t_o}^t (U_{sk}) dt + \int_{s_o}^s (U_{sk} e^s) (-dst_v) \quad (F.39)$$

$$Z_p = \int_{t_o}^t (U_f) dt - \int_{t_o}^t (U_{sk}) dt - U_{sk} t_v \int_{s_o}^s (e^s) ds \quad (F.40)$$

$$Z_p = (U_f)(t-t_o) - (U_{sk})(t-t_o) - (t_v (U_{sk}) e^s - t_v (U_{sk}) e^{s_o}) \quad (F.41)$$

$$Z_p = (U_f - U_{sk})(t-t_o) - t_v (U_{sk}) \left( e^{-\frac{t}{t_v}} - e^{-\frac{t_o}{t_v}} \right) \quad (F.42)$$

Si se inicia con  $t_o=0$ ,

$$Z_p = (U_f - U_{sk})t - t_v U_{sk} \left( e^{-\frac{t}{t_v}} - 1 \right) \quad (F.43)$$

El método es válido si  $Re_p \leq 1.0$ ,  $\rho_p [\text{kg/m}^3]$ ,  $\rho_f [\text{kg/m}^3]$ ,  $d [\text{m}]$ ,  $\mu [\text{Pa}\cdot\text{s}]$ ,  $\nu [\text{m}^2/\text{s}]$ ,  $U_{sk} [\text{m/s}]$ ,  $Re_p [-]$ .

# G Anexo: Aplicación método WAM y número de remolino

## 1 Introducción

En este trabajo se propone una metodología basada en los atributos de los vórtices del flujo, aplicando el método WAM (Winding angle method), o ángulo de deflexión (similar a una poligonal cerrada en topografía) para identificar áreas del flujo donde pueden ocurrir vórtices, a partir de un campo de velocidades en dos dimensiones (2D) (Hansen and Johnson, 2005), (Ari Sadarjoen and Post, 2000) y (Bussiere, 2012). Combinando el método WAM con la teoría de análisis por componentes (APC), es posible cuantificar la localización, el tamaño y el sentido de rotación de los vórtices. La literatura reciente no reporta una metodología explícita para comparación de flujos con movimiento vortical. Para flujos con campo de velocidades uniformes sin movimiento vortical, aún se reporta el uso de índices estadísticos tradicionales, como el error medio ponderado absoluto MAPE (acrónimo en inglés), el error de la raíz media cuadrática (RMSE) (acrónimo en inglés) y análisis de frecuencias de las velocidades, (Wood et al., 2015). La metodología que se propone consiste en usar los atributos de los vórtices como variables para la comparación del campo de velocidades con flujo vortical.

Se incorpora el número de remolino ( $S_n$ ) descrito en el Capítulo Dos, para cuantificar el grado de intensidad de la circulación de cada remolino y poderlo usar como parámetro de referencia para comparación entre valores observado y predichos, entre valores predichos y predicho, para efectos de realizar independencia de malla.

## 2 Metodología

Teniendo en cuenta que la comparación de flujos entre datos obtenidos con experimentación física y experimentación numérica, en aquellos casos donde el flujo forma remolinos, solo es válida, si al menos los datos simulados representan la misma cantidad de vórtices, relativamente cercanos a los obtenidos con experimentación física; se propone una metodología general combinando métodos estadísticos con las propiedades del movimiento vortical, la metodología general se resume en los siguientes pasos:

1. Realizar análisis de vorticidad de los datos experimentales el cual incluye:
  - Identificación del número de vórtices en cada sección transversal del canal.
  - Dirección de giro del vórtice.
  - Tamaño del área de los vórtices.
  - El índice de traslapo ( $I_t$ ) y el índice de proximidad de los vórtices ( $I_d$ ).
2. Seleccionar la simulación que mejor reproduce los datos experimentales según la comparación de las propiedades vorticales.

### ***Procedimiento del método WAM***

Para el análisis vortical se fusionó el método WAM con APC, propuestos en la literatura, junto con nuevos índices de comparación, propuestos en este trabajo, como el  $I_t$  e  $I_d$ . Resultando el siguiente algoritmo paso a paso:

1. Definir la sección transversal del canal
2. Trazar las líneas de corriente (LC)
3. Para cada LC calcular los ángulos de deflexión ( $\alpha_i$ ). Se dedujo una ecuación para cálculo por código computacional.
4. Encontrar la suma de los ángulos de deflexión  $\sum (\alpha_i)$
5. Definir valores umbral para  $\sum (\alpha_i)$  y la distancia mínima ( $d_{min}$ ) entre el inicio y final de la LC.
6. Seleccionar las LC según el umbral establecido para la  $\sum (\alpha_i)$  y para ( $d_{min}$ )
7. Cortar la línea de corriente cuando alcance  $2\pi$ . (No tiene relevancia analizar un LC que ha dado dos ciclos de  $360^\circ$ ).
8. Encontrar el centroide geométrico de las LC seleccionadas
9. Agrupar los centroides usando teoría de agrupamiento (distancias euclidianas)

10. Identificar cada grupo de centroides como núcleo potencial del vórtice.
11. Determinar la covarianza de todos los vértices de las LC que conforman cada vórtice.
12. Calcular los valores propios y los vectores propios de la matriz de covarianza.
13. Calcular los ejes de la elipse que representa el vórtice con los eigen-valores.
14. Calcular la dirección de los ejes de la elipse que representa el vórtice con los eigen-vectores
15. Identificar las áreas de la sección con flujo vortical y no vortical
16. Calcular los atributos de los vórtices.

Para una caracterización cuantitativa se proponen unos índices, como el  $I_t$  se calcula como la relación del área de traslapo entre un vórtice simulado y el área de un vórtice observado, en porcentaje, ponderada con dicha área, entre mayor sea el valor de  $I_t$  mejor es la simulación con respecto a los datos observados, el  $I_d$  es la distancia entre centros de vórtices, la cual se normaliza con la distancia mayor entre el ancho o alto del canal, se espera un valor mínimo de este índice entre los valores observados y predichos.

### **Aplicación del método WAM para identificar el número de vórtices**

Para evaluar la metodología propuesta se usó los datos experimentales reportados por (Bai et al., 2014), quien presenta datos experimentales del campo de velocidades en un canal curvo de 180°, de sección transversal (ST) de 0.4m de ancho por 0.15 m de alto, con un radio interno de 1.0m, tramos rectos a la entrada y salida de 2m de longitud, como se indica en la Figura G.1.

Una vez aplicada la metodología a los datos experimentales se detectó que a la entrada de la curva del canal (sección 0°), no se produce movimiento vortical, en la sección a 30 y 60 ° solo se produce un solo vórtice, en la sección 90°, 120° y 150° se producen tres vórtices dos en sentido de las manecillas del reloj y uno en sentido contrario.

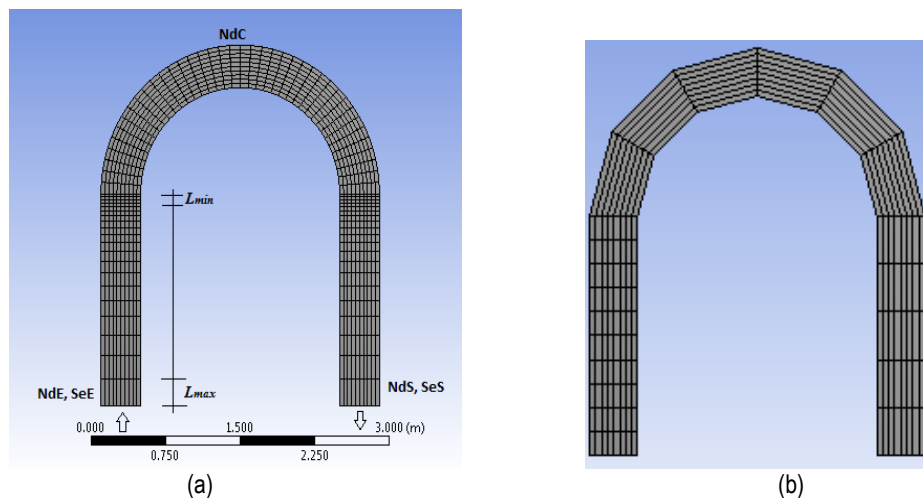


Figura G.1.- Geometría del canal de Bai. (Bai et al., 2014). (a) Geometría y mallado de la simulación óptima (S1) (b) Geometría y mallado de bajas especificaciones de la simulación S2.

Se realizaron 2 simulaciones S1 con un mallado detallado y S2 con un mallado grueso con nodos colocados en los puntos de medición. En la figura G.2 se indica el movimiento vortical que sucede en el canal curvo en la sección a 150° de curvatura, obtenidos con la metodología propuesta, para los datos experimentales fig. 2a y para datos simulados S1 fig. 2b, donde se detectan tres vórtices tanto en los datos experimentales como en los simulados y de giro muy similar. Esto demuestra que la simulación reproduce adecuadamente los campos de velocidad vortical, a diferencia de la simulación S2 que solo logra reproducir un solo vórtice principal en cada ST.

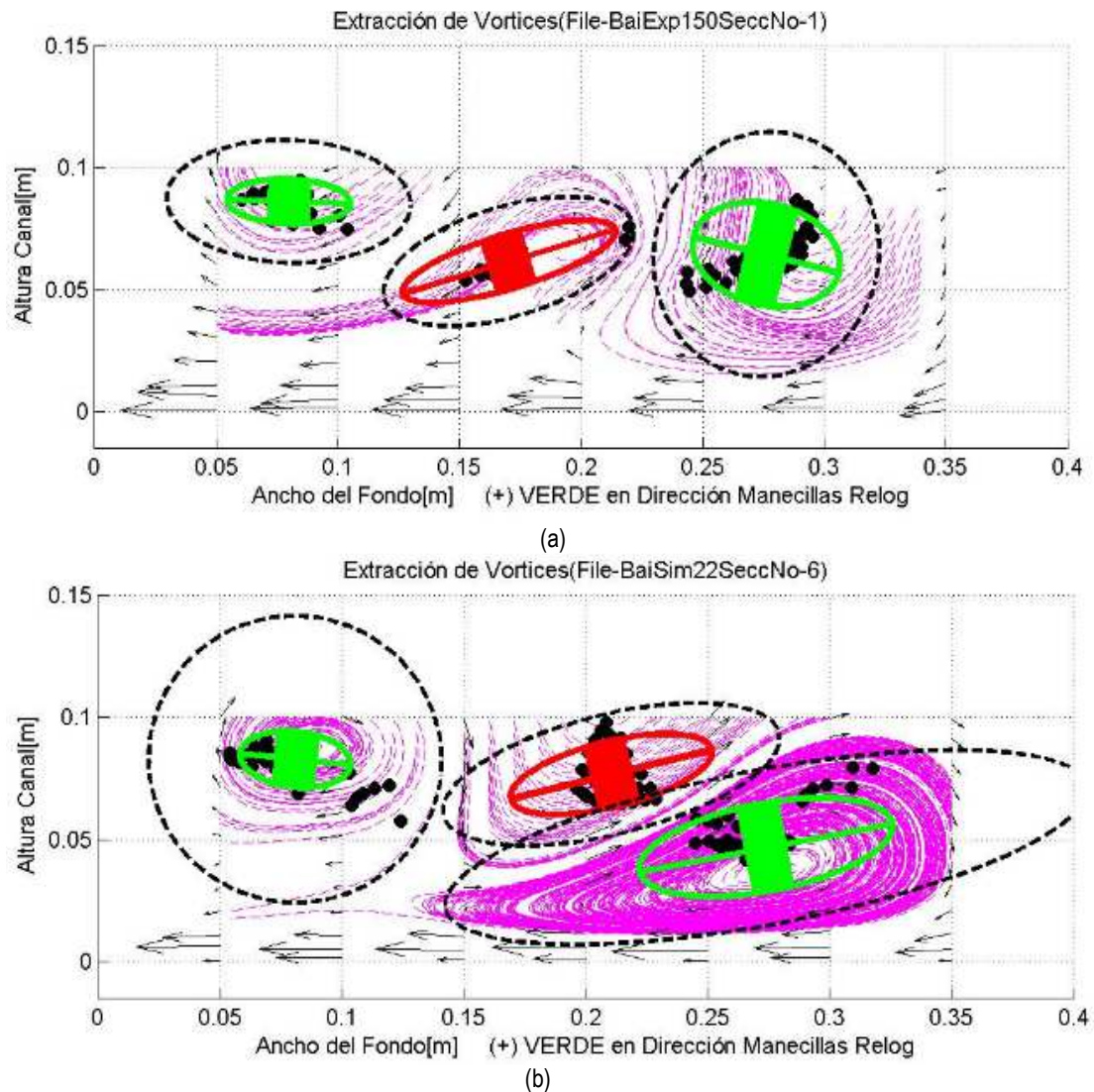


Figura G.2.- Vórtices en la sección 150° del canal curvo. (a) Experimental. (b) Simulado. (Elipses roja y verde, son de agrupamiento; verde el vórtice gira en dirección de las manecillas del reloj, rojo en dirección contraria, (---) línea punteada indica el tamaño del vórtice, (—) líneas de corriente (LC).

La representación gráfica base para el cálculo de los índices  $k$  y  $l_d$  se indica en la figura G.3, donde se observa las áreas de traslapeo entre los vórtices y la distancia entre centros vorticales. La figura G.3(a) muestra la localización entre los vórtices producto de los datos experimentales y de la simulación S1, en lo cual se observa un acuerdo razonable; mientras en la figura G.3(b) entre datos experimentales y la simulación S2, no existe buena concordancia en la comparación, ya que solo existe un vórtice simulado y tres vórtices experimentales, lo que no permite identificar con claridad, cual es el vórtice simulado que corresponde a uno de los vórtices observados.

La desventaja del método WAM, es que suele producir "falsos positivos" de número vórtices, por lo tanto, es necesario una inspección visual y descriptiva para descartar vórtices donde las líneas de corriente no lo indiquen claramente.

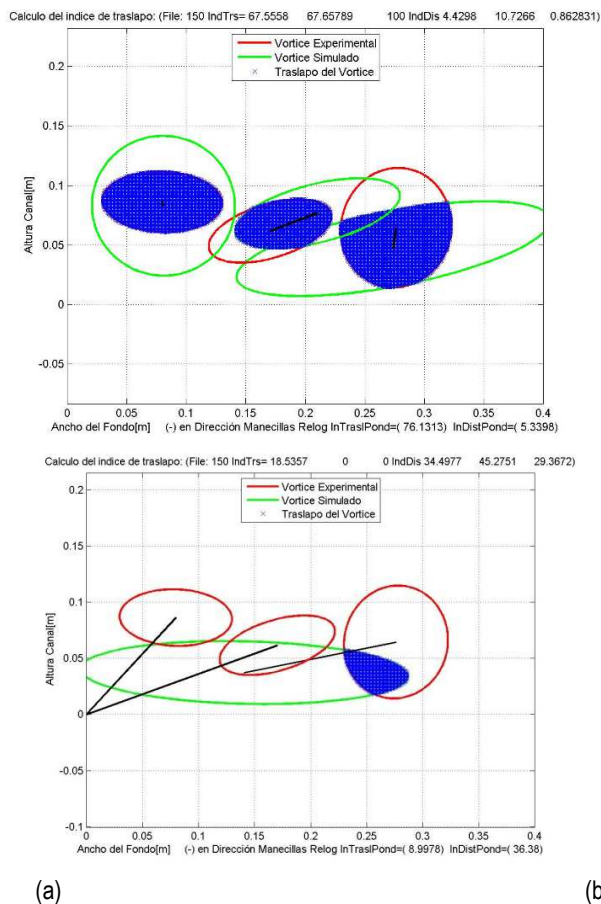


Figura G.3.- Localización de los vórtices experimental y simulado en la sección 150° del canal curvo. Índices de traslapo con áreas en azul e índice de distancias en línea negra entre centros. (a) simulación S1 (b) Simulación S2.

### Cálculo del número de remolino

Una de las dificultades para estimar el número de remolino (**Sn**) de cada vórtice es poder definir el tamaño del vórtice, para cuantificar cual es el campo de velocidad dentro del área de cobertura del remolino, en este sentido es posible definir una elipse con los datos proporcionados por el método WAM que represente aproximadamente el tamaño del vórtice. Otra opción es colocar como frontera externa del vórtice la línea de corriente (LC) más distante del núcleo de rotación que cumpla con los requisitos del WAM. Una vez definido el contorno del vórtice, se extraen los vectores de velocidad que están dentro de dicho contorno y con ellos se calcula el **Sn** según la propuesta matemática realizada en el Capítulo Dos (ec. 2.14 y 2.15). Cuando existen dos o más vórtices en la sección se propone calcular el **Sn** como un valor promedio ponderado (**Sn<sub>p</sub>**) según el tamaño de cada vórtice, si son dos vórtices  $Sn_p = (Sn_1 \cdot A_1 + Sn_2 \cdot A_2) / (A_1 + A_2)$ , donde  $A_1$  y  $A_2$  es el área del vórtice uno y dos, respectivamente.  $Sn_1$  y  $Sn_2$  se toman como valor absoluto, ya que pueden ser de giro contrario.

### Independencia de malla

Para el estudio de independencia de malla del modelo numérico RLA se utilizó la geometría del canal de (Bai et al., 2014), al cual se le calculó el **Sn** cada vórtice para diferente número de elementos de la malla computacional. Se estudió la evolución del **Sn**, según el número de elementos de la malla y se observó que tiene tendencia a estabilizarse para mallados altamente refinados. En la figura G.4 se muestra que el **Sn** tiene un comportamiento errático para mallados con pocos elementos, pero al aumentar el refinamiento se vuelve mas estable.



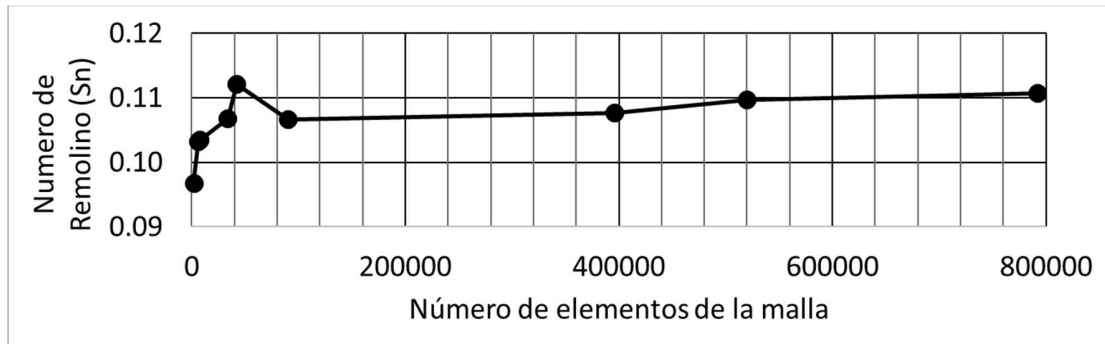
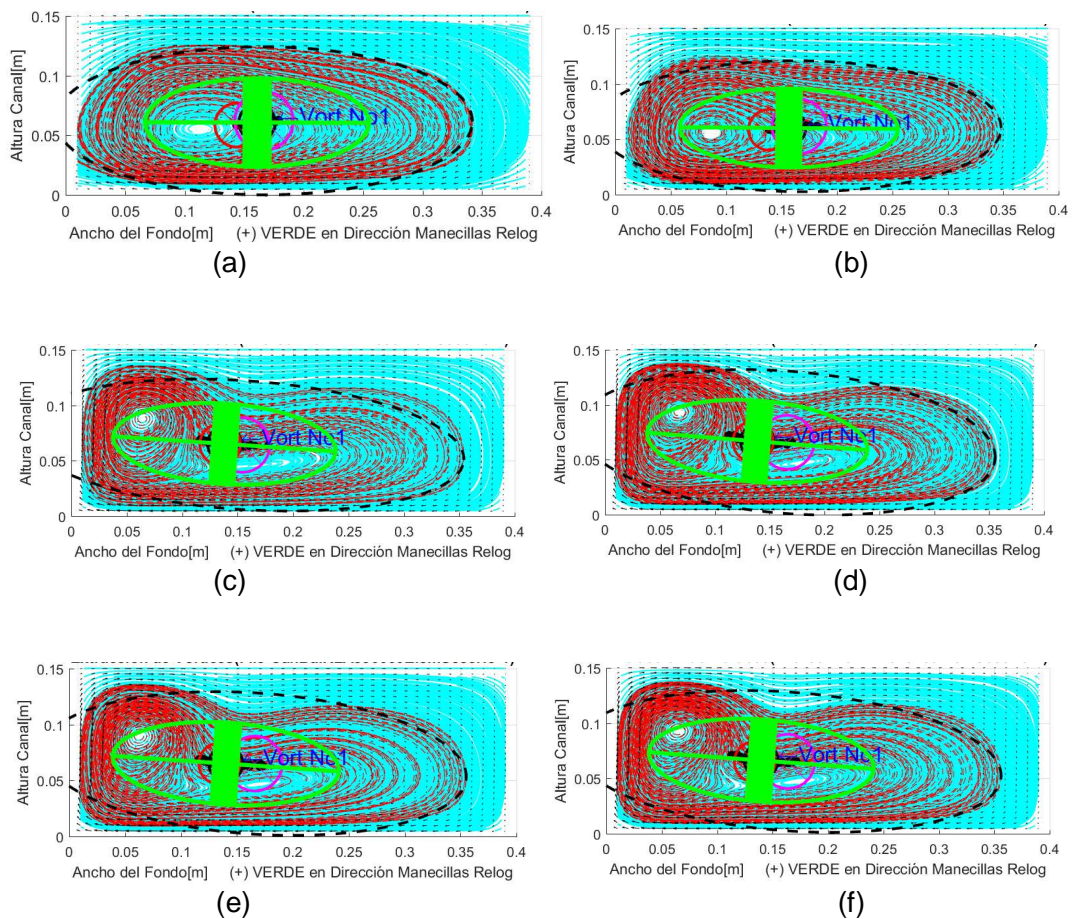


Figura G.4.- Variación del número de remolino con respecto al número de elementos de la malla, para la sección transversal de 90° del canal (Bai et al. 2014).

En la Figura G.5, se muestra la evolución del vórtice en la sección a 90°, para diferentes valores del número de elementos del mallado computacional. Cualitativamente no se observa un cambio del patrón de flujo vortical a partir de los 400,000 elementos. El tamaño de la elipse representativa es similar y en la localización de los vórtices internos tampoco se observan cambios.





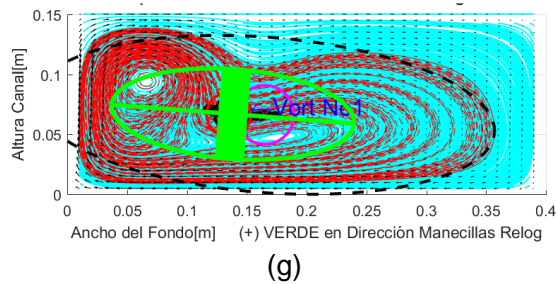


Figura G.5. Vórtices en la sección a 90° del canal de (Bai et al., 2014). (a)1920. (b) 7800. (c) 42000. (d)90000. (e) 396000. (f) 519750. (g) 792000 elementos.

### 3. Conclusiones

El método resultó que no produce resultados muy coherentes en la comparación de remolinos entre valores experimentales y simulados, por la baja densidad de los datos experimentales, pero produce muy buenos resultados para comparar datos simulados, ya que la densidad espacial de los campos de velocidades es mucha mayor, siendo posible cuantificar el ***Sn*** tal como se definió en el Capítulo Dos, para cada vórtice y comparar su valor de vórtices entre deferentes simulaciones. Lo que lo hace apto para realizar independencia de malla tomando como referencia el valor del ***Sn***, variando las características del mallado hasta que el ***Sn*** se estabilice.

El problema con aplicar el método WAN a datos experimentales, es la baja densidad espacial de estos, y es posible para algunos casos, que dentro de cada vórtice se encuentren muy pocos vectores de velocidad e incluso ningún vector, lo que imposibilita realizar una evaluación cuantitativa de las propiedades de los vórtices.

Como futuro trabajo es posible hacer un análisis cuantitativo de cada vórtice para comparar su intensidad, con magnitudes como el ***Sn***, la intensidad de flujo secundario y la helicidad, lo que permitirá unificar un criterio de bondad de ajuste para seleccionar la simulación que reproduzca con mayor fidelidad los datos del campo de velocidades obtenidos en experimentación física

# H Anexo: Indicadores estadísticos

Los indicadores estadísticos que frecuentemente se utilizan para comaparar datos observados(O) con datos predichos(P) se detallan a continuación:

## 1. Indicadores estadísticos

**Raíz del error cuadrático medio no sistemático (RMSE<sub>u</sub>).** Permite identificar el tipo de error no sistemático con el RSME<sub>u</sub>. Se determina a partir de la distancia entre los puntos de datos y la línea de mejor ajuste de la regresión lineal (Alexandris et al., 2008).

$$RMSE_u = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [P_i - P_i'']^2 \right\}^{0.5} \quad (H.1)$$

$P_i' = a O_i + b$ , línea de mejor ajuste de los valores observados.

**Raíz del error cuadrático medio sistemático (RMSE<sub>s</sub>).** Permite identificar el tipo de error sistemático. El RMSE<sub>s</sub> se determina a partir de la distancia entre la línea de mejor ajuste de la regresión lineal y la línea para un ajuste perfecto 1:1 (Alexandris et al., 2008).

$$RMSE_s = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [P_i'' - O_i]^2 \right\}^{0.5} \quad (H.2)$$

**Error absoluto medio.** Otro estadístico que nos describe una información similar es el error absoluto medio definido como (Alexandris et al., 2008):

$$MAE = N^{-1} \sum_{i=1}^N |P_i - O_i| \quad (H.3)$$

A partir del MAE, se puede obtener otro estadístico conocido como mean absolute percent error, (MAPE), o error absoluto medio normalizado (NMAE) el cual proporciona el valor en porcentaje (Stauffer y Seaman, 1990), dado como:

$$MAPE = N^{-1} \sum_{i=1}^N \frac{|P_i - O_i|}{P_i} \quad (H.4)$$

El MAPE es la medida de los errores porcentuales en valor absoluto, no considera el signo del error solo la magnitud.

**El sesgo (BIAS)** nos proporciona información sobre la tendencia del modelo a sobreestimar (BIAS(+)) o subestimar (BIAS(-)) una variable, nos cuantifica el error sistemático del modelo (Alexandris et al., 2008).

$$BIAS = N^{-1} \sum_{i=1}^N (P_i - O_i) \quad (H.5)$$

Este estadístico ha sido adaptado para su aplicación al comparar direcciones del viento (Jorba Casellas, 2005):

$$BIAS_{dir} = \sum_{i=1}^N \frac{D}{N}; \quad \begin{aligned} D &= d_i - d_{iobs} \text{ si } (d_i - d_{iobs}) < (d_{iobs} - d_i) \\ D &= d_{iobs} - d_i \text{ si } (d_i - d_{iobs}) > (d_{iobs} - d_i) \end{aligned} \quad (H.6)$$

donde  $d_i$  es la dirección del viento horizontal pronosticada para la celda  $i$ ;  $d_{obs}$  es la dirección del viento horizontal observada para la celda  $i$ ;  $N$  es el número de valores analizados. Un BIAS positivo implica que la tendencia del modelo es a simular vectores del viento a la izquierda de las observaciones, y viceversa cuando es negativo.

A partir del BIAS se puede obtener el indicador porcentaje de error medio (MPE), el cual es la medida de error porcentual. Es una métrica simple, que sirve para ver si el error del pronóstico es hacia arriba o hacia abajo. Mide el sesgo (bias) del pronóstico (positivo o negativo).

$$MPE = N^{-1} \sum_{i=1}^N \frac{(P_i - O_i)}{P_i} \quad (H.7)$$

**El índice de ajuste.** Complementando la información que aportan estos estadísticos se ha calculado también un índice que aporta información sobre el comportamiento del modelo al comparar los resultados con observaciones (Alexandris et al., 2008). El índice de ajuste (IOA, *index of agreement*) se calcula como:

$$IOA = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (P_i - O_i)^2}{\sum_{i=1}^N (|P_i - O_{mean}| + |O_i - O_{mean}|)^2} \quad (H.8)$$

donde,  $N$  es el número de observaciones;  $P_i$  son los valores pronosticados;  $O_i$  son los valores observados;  $O_{mean}$  es la media de las observaciones.

**La varianza de la distribución de diferencias ( $S_D^2$ ).** Simplemente expresa la variabilidad de la diferencia entre lo predicho ( $P_i$ ) y lo observado ( $O_i$ ), valores al rededor de MBE (Alexandris et al., 2008).

$$S_D^2 = (N-1)^{-1} \sum_{i=1}^N (P_i - O_i - MBE)^2 \quad (H.9)$$

**Modelo de eficiencia (NSE)** también es conocida como "*Nash-Sutcliffe efficiency*". Se calcula sobre la base de la relación entre las desviaciones medias observadas y predichas (Alexandris et al., 2008).

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (P_i - O_i)^2}{\sum_{i=1}^N (\bar{O} - O_i)^2} \quad 0 \leq NSE \leq 1 \quad (H.10)$$

Junto con el RMSE (Ritter et al., 2011), (Ritter and Muñoz-Carpena, 2013), realizaron un análisis mas detallado, y construyeron el software FITEVAL, el cual posee una comparación gráfica entre valores  $O$  y  $P$ , cuantifica la probabilidad de que NSE esté entre una determinada probabilidad y calcula el la bondad de ajuste para los valores comparados.

**Prueba ji-cuadrado.** Esta prueba es aplicable para variables aleatorias discretas o continuas. Sea una muestra aleatoria de tamaño  $N$  tomada de una población con una distribución especificada. La teoría estadística demuestra que la siguiente variable es apropiada para realizar una prueba de bondad de ajuste:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad (H.12)$$

$o_i$ : frecuencia observada (corresponde a los datos de la muestra);  $e_i$ : frecuencia esperada (corresponde al modelo propuesto). Distribución Ji-cuadrado con  $n=k-r-1$  grados de libertad,  $k$  es el número de intervalos en la distribución, donde  $r$  es la cantidad de parámetros de la distribución que deben estimarse a partir de la muestra. Es una condición necesaria para aplicar esta prueba que  $\forall i, e_i \geq 5$ . A pesar de que esta prueba ha sido diseñada para comparar entre una distribución de probabilidad observada con una esperada (teórica), es posible adaptarla para comparar una distribución predichas por un modelo numérico y una distribución experimental, útil cuando se tiene una cantidad de datos suficientes, para obtener una distribución donde en

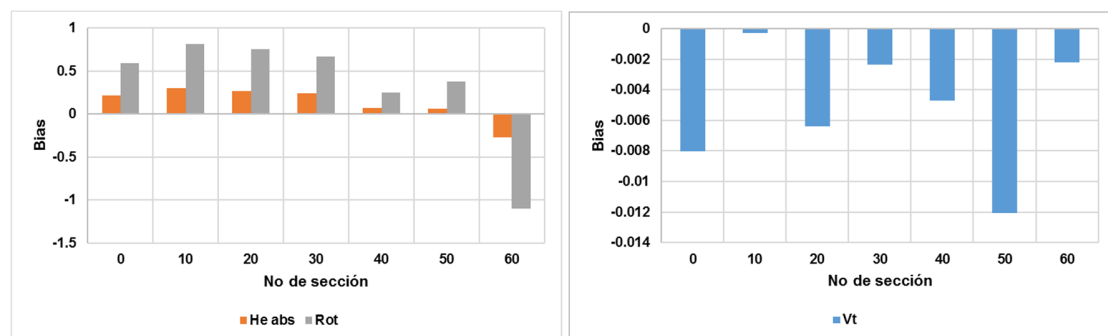
cada intervalo al menos haya 5 valores, como es el caso de campos de velocidad. Alternativamente es posible usar el chi cuadrado reducido (Reduced chi-square), para comparar valores observados y pronosticados.

Para su aplicación se elaboró un código en Matlab y C++, el cual calcula los indicadores estadísticos entre dos series de datos, las cuales pueden ser de valores observados y pronosticados, o también para realizar independencia de malla computacional de un modelo numérico, comparando los resultados entre una simulación y otra.

#### Aplicación del BIAS a los datos de la figura 4-11.

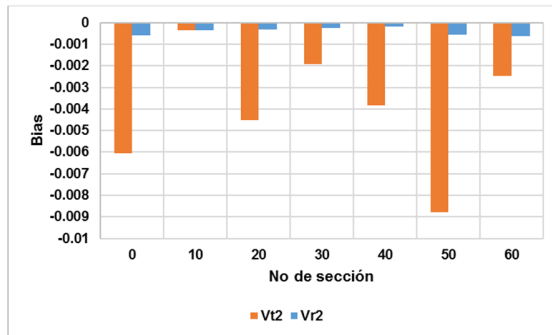
En términos generales se puede observar que el modelo numérico sobreestima los valores de helicidad absoluta y subestima los valores de intensidad de Han e intensidad de Stranden observados en la Figura 4-11. Teniendo en cuenta que estas cantidades son derivadas, compuestas por variables básicas como las tres componentes de velocidad y los gradientes de velocidad, no es tan claro cuál de estas variables básicas, es la que tiene mayor influencia, en que se sub o sobre estime la variable derivada. Uno de los indicadores estadísticos usados para observar tendencia de sub o sobre estimar, es el sesgo (bias) definido en el Anexo H (Sousa et al., 2012). Si es aplicado primero a las variables básicas y luego a las variables derivadas, se puede establecer cuál es la variable responsable de tal efecto. Se realizó esta actividad y se obtuvo las tendencias presentadas en la Figura H.1. La Figura H.1 (a) muestra el bias aplicado al rotacional y el bias aplicado a la helicidad absoluta, en la Figura H.1 (b) se observa el bias aplicado a la velocidad tangencial, en la Figura H.1 (c) se indica el bias aplicado a las tres componentes de velocidad y en la Figura H.1 (d) el bias aplicado a la intensidad de Stranden. Se observa que el modelo numérico sobreestima el rotacional y subestima la velocidad tangencial, pero la helicidad absoluta se sobreestima, lo que indica que los residuales entre el rotacional medido y simulado, son los que tiene mayor influencia sobre los residuales con respecto a la helicidad absoluta. Obsérvese que el comportamiento de la helicidad absoluta simulada con respecto a la medida de la figura 4-11(a) es coherente con el comportamiento del bias del rotacional, Figura H.1 (a). El bias del rotacional indica que el modelo numérico sobreestima los valores medidos en las secciones transversales entre  $0^\circ$  y  $50^\circ$ , y lo subestima en la sección de  $60^\circ$ , que coincide con lo observado en la Figura 4-11(a) con respecto a la helicidad absoluta.

El bias indica también que el modelo subestima en todas las secciones transversales el cuadrado de la velocidad tangencial ( $V_z$ ) y el cuadrado de la velocidad radial ( $V_r$ ), Figura H.1 (c). La intensidad de Stranden ( $I_{SG}$ ) Figura H.1 (d), depende exclusivamente de las variables básicas  $V_t$  y  $V_r$ , lo que el bias de ISG es (-), en todas las secciones, indicando que el modelo subestima sus valores.

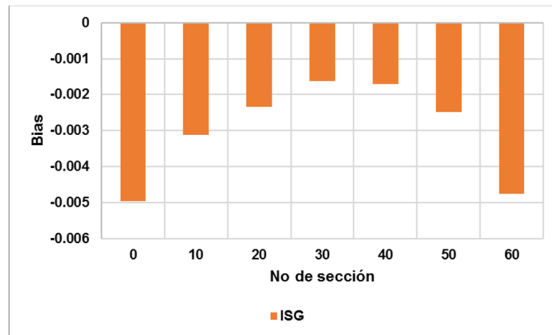


-(a)

(b)



-(c)



(d)

Figura H.1.- Análisis del sesgo en la validación entre valores medidos y simulados para el canal Tipo C1. (a) Bias aplicado al rotacional y a la helicidad absoluta. (b) Bias aplicado a la velocidad tangencial. (c) Bias aplicado a las tres componentes de velocidad. (d) Bias aplicado a la intensidad de Stranden.

## Bibliografía

- Abhari, M.N., Ghodsian, M., Vaghefi, M., Panahpur, N., 2010. Experimental and numerical simulation of flow in a 90° bend. *Flow Meas. Instrum.*, Special Issue: Validation and Data Fusion for Process Tomographic Flow Measurements Validation and Data Fusion for Process Tomographic Flow Measurements 21, 292–298. doi:10.1016/j.flowmeasinst.2010.03.002
- Abid, M., Noon, A.A., 2010. Turbulent Flow Simulations through Tarbela Dam. *Engineering* 02, 507. doi:10.4236/eng.2010.27067
- Abulnaga, B., 2002. *Slurry Systems Handbook*. McGraw-Hill Education, New York.
- Agaccioglu, H., Yüksel, Y., 1998. Side-Weir Flow in Curved Channels. *J. Irrig. Drain. Eng.* 124, 163–175. doi:10.1061/(ASCE)0733-9437(1998)124:3(163)
- Ajeel, S., Gholami, A., Bonakdari, H., Bagheri, N., Akhtari, A.A., 2016. Comparison of flow pattern in a 60° sharp bend by Using FLUENT Software and Artificial Neural Network, Support Vector Machine Methods. *Mesop Env. J* 2, 27–39.
- Alderliesten, M., 2013. Mean Particle Diameters. Part VII. The Rosin-Rammler Size Distribution: Physical and Mathematical Properties and Relationships to Moment-Ratio Defined Mean Particle Diameters. Part. Part. Syst. Charact. 30, 244–257. doi:10.1002/ppsc.201200021
- Alexandris, S., Stricevic, R., Petkovic, S., 2008. Comparative analysis of reference evapotranspiration from the surface of rainfed grass in central Serbia, calculated by six empirical methods against the Penman-Monteith formula. *Eur. Water* 21, 17–28.
- Alletto, M., Breuer, M., 2013. Prediction of turbulent particle-laden flow in horizontal smooth and rough pipes inducing secondary flow. *Int. J. Multiph. Flow* 55, 80–98. doi:10.1016/j.ijmultiphaseflow.2013.04.009
- Ansys Inc., 2013. *Fluent 15.0 User's Guide. Using Flow Boundary Conditions*. Release 15.0 - © SAS IP, Inc. All rights reserved.
- Ansys Inc., 2012. *Manual de CFX-Code* 2014. Ansys V.15.
- Ansys Inc., 2015b. *Manual Help Software de Ansys* 16.2.
- Ansys Inc., 2015c. 5.5.2. Interphase Drag for the Particle Model, help Ansys versio 16.2, [En línea]. Disponible: <[https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/cfx\\_thry/i1304903.html](https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/cfx_thry/i1304903.html)>, Accedido: 30 mayo 2017.
- Ansys Inc., 2015a. *Manual de ayuda de Ansys-Fluent*. Versión 15.
- Ansys Inc. CFX, 2016a. *Ansys Help viewer. Theory Guide, CFX, Version 16.2*. 6.2. Momentum Transfer.
- Ansys Inc. CFX, 2016b. *Fluid Specific Models*. Help Ansys V16.2.
- Ansys Inc. Fluent, 2016b. *User's Guide* 31.10, Fluent 16.2. 31.10.2.1.2. Swirl Number.
- Ansys Inc. Fluent, 2016a. *User's Manual, Fluent v16.2*, 25.3.6.3. Including Surface Tension and Adhesion Effects.
- Antonio-Fragala, F., Obregón-Neira, N., 2011. Recharge Estimation in Aquifers of the Bogota Savannah. *Ing. Univ.* 15, 145–169.
- Ari Sadarjoen, I., Post, F.H., 2000. Detection, quantification, and tracking of vortices using streamline geometry. *Comput. Graph.* 24, 333–341. doi:10.1016/S0097-8493(00)00029-7
- Ayden, R., 2009. *Estimation of Suspended Sediment Concentration Using Acoustic Methods*. Izmir Institute of Technology.
- Bai, Y., Song, X., Gao, S., 2014. Efficient investigation on fully developed flow in a mildly curved 180° open-channel. *J. Hydroinformatics* 16, 1250–1264.

- Barker, D.E., 2012. Development of a scalable real-time Lagrangian particle tracking system for volumetric flow field characterization (Thesis PhD). University of Illinois at Urbana-Champaign, Illinois at Urbana-Champaign.
- Bates, P.D., Lane, S.N., Ferguson, R.I., 2005. Computational Fluid Dynamics: Applications in Environmental Hydraulics. John Wiley & Sons.
- Becker, J., 2014. VTMT (Version 1.1) [Computer software]. Federal Waterways Engineering and Research Institute (BAW), Karlsruhe. <<http://sdrv.ms/12eHgvw/>> (accessed on 20 August. 2015).
- Berengena, J., Gavilán, P., 2005. Reference Evapotranspiration Estimation in a Highly Advective Semiarid Environment. *J. Irrig. Drain. Eng.* MARCH/APRIL, 147–163.
- Berger, M.A., Field, G.B., 1984. The topological properties of magnetic helicity. *J. Fluid Mech.* 147, 133. doi:10.1017/S0022112084002019
- Blanckaert, K., 2002. Flow and turbulence in sharp open-channel bends (Text). EPFL (Lausanne).
- Blanckaert, K., de Vriend, H.J., 2010. Meander dynamics: A nonlinear model without curvature restrictions for flow in open-channel bends. *J. Geophys. Res. Earth Surf.* 115, F04011. doi:10.1029/2009JF001301
- Blanckaert, K., de Vriend, H.J., 2003. Nonlinear modeling of mean flow redistribution in curved open channels. *Water Resour. Res.* 39, 1375. doi:10.1029/2003WR002068
- Blanckaert, K., Glasson, L., Jagers, H.R.A., Sloff, C.J., 2003. Quasi-3D simulation of flow in sharp open-channel bends with equilibrium bed topography. *River Coast. Estuar. Morphodynamics RCEM* 1, 652–663.
- Blanckaert, K., Graf, W.H., 2001. Mean Flow and Turbulence in Open-Channel Bend. *J. Hydraul. Eng.* 127, 835–847. doi:10.1061/(ASCE)0733-9429(2001)127:10(835)
- Blanckaert, K., Vriend, H.J., 2004. Secondary flow in sharp open-channel bends. *J. Fluid Mech.* 498, 353–380. doi:10.1017/S0022112003006979
- Bonakdari, H., Baghalian, S., Nazari, F., Fazli, M., 2011. Numerical analysis and prediction of the velocity field in curved open channel using artificial neural network and genetic algorithm. *Eng. Appl. Comput. Fluid Mech.* 5, 384–396.
- Brown, G., 2006. Use of CFD to predict and reduce erosion in industrial slurry piping system. Presented at the Fifth International Conference on CFD in the process industries, CSIRO, Melbourne, Australia, 13-15 December, pp. 13–15.
- Brown, K., Crookston, B., 2016. Investigating Supercritical Flows in Curved Open Channels with Three Dimensional Numerical Modeling. 6<sup>th</sup> Int. Symp. Hydraul. Struct. 230–239.
- Brüggel, N., 2011. Lagrangian Particle Tracking on a GPU (Thesis PhD). Lucerne University, Luzern.
- Bussiere, M., 2012. The Experimental Investigation of Vortex Wakes from Oscillating Airfoils (MsC Thesis). University of Alberta, Edmonton, Alberta.
- Carrillo, S.J.M., 2016. Programa de Doctorado: Medio Ambiente y Minería Sostenible. Trabajo fin de Período Formativo. [Documento]. Grupo de Investigación en Ingeniería Hidráulica Marítima y Medioambiental. Universidad Politécnica de Cartagena. <[https://www.upct.es/hidrom/publicaciones/Tesis\\_pfc/Carrillo\\_2013\\_DEA\\_Trabajo\\_Fin\\_Periodo\\_Formativo.pdf](https://www.upct.es/hidrom/publicaciones/Tesis_pfc/Carrillo_2013_DEA_Trabajo_Fin_Periodo_Formativo.pdf)> (accessed on 02 Nov. 2016).
- Carrizo, L.C., Correia, J., 2004. CLASSIFICAÇÃO E PENEIRAMENTO. [Online]. Available: <<http://www.ufjf.br/baccan/files/2012/11/Cap-5-Peneiramento.pdf>>, Accessed on: Oct. 15 2010.

- Castillo, L.G., Carrillo, J.M., 2011. Simulación numérica con CFD de una captación con rejillas de fondo. Presented at the Jornadas sobre Modelación Hidrológica en Zonas Semiáridas, Murcia.
- Cheng, N.S., 1997a. Simplified Settling Velocity Formula for Sediment Particle. *J. Hydraul. Eng.* 123, 149–152. doi:10.1061/(ASCE)0733-9429(1997)123:2(149)
- Cheng, N.S., 1997b. Effect of Concentration on Settling Velocity of Sediment Particles. *J. Hydraul. Eng.* 123, 728–731. doi:http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1997)123:8(728) - See more at: http://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/(ASCE)0733-9429(1997)123:3A8(728)#sthash.ThNp9qF9.dpuf
- Chiti, F., 2008. Lagrangian studies of turbulent mixing in a vessel agitated by a rushon turbine: positron emission particle tracking (PEPT) and computational fluid dynamics (CFD) (d\_ph). University of Birmingham.
- Craig, R.G.A., Gómez, H.J.Z., 2015. Measurement of velocity fields in curved open channel. — Nortek International— Forum. [WWW Document]. URL <http://www.nortek-as.com/en/knowledge-center/forum/vectrinoii/410236394> (accessed 11.10.16).
- Craig, R.G.A., Loadman, C., Clement, B., Rusello, P.J., Siegel, E., 2011. Characterization and testing of a new bistatic profiling acoustic Doppler velocimeter: The Vectrino-II. *IEEE*, pp. 246–252. doi:10.1109/CWTM.2011.5759559
- Czitrom, V., 1999. One-Factor-at-a-Time versus Designed Experiments. *Am. Stat.* 53, 126–131. doi:10.1080/00031305.1999.10474445
- Das, S.K., Godiwalla, K.M., Panda, L., Bhattacharya, K.K., Singh, R., Mehrotra, S.P., 2007. Mathematical modeling of separation characteristics of a coal-washing spiral. *Int. J. Miner. Process.* 84, 118–132. doi:10.1016/j.minpro.2007.05.007
- Demuren, A.O., Rodi, W., 1984. Calculation of turbulence-driven secondary motion in non-circular ducts. *J. Fluid Mech.* 140, 189–222. doi:10.1017/S0022112084000574
- Doheim, M.A., Abdel Gawa, Mahran, G.M.A., Abu-Ali, M.H., Rizk, A.M., July 2008b. Computational Prediction Of Water - Flow Characteristics In Spiral Separators : Part II , The Primary And Secondary Flows. *Jo Urnal Eng Sci. JES Fac. Eng. Univ. Assiut* 36, 951–952.
- Doheim, M.A., Abdel Gawad, A.F., Mahran, G.M.A., Abu-Ali, M.H., Rizk, A.M., 2013. Numerical simulation of particulate-flow in spiral separators: Part I. Low solids concentration (0.3% & 3% solids). *Appl. Math. Model.* 37, 198–215. doi:10.1016/j.apm.2012.02.022
- Duarte, H.P.C., 2015. Numerical investigation of the erosion reduction in elbows promoted by a vortex chamber (Thesis MsC). Universidade Federal de Uberlândia, Universidade Federal de Uberlândia.
- Duckworth, R.A., 1978. "The hydraulic transport of materials by pipeline." *South Afr. Mech. Eng.* 28, 291–306.
- Eggenspieler, G., 2012. Turbulence Modeling. Ansys Inc. [<http://fluid.itcmp.pwr.wroc.pl/~pblasia/CFD/UsefullInformation/turbulence-summary-4.pdf>] Accedido enero 2015.
- ESSS, 2015. Events: Conferences, Webinars & Seminars | ANSYS [WWW Document]. Events Conf. Webinars Semin. ANSYS. URL <http://www.ansys.com/About-ANSYS/events> (accessed 3.10.17).
- Fox, D.G., 1981. Judging air quality model performance: A summery of the AMS Workshop on Dispersion Model Performance. *Bull. Amercan Meteorol. Soc.* 62, 599–609.



- Gao, H., Guo, L., Zhang, X., 2002. Liquid–solid separation phenomena of two-phase turbulent flow in curved pipes. *Int. J. Heat Mass Transf.* 45, 4995–5005. doi:10.1016/S0017-9310(02)00207-7
- García, A., López, G., 2012. Operación y diseño de un clasificador de lecho fluidizado líquido para suspensiones polidispersas de partículas sólidas de igual densidad por medio de modelado y simulación. *Rev. Mex. Ing. Quím.* 11, 513–532.
- García, C.M., Cantero, M.I., Niño, Y., García, M.H., 2005. Turbulence Measurements with Acoustic Doppler Velocimeters. *J. Hydraul. Eng.* 131, 1062–1073. doi:10.1061/(ASCE)0733-9429(2005)131:12(1062)
- Ghani, U., 2010. Investigation Of Various Sediment And Flow Parameters Upon Three Dimensional Flow Using Numerical Model (phd). University of Engineering & Technology, Taxila.
- Ghobadian, R., Mohammadi, K., 2011. Simulation of subcritical flow pattern in 180° uniform and convergent open-channel bends using SSIIIM 3-D model. *Water Sci. Eng.* 4, 270–283.
- Gholami, A., Akhtari, A.A., Minatour, Y., Bonakdari, H., Javadi, A.A., 2014. Experimental and Numerical Study on Velocity Fields and Water Surface Profile in a Strongly-Curved 90° Open Channel Bend. *Eng. Appl. Comput. Fluid Mech.* 8, 447–461. doi:10.1080/19942060.2014.11015528
- Gholami, A., Bonakdari, H., Zaji, A.H., Akhtari, A.A., 2015. Simulation of open channel bend characteristics using computational fluid dynamics and artificial neural networks. *Eng. Appl. Comput. Fluid Mech.* 9, 355–369. doi:10.1080/19942060.2015.1033808
- Godderidge, B., Phillips, A.B., Lewis, S., Turnock, S.R., Hudson, D.A., 2008. The simulation of free surface flows with Computational Fluid Dynamics. Presented at the ANSYS UK User Conference: Inspiring Engineering, University of Southampton,.
- Goldschmit, M.B., Venturini, G.N., 2004. Finite element algebraic slip model for two phase dispersed flow. *Eur. Congr. Comput. Methods Appl. Sci. Eng.*
- Gómez, H.J., 2011. Efecto del flujo secundario en la separación de metales pesados en una canaleta en espiral. *Ing. Compet.* 13, 115–124.
- Gómez, H.J.G., 2002. Hidrotransporte de Sedimentos en Tubos Horizontales a Presión: Estudio de la Velocidad Crítica de Deposición (Tesis MSc). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá D.C.
- Gómez, H.J.Z., 2009. Velocidad crítica de depósito en el transporte hidráulico de mezclas en canales abiertos. *Av. En Recur. Hidráulicos* 0, 7–20.
- Gómez, Z.H.J., López-Ríos, V.I., Toro-Botero, F.M., 2017. New methodology for calibration of hydrodynamic models in curved open channel flow (Aceptado para publicar). *Rev. Ing. UDEA.*
- Gómez-Zambrano, H.J., 2010. Efecto del flujo secundario en la separación de metales pesados. Trabajo de Investigación Profesor. Universidad de Nariño.
- González-Tello, P., Camacho, F., Vicaria, J.M., González, P.A., 2008. A modified Nukiyama–Tanasawa distribution function and a Rosin–Rammmler model for the particle-size-distribution analysis. *Powder Technol.* 186, 278–281. doi:10.1016/j.powtec.2007.12.011
- Goring, D.G., Nikora, V.I., 2002. Despiking acoustic Doppler velocimeter data. *J. Hydraul. Eng.* 128, 117–126.
- Graf, W.H., 1984. *Hydraulics of sediment transport*. Water Resources Publication.
- Gunawan, B., Neary, V.S., McNutt, J.R., 2011. Ornl adv post-processing guide and matlab algorithms for msk site flow and turbulence analysis [WWW Document]. UNT Digit. Libr. URL <http://digital.library.unt.edu/ark:/67531/metadc837681/m1/13/> (accessed 11.1.16).

- Gutiérrez, P.H., De la Vara, S.H., 2012. *Análisis y diseño de experimentos*, 2da ed. McGraw-Hill, Mexico D.F.
- Han, S.S., Ramamurthy, A.S., Biron, P.M., 2011. Characteristics of flow around open channel 90° bends with vanes. *J. Irrig. Drain. Eng.* 137, 668–676.
- Hansen, C.D., Johnson, C.R., 2005. *The Visualization Handbook*. Academic Press.
- Herrero, H.S., 2014. *Evolución espacial y temporal de la hidrodinámica en confluencias fluviales* (PhD Thesis). UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA, Córdoba, Argentina.
- Hirt, C.W., Nichols, B.D., 1981. Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries. *J. Comput. Phys.* 39, 201–225.
- Hsu, M.-H., Kuo, A.Y., 1999. Procedure to Calibrate and Verify Numerical Models of Estuarine Hydrodynamics. *J. Hydraul. Eng.* 125, 166–182.
- Igreja, R., 2007. *Numerical Simulation of the Filling and Curing Stages in Reaction Injection Moulding, using CFX* (Master Thesis). Universidade de Aveiro.
- Imazio, R., Carolina, P., 2014. *Transporte anisótropo de escalares pasivos en turbulencia rotante* (Text). Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.
- Ipate, J., Casandriu, T., 2007. Numerical study of liquid-solid separation process inside the hydrocyclones whit double cone sections. *UPB Sci Bull Ser. D* 69, 83–94.
- Jara-Rojas, F., Ortega-Farías, S., Valdés-Gómez, H., Poblete, C., del Pozo, A., 2009. Model validation for estimating the leaf stomatal conductance in cabernet sauvignon grapevines. *Chil. J. Agric. Res.* 69, 88–96.
- Jesse Wells, A.-H.S.S., 2010. Effects of Turbulence Modeling on RANS Simulations of Tip Vortices. doi:10.2514/6.2010-1104
- Joglekar, G., Schuenemeyer, J.H., LaRiccia, V., 1989. Lack-of-Fit Testing When Replicates Are Not Available. *Am. Stat.* 43, 135–143.
- Jorba Casellas, O., 2005. *Simulación de los campos de viento de la Península Ibérica y el área geográfica de Catalunya con alta resolución espacial para distintas situaciones meteorológicas típicas*. Universitat Politècnica de Catalunya.
- Kalteh, M., Abbassi, A., Saffar-Avval, M., Frijns, A., Darhuber, A., Harting, J., 2012. Experimental and numerical investigation of nanofluid forced convection inside a wide microchannel heat sink. *Appl. Therm. Eng.* 36, 260–268. doi:10.1016/j.applthermaleng.2011.10.023
- Kalteh, M., Abbassi, A., Saffar-Avval, M., Harting, J., 2011. Eulerian–Eulerian two-phase numerical simulation of nanofluid laminar forced convection in a microchannel. *Int. J. Heat Fluid Flow* 32, 107–116. doi:10.1016/j.ijheatfluidflow.2010.08.001
- Kapur, P., Meloy, T., 1999. Industrial modeling of spirals for optimal configuration and design: spiral geometry, fluid flow and forces on particles. *Powder Technol.* 102, 244–252. doi:10.1016/S0032-5910(98)00214-9
- Kapur, P.C., Meloy, T.P., 1998. Spirals observed. *Int. J. Miner. Process.* 53, 15–28. doi:10.1016/S0301-7516(97)00053-7
- Karimi, M., Akdogan, G., Dellimore, K., Bradshaw, S., 2012. Comparison of different drag coefficient correlations in the CFD modelling of a Laboratory-Scale Rushton-Turbine Flotation Tank.
- Kleinstreuer, C., 2003. *Two-Phase Flow: Theory and Applications*. CRC Press.
- Krause, P., Boyle, D.P., Bāse, F., 2005. Comparison of different efficiency criteria for hydrological model assessment. *Adv. Geosci.* 5.
- Kuan, B., Yang, W., Solnordal, C., 2003. CFD simulation and experimental validation of dilute particulate turbulent flows in a 90° duct bend. Presented at the 3rd Int.

- Conference on CFD in the Minerals and Process Industries, Melbourne, Australia, pp. 531–536.
- Legates, D.R., McCabe Jr., G.J., 1999. Evaluating the use of “goodness-of-fit” measures in hydrologic and hydroclimatic model validation. *Water Resour. Res.* 35, 9. doi:10.1029/1998WR900018
- Leng, X., Chanson, H., 2016. Steady and unsteady turbulent velocity profiling in open channel flows using the ADV Vectrino II profiler. Presented at the 6th IAHR International Symposium on Hydraulic Structures, Portland, OR, United States, pp. 305–314. doi:10.15142/T3620628160853
- Leupi, C., Altinakar, M.S., 2005. 3D Finite Element Modeling of Free-Surface Flows with Efficient  $k - \epsilon$  Turbulence Model and Non-hydrostatic Pressure, in: Sunderam, V.S., Albada, G.D. van, Sloot, P.M.A., Dongarra, J. (Eds.), *Computational Science – ICCS 2005*, Lecture Notes in Computer Science. Springer Berlin Heidelberg, pp. 33–40. doi:10.1007/11428862\_5
- Li, Y., 2009. Development of design basis for hydrodynamic vortex separators (PhD Thesis). The State University of New Jersey, New Brunswick, New Jersey.
- Liang, L., Michaelides, E.E., 1992. The Magnitude of Basset Forces in Unsteady Multiphase Flow Computations. *J. Fluids Eng.* 114, 417–419. doi:10.1115/1.2910047
- Ling, J., Skudarnov, P.V., Lin, C.X., Ebadian, M.A., 2003. Numerical investigations of liquid–solid slurry flows in a fully developed turbulent flow region. *Int. J. Heat Fluid Flow* 24, 389–398. doi:10.1016/S0142-727X(03)00018-3
- Liu, X., 2014. Open-Channel Hydraulics: From Then to Now and Beyond, in: Wang, L.K., Yang, C.T. (Eds.), *Modern Water Resources Engineering, Handbook of Environmental Engineering*. Humana Press, pp. 127–158. doi:10.1007/978-1-62703-595-8\_2
- Lye, L.M., 2002. Design of experiments in civil engineering: are we still in the 1920's? Presented at the Annual Conference of the Canadian Society for Civil Engineering, Montréal, Québec, Canada.
- Manninen, M., Taivassalo, V., Kallio, S., 1996. On the mixture model for multiphase flow. Technical Research Centre of Finland, Espoo.
- Mastrangelo, F.M., Pennella, F., Consolo, F., Rasponi, M., Redaelli, A., Montevocchi, F.M., Morbiducci, U., (mnf2009), 2nd Micro and Nano Flows Conference, 2009. Micromixing and microchannel design: Vortex shape and entropy. Presented at the 2nd Micro and Nano Flows Conference West London, UK, Brunel University, London, UK.
- Matthews, B.W., Fletcher, C.A.J., Partridge, A.C., 1998. Computational simulation of fluid and dilute particulate flows on spiral concentrators. *Appl. Math. Model.* 22, 965–979. doi:10.1016/S0307-904X(98)10030-6
- Medina, H.P.C., 1997. Espesamiento de los lodos de un sedimentador primario por medio de hidrociclones en una planta de tratamiento de aguas residuales domesticas (Tesis MsC). Universidad Autónoma de Nuevo Leon, Monterrey. Mexico.
- Meier, H.F., Vegini, A.A., Mori, M., 2011. Four-Phase Eulerian-Eulerian Model for Prediction of Multiphase Flow in Cyclones. *J. Comput. Multiph. Flows* 3, 93–106.
- MinDesarrollo, 2000. Reglamento de Agua Potable y Saneamiento Básico (RAS2000) Título B.
- Moffatt, H.K., 2014. Helicity and singular structures in fluid dynamics. *Proc. Natl. Acad. Sci.* 111, 3663–3670. doi:10.1073/pnas.1400277111
- Moffatt, H.K., 1969. The degree of knottedness of tangled vortex lines. *J. Fluid Mech.* 35, 117–129. doi:10.1017/S0022112069000991

- Moffatt, H.K., Tsinober, A., 1992. Helicity in laminar and turbulent flow. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 24, 281–312. doi:10.1146/annurev.fl.24.010192.001433
- Montgomery, D.C., 2012. *Design and Analysis of Experiments*, 8 edition. ed. Wiley, Hoboken, NJ.
- Montgomery, D.C., Peck, E.A., Vining, G.G., 2012. *Introduction to Linear Regression Analysis*. John Wiley & Sons.
- Moriasi, D.N., Arnold, J.G., Van Liew, M.W., Bingner, R.L., Harmel, R.D., Veith, T.L., 2007. Model Evaluation Guidelines for Systematic Quantification of Accuracy in Watershed Simulations", , 50 (3), 885–900. *Trans. ASABE* 50, 885–900.
- Munekata, M., Tawara, H., Yoshikawa, H., Ohba, H., 2010. An Experimental Study on a Secondary Flow of Surfactant Solution in a Square-Sectioned 90° bend.
- Norouzi, M., Kayhani, M.H., Shu, C., Nobari, M.R.H., 2010. Flow of second-order fluid in a curved duct with square cross-section. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* 165, 323–339.
- Nortek AS, 2016. Operation of the Nortek Vectrino Profiler. [Video]. <<http://www.nortek-as.com/en/knowledge-center/operation-of-the-nortek-vectrino-profiler>> (accessed on 02 Oct. 2016).
- Nortek USA, 2016. Vectrino Profiler — Nortek USA [WWW Document]. URL <http://www.nortekusa.com/usa/products/acoustic-doppler-velocimeters/vectrino-ii> (accessed 8.31.16).
- Nortek USA, 2012. Vectrino II A profiling bi-static acoustic velocimeter [WWW Document]. True Innov. Makes Differ. URL [http://www.nortekusa.com/usa/library/data/vectrino-ii-introduction/at\\_download/file](http://www.nortekusa.com/usa/library/data/vectrino-ii-introduction/at_download/file). (accessed 11.1.16).
- Ochieng, A., Onyango, M.S., 2008. Drag models, solids concentration and velocity distribution in a stirred tank. *Powder Technol.* 181, 1–8. doi:10.1016/j.powtec.2007.03.034
- Ookawara, S., Agrawal, M., Street, D., Ogawa, K., 2007. Quasi-direct numerical simulation of lift force-induced particle separation in a curved microchannel by use of a macroscopic particle model. *Chem. Eng. Sci.* 62, 2454–2465. doi:10.1016/j.ces.2007.01.031
- Ookawara, S., Oozeki, N., Ogawa, K., Löb, P., Hessel, V., 2010. Process intensification of particle separation by lift force in arc microchannel with bifurcation. *Chem. Eng. Process. Process Intensif.* 49, 697–703. doi:10.1016/j.cep.2009.12.006
- Ookawara, S., Street, D., Ogawa, K., 2008. A numerical study on a macroscopic Stokes number based on shear-induced interparticle collisions in a micro-separator/classifier. *Chem. Eng. J.* 135, Supplement 1, S21–S29. doi:10.1016/j.cej.2007.07.016
- Ookawara, S., Street, D., Ogawa, K., 2006. Numerical study on development of particle concentration profiles in a curved microchannel. *Chem. Eng. Sci.* 61, 3714–3724. doi:10.1016/j.ces.2006.01.016
- Palacio, C., Francisco, G., García, U., 2010. Calibración de un modelo hidrodinámico 2D para la bahía de Cartagena. *DYNA* 77, 152–166.
- Papoulia, D., Lo, S., 2015. Advances in cfd modelling of multiphase flows in cyclone separators. *Chem. Eng. Trans.* 43, 1603–1608. doi:10.3303/CET1543268
- Patel, T., 2007. A study on hydrodynamics of grit particles in curved open channels using physical and computational modelling (Thesis PhD). Trinity College. Department of Civil, Structural and Environmental Engineering, Dublin, Ireland.
- Patel, T., Gill, L., 2011. The Hydrodynamics of Grit Particles Moving Round a Bend using CFD Modelling. *J. Comput. Multiph. Flows* 3, 71–92. doi:10.1260/1757-482X.3.2.71

- Patel, T., Gill, L., Faram, M.G., 2011. Grit Removal from Wastewater Using Secondary Currents in Open-Channel Flow around Bends. *J. Environ. Eng.* 137, 1026–1039.
- Patil, V., Finn, J., He, X., Ziazi, R., Apte, S.V., Liburdy, J.A., Wood, B., 2014. Experimental Versus Computational Methods in the Study of Flow in Porous Media V01DT40A003. doi:10.1115/FEDSM2014-21886
- Pavanelli, L.V.M., 2014. Numerical modeling of a 90 open- channel confluence flow using openfoam cfd [WWW Document]. URL <http://docplayer.net/3118254-Numerical-modeling-of-a-90-open-channel-confluence-flow-using-openfoam-cfd.html> (accessed 3.1.16).
- Peralta, R., 2016. Request #6128 Efecto de concentración de partículas, Customer Portal [WWW Document]. ESSS Req. 6128 Ef. Conc. PARTÍCULAS. URL <https://support.esss.com.br/hc/en-us/requests/6128> (accessed 6.1.17).
- Poloski, A.P., Adkins, H.E., Abreah, J., Casella, A.M., Hohimer, R.E., Nigl, F., Minette, M.J., Toth, J.J., Tingey, J.M., Yokuda, S.T., 2009. Deposition Velocities of Newtonian and Non-Newtonian Slurries in Pipelines. PNNL-17639, WTP-RPT-175, Rev-0, Pacific Northwest National Laboratory, Richland, Washington.
- Procter, C.M., 2012. Debris flow dynamics: A flume study of velocity and superelevation. Durham University, Durham.
- Ramamurthy, A.S., Han, S.S., bIRON, P.M., 2013. Three-Dimensional Simulation Parameters for 90° Open Channel Bend Flows. *J. Comput. Civ. Eng.* 27, 282–291. doi:10.1061/(ASCE)CP.1943-5487.0000209
- Ritter, A., Muñoz-Carpena, R., Regalado, C.M., 2011. Capacidad de predicción de modelos aplicados a la zns: herramienta informática para la adecuada evaluación de la bondad-de-ajuste con significación estadística. *Zona No Saturada Suelo X*, 259–264.
- Ritter, A., Muñoz-Carpena, R., 2016. FITEVAL for Windows [Computer software]. Hydrology and Water Quality. Departament of Agricultural & Biological Engineering. University of Florida. <<http://abe.ufl.edu/Carpena/software/fiteval.shtml>> (accessed on 4 Sep. 2016).
- Ritter, A., Muñoz-Carpena, R., 2013. Performance evaluation of hydrological models: Statistical significance for reducing subjectivity in goodness-of-fit assessments. *J. Hydrol.* 480, 33–45. doi:10.1016/j.jhydrol.2012.12.004
- Rizkalla, P.A., 2007. Development of a Hydroerosion Model using a Semi-Empirical Method Coupled with an Euler-Euler Approach (Tesis PhD). Royal Melbourne Institute of Technology (RMIT), Melbourne.
- Rodi, W., Constantinescu, G., Stoesser, T., 2013. Large-Eddy Simulation in Hydraulics. CRC Press.
- Rodríguez, J.F., Bombardelli, F.A., García, M.H., Frothingham, K.M., Rhoads, B.L., Abad, J.D., 2004. High-resolution Numerical Simulation of Flow Through a Highly Sinuous River Reach. *Water Resour. Manag.* 18, 177–199. doi:10.1023/B:WARM.0000043137.52125.a0
- Rogan, J.C., Muñoz, V.G., 2017. Apuntes de un curso de Física Matemática. [<https://fisica.ciencias.uchile.cl/alejo/clases/mfm1.pdf>].
- Rusello, P.J., Allard, M.P., 2012. Near boundary measurements with a profiling acoustic Doppler velocimeter. Presented at the Hydraulic Measurements & Experimental Method, Snowbird UTAH.
- Sagastume, M., Manuel, J., Ergas, S.J., Moiseev, S.R., Noyola Robles, A., AIDIS, 2004. Modelo para la evaluación de los cambios en la estructura física de biofiltros de composta. Presented at the Congreso Interamericano de Ingeniería Sanitaria y Ambiental, 29, AIDIS, San Juan, pp. 1–9.

- Sánchez, A.I., 2016. Un algoritmo consistente para la simulación de flujos multifásicos, y su aplicación a lechos fluidos (Tesis Doctoral). Universidad de Zaragoza, (Ciencia y Tecnología de Materiales y Fluidos), Zaragoza, España.
- Sargent, R.G., 2007. Verification and Validation of Simulation Models. Presented at the Proceedings of the 2007 Winter Simulation Conference, Syracuse University, pp. 124–137.
- Schlichting, H., Gersten, K., Gersten, Klaus, 2000. Boundary-Layer Theory. Springer Science & Business Media.
- Seyedashraf, O., Elyas, S., Ali Akbar, A., 2015. Flow Structures in Sharply-Curved Open Channel Bends-Numerical Comparison of Two CFD Models. *Int. J. Eng. Technol. Sci.* 33, 262–274.
- Shadden, S.C., Arzani, A., 2015. Lagrangian postprocessing of computational hemodynamics. *Ann. Biomed. Eng.* 43, 41–58. doi:10.1007/s10439-014-1070-0
- Sin, K.-S., 2014. Three-dimensional computational modeling of curved channel flow (PhD Thesis). Colorado State University. Libraries.
- Singh, J., Knapp, H.V., Arnold, J. g., Demissie, M., 2005. Hydrological Modeling of the Iroquois River Watershed Using Hspf and Swat1. *JAWRA J. Am. Water Resour. Assoc.* 41, 343–360. doi:10.1111/j.1752-1688.2005.tb03740.x
- Song, C.G., Seo, I.W., Kim, Y.D., 2012. Analysis of secondary current effect in the modeling of shallow flow in open channels. *Adv. Water Resour.* 41, 29–48. doi:10.1016/j.advwatres.2012.02.003
- Sousa, M.C., Álvarez, M.I., Gómez-Gesteira, N., Dias, M.J., 2012. Analisis Precision Datos Viento Obtenidos Satelite Quikscat Modelo Wrf Costa Gallega. *Av. En Cienc. Tierra ISSN 2172-9328* 3, 39–53.
- Stranden, D.T., 2007. Numerical studies of flow in curved channels (Philosophiae Doctor Thesis). University of Bergen, Norway.
- Svarovsky, L., 2000. Solid-Liquid Separation, ed. 4ta. ed. Butterworth-Heinemann.
- Toledo, T., Koutsopoulos, H.N., 2004. Statistical Validation of Traffic Simulation Models. *Transp. Res. Rec. J. Transp. Res. Board* 1876, 142–150.
- Trueba, S.J.L., 1997. Nodos Electromagnéticos (Tesis Doctoral). Universidad Complutense de Madrid.
- Valentín, J.L.M., 2009. Análisis del evento meteorológico del 2007 relacionado con la inundación de Tabasco (MsC Tesis). Universidad Nacional Autónoma de México, Mexico D.F.
- Van Balen, W., 2010. Curved open-channel flows - a numerical study (PhD Thesis). Civil Engineering and Geosciences, Technische Universiteit Delft-Netherlands.
- Van Balen, W., Uijttewaal, W.S.J., Blanckaert, K., 2009. Large-eddy simulation of a mildly curved open-channel flow. *J. Fluid Mech.* 630, 413–442. doi:10.1017/S0022112009007277
- Vashisth, S., Kumar, V., Nigam, K.D.P., 2008. A Review on the Potential Applications of Curved Geometries in Process Industry. *Ind. Eng. Chem. Res.* 47, 3291–3337. doi:10.1021/ie701760h
- Velásquez, C.F.V., Toro B., F.M., 2006. Calibración Y Validación De Un Modelo En Computador Para Simular El Golpe De Ariete En Redes Cerradas. *Av. En Recur. Hidráulicos* 23–36.
- Versteeg, H.K., Malalasekera, W., 2007. An Introduction to Computational Fluid Dynamics, 2da ed. New York.
- Vesilind, P.A., 1980. The Rosin-Rammler particle size distribution. *Resour. Recovery Conserv.* 5, 275–277. doi:10.1016/0304-3967(80)90007-4

- Vidriales, E.L.G., 2007. Colector de Canal Parabólico para la Generación Directa de Vapor para Calor de Proceso (Tesis MsC). Universidad Nacional Autónoma de México, Mexico D.F.
- Villamizar, H.A., 2014. Aplicación de un modelo turbulento bidimensional para la simulación de flujo a superficie libre en un canal horizontal (Tesis MsC). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá D.C.
- W. Ottevanger, W.S.J.U., 2010. Validation of a non-linear reduced hydrodynamic model for curved open-channel flow.
- Wahid, Z., Nadir, N., 2013. Improvement of One Factor at a Time Through Design of Experiments. *World Appl Sci J 21 Math. Appl. Eng.* 21, 56–61.
- Wallace, J.M., Hobbs, P.V., 2006. *Atmospheric Science: An Introductory Survey*. Academic Press.
- Wang, X., Jiang, Z., Zhang, A., Zhou, Z., An, J., 2012. Two-phase flow numerical simulation of a bend-type ice sluice in the diversion water channel of powerhouse. *Cold Reg. Sci. Technol.* 81, 36–47. doi:10.1016/j.coldregions.2012.02.004
- Widera, P., 2011. Study of sediment transport processes using Reynolds Averaged Navier-Stokes and Large Eddy Simulation (Thesis PhD). Bruselas, Bélgica, Vrije Univesiteit Brussel.
- Willmott, C.J., 1981. On the Validation of Models. *Phys. Geogr.* 2, 184–194.
- Willmott, J., 1982. Some Comments on Evaluation of Model Performance. *Bull. American Meteorol. Soc.* 63, 1309–1313.
- Wood, B.D., Apte, S.V., Liburdy, J.A., Ziazi, R.M., He, X., Finn, J.R., Patil, V.A., 2015. A comparison of measured and modeled velocity fields for a laminar flow in a porous medium. *Adv. Water Resour.* 85, 45–63. doi:10.1016/j.advwatres.2015.08.013
- Xu, B.H., Yu, A.B., 1997. Numerical simulation of the gas-solid flow in a fluidized bed by combining discrete particle method with computational fluid dynamics. *Chem. Eng. Sci.* 52, 2785–2809. doi:10.1016/S0009-2509(97)00081-X
- Zoubir, A.M., Boashash, B., 1998. The bootstrap and its application in signal processing. *IEEE Signal Process. Mag.* 15, 56–76. doi:10.1109/79.647043